

METROLOGIE



<http://www.hexagonmetrology.com>

jmasson@ujf-grenoble.fr

Masson Jean-Paul

ISTerre

1381 Rue de la piscine

38400 Saint Martin d'Hères

JPM

SENSIBILISATION À LA MESURE 201309

Introduction : Importance de la mesure

- 1) Mesurande et signal de sortie s
- 2) Grandeurs d'influence
- 3) Etalonnage
- 4) Types d'erreurs
- 5) Caractéristiques métrologiques des capteurs
- 6) "Calcul" des incertitudes de mesure
- 7) Estimation pratique des incertitudes de mesure
- 8) Quelques erreurs classiques
- 9) Graphiques
- 10) Exemples : Mesure de masse

Bibliographie

sites web : flow & level measurement

www.omega.com

Mettler.

Métrologie = science de la mesure



JPM

Mesures en mécanique des fluides



Tube de Pitot



JPM



Subjectivité de la mesure



<http://www.jeanduperrex.ch/Site/Mesure.html>

JPM

Unités de mesures

Il y a deux cents ans, la loi du 18 Germinal An III (7 avril 1795) instituait le **systeme métrique** ;

Il ne fut rendu obligatoire que sous la monarchie de juillet par la loi du 4 juillet 1837.

La plus joyeuse **anarchie** régnait précédemment, puisque les mesures variaient d'une province à l'autre, d'une ville à l'autre et même d'un village à l'autre.

Mesures de longueur : différence entre les régions

- **Toise de Lyon** : 2, 5688458 mètres
- **Toise de France** : 1,9490363 mètres
- **Pied de Lyon** : 34, 2512 centimètres
- **Pied de France (ou pied de Roi)** = 12 pouces : 32, 46 centimètres
- **Pouce de Lyon** : 2,85 centimètres
- **Pouce** = 12 lignes : 2,7 centimètres
- **Ligne de Lyon** : 0, 24 centimètres
- **Lignes** : 0, 225 centimètres

Pouce « Anglais »

- La définition anglo-saxonne du pouce se rapporte au yard de 0,9144 m correspondant à la distance du nez à l'extrémité du doigt du roi anglais Edgar . un yard était divisé en 3 pieds soit 0,3048 m, le pied étant divisé également en 12 **pouces** de 0,0254m soit **25,4 mm** .

Définition du pouce



Pouce « Français »

- **Mesures de longueur :**
- **Le pied de roi :** 0,32483 m (censé être la mesure du pied de Charlemagne : 12 pouces). Il se subdivise en 12 pouces, **le pouce** (2,706 cm) en 12 lignes, **la ligne** (0,226 cm) en 12 points (**le point** = 0,188 mm). De 1812 à 1840, le pied métrique était de 0,33 m., le **pouce métrique** de **0,0275 m.** et la ligne de 0,0023 m.

Mètre étalon

Le mètre fut officiellement défini pour la première fois en 1790 par l' [Académie des sciences](#) comme étant la dix millionième partie d'un quart de méridien terrestre.

Il fut adopté par la France le 7 avril 1795 comme [mesure](#) de [longueur](#) officielle.

Quelques années plus tard, en 1799, un mètre étalon en [platine](#) fut créé à partir de cette définition et devint la référence.



Le mètre étalon du 36 rue de Vaugirard à Paris : 1797

MKSA

En 1946 le Comité international des poids et mesures approuva le système MKSA (**m**ètre, **k**ilogramme, **s**econde, **a**mpère).
De nos jours le système international d'unités retient sept unités de base.

1 - UNITÉS FONDAMENTALES

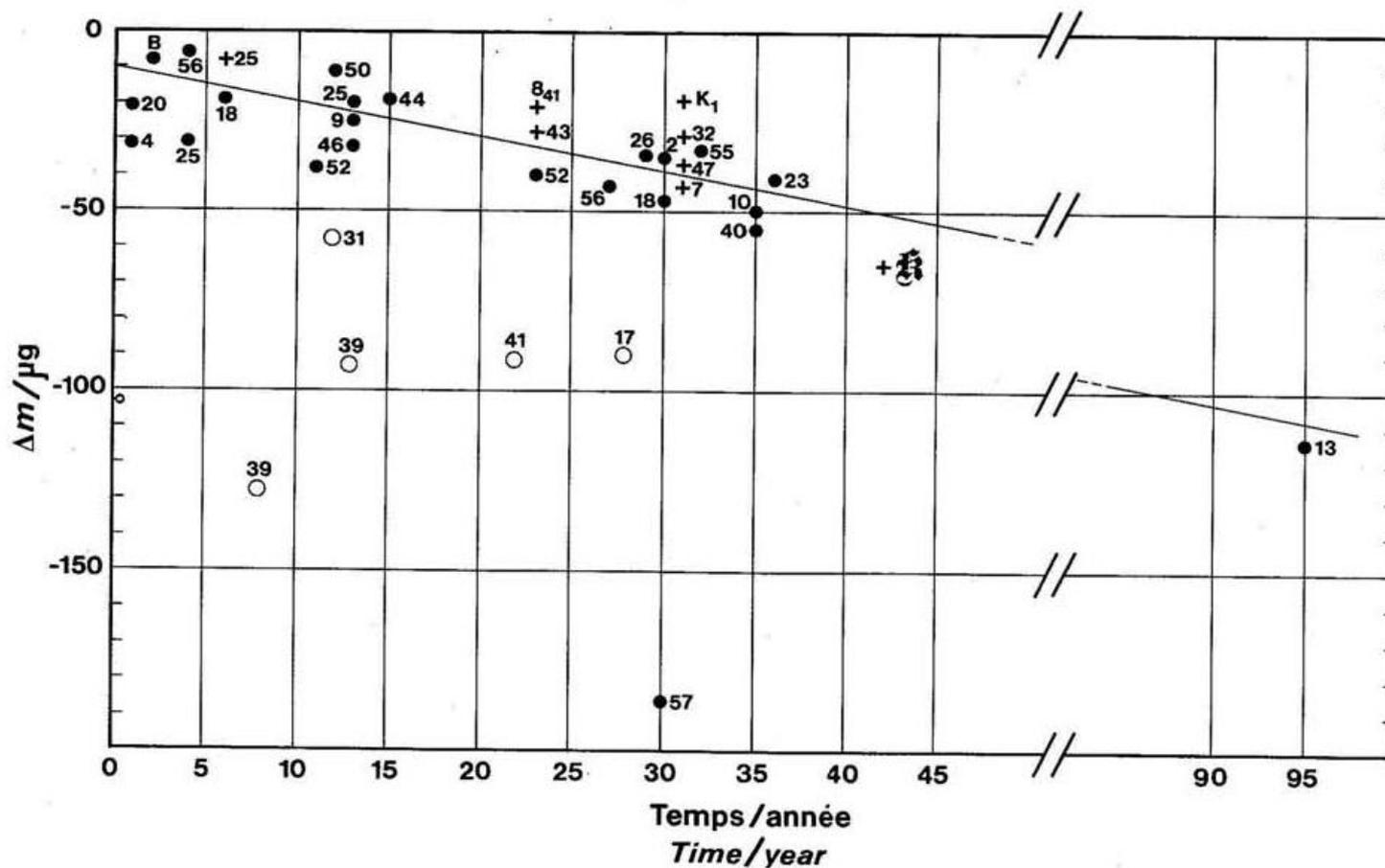
GRANDEUR	ÉCRITURE CONSEILLÉE	UNITÉ	SYMBOLE DE UNITÉ
LONGUEUR	L	mètre	m
MASSE	M	kilogramme	kg
DATE ET DURÉE	t et Δt	seconde	s
INTENSITÉ DU COURANT	I	ampère	A
QUANTITÉ DE MATIÈRE	n	mole	mol
TEMPÉRATURE ABSOLUE	T	kelvin	K
INTENSITÉ LUMINEUSE	I	candela	cd

Ancien kilogramme étalon



JPM

13. Changement de masse Δm causé par le nettoyage-lavage des prototypes en platine iridié en fonction du nombre d'années écoulées depuis le dernier nettoyage-lavage. Les cercles O représentent les prototypes ayant un état de surface de mauvaise qualité. Les croix + représentent le prototype international et les témoins.



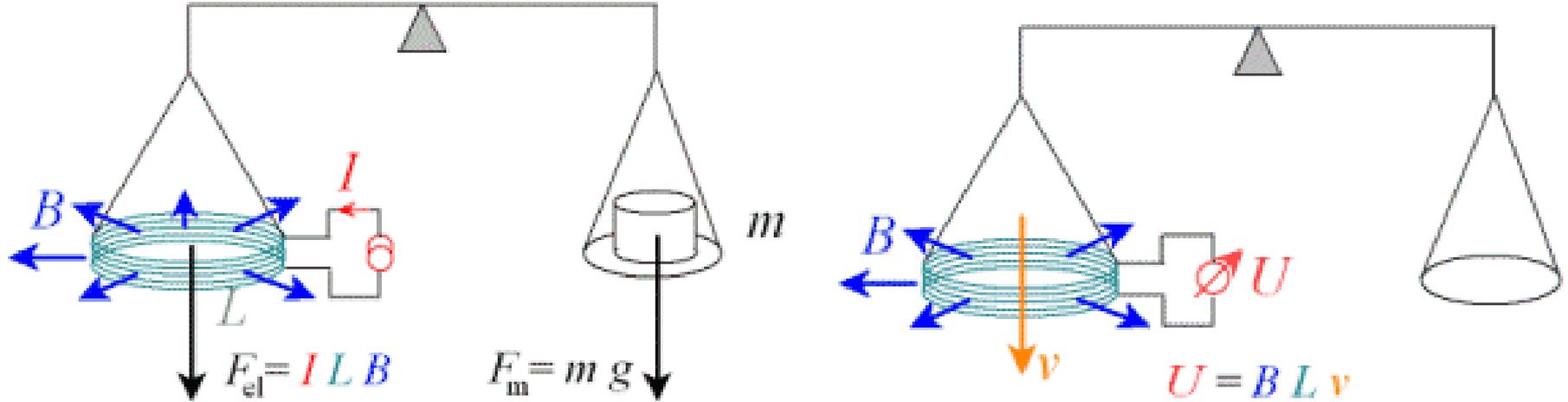
Masse : Deux solutions en concurrence

1) Nouveau kilogramme étalon : boule de silicium ?



Comptage
des atomes

2) Nouveau kilogramme étalon : Balance du Watt ?



Phase statique

$$mg = B.L.I$$

Phase dynamique

$$U = B.L.v$$

$$U I = m g v \Rightarrow m.g.v = A.h$$

constante de Planck h , $A = f(U, v, R)$

<http://medialab.sciencespo.fr/controversies/2010/Kilogramme/projets.html>

Différentes approches

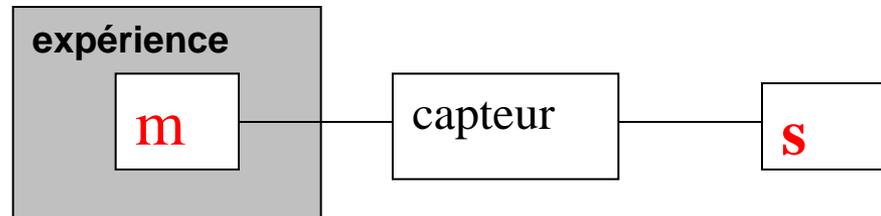
- Langage populaire : mesure **bonne** ou **mauvaise**
- Domaine scientifique ou industrielle :
Approche **quantitative**
Encadrement « + ou – »
Probabilité

**"Ce monde est pénétré des applications de la mesure ; toute connaissance, non mesurable, est frappée d'un jugement de dépréciation.
Le nom de "science" se refuse de plus en plus à tout savoir intraduisible en chiffre."**

Paul Valéry (1871-1945) : Poète, critique littéraire, essayiste , académicien

Toute mesure est entachée d'erreur.

1) MESURANDE ET SIGNAL DE SORTIE



mesurande **m. : grandeur à mesurer**

signal de sortie = **S**

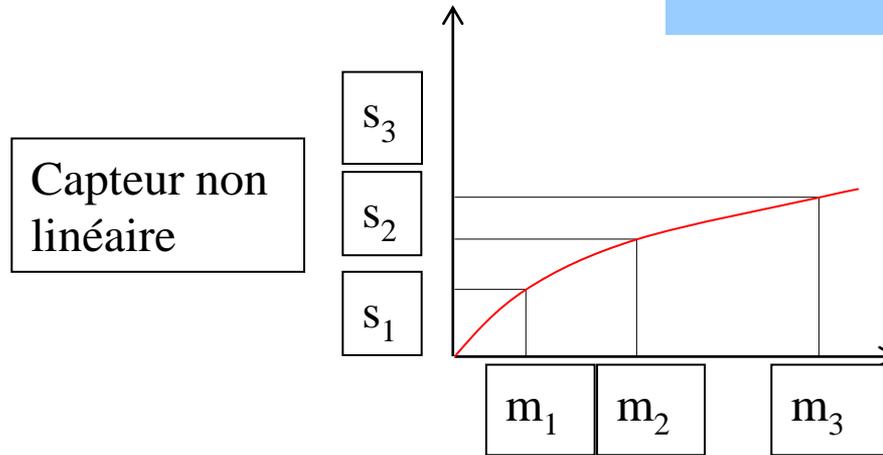
le capteur est caractérisé par la relation $s = F(m)$

On s'intéresse uniquement au **CAS STATIQUE** :

⇒ **CAS DYNAMIQUE : COURS DE TRAITEMENT DU SIGNAL**

$$ds = S \cdot dm$$

$$S = \frac{ds}{dm}$$



S est la sensibilité du capteur en unités physiques

Exemple : pour un débitmètre :

m en m^3/s

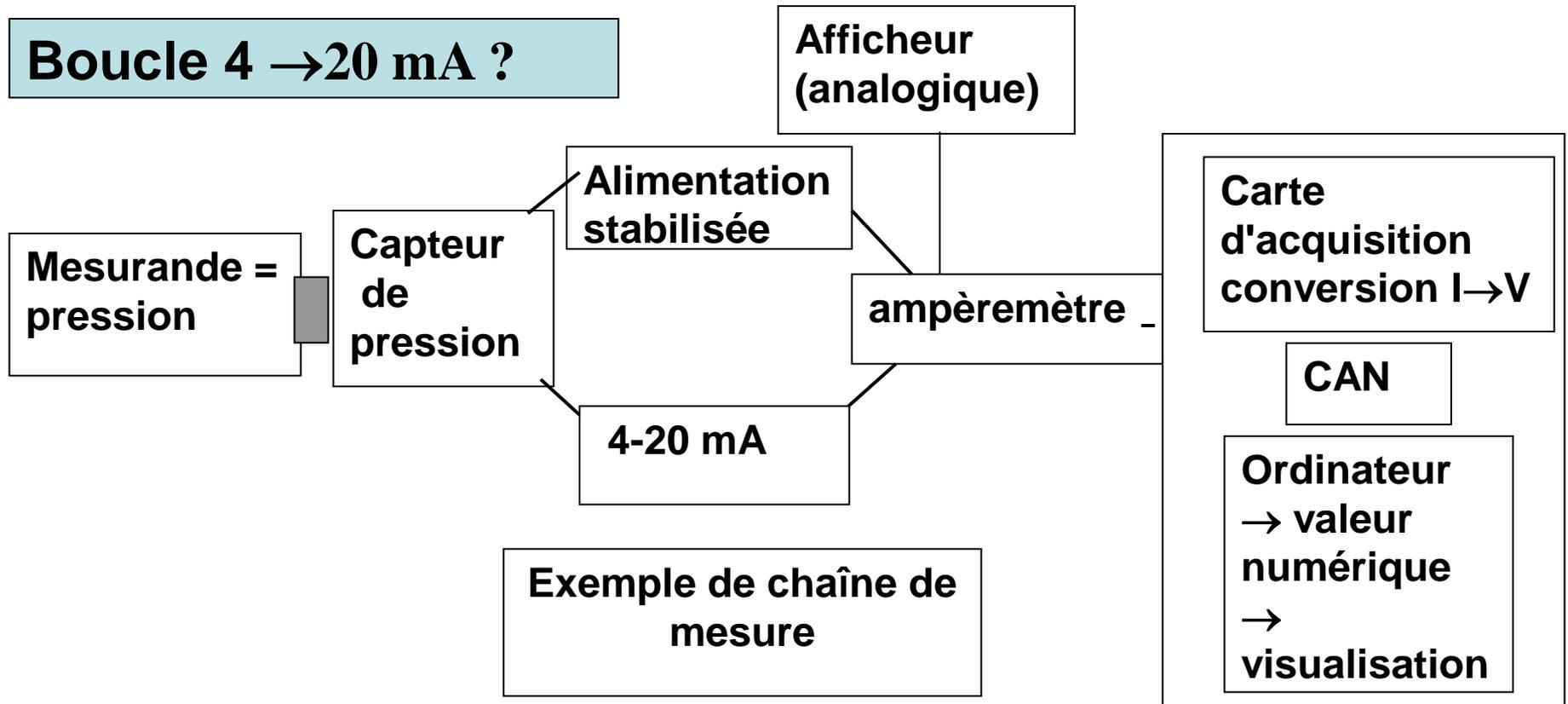
s en Volt

S en Volt / (m^3/s)

Capteur linéaire : **S** est indépendant de **m** : $s = a \cdot m + b$

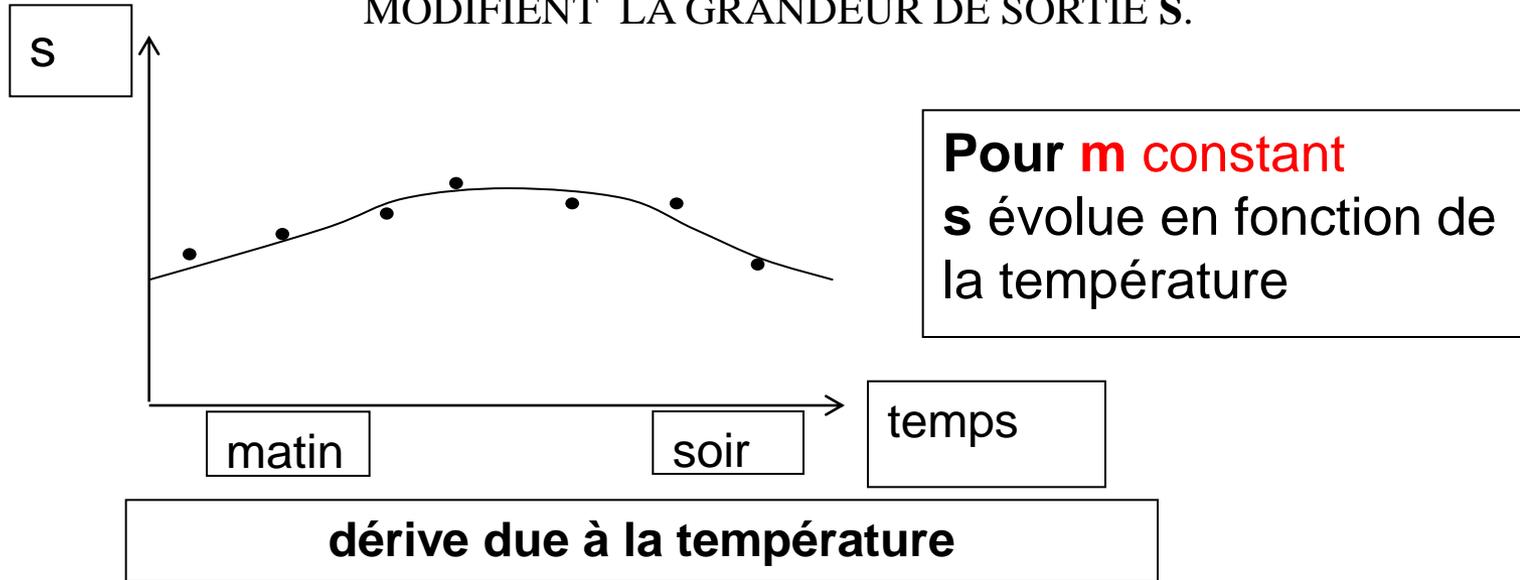
CHAINE DE MESURE

L'ensemble des différents éléments situés entre le mesurande et le maillon final constitue la chaîne de mesure.



2) LES GRANDEURS D'INFLUENCE

GRANDEURS PHYSIQUES EXTÉRIEURES AUTRES
QUE LA GRANDEUR PHYSIQUE À MESURER ET QUI
MODIFIENT LA GRANDEUR DE SORTIE S.



Quelques grandeurs d'influence

- Température : électronique
- Champ magnétique
- Vibrations : capteur de pression
- hygrométrie

$$s = F(m, g_1, g_2, \dots, g_i)$$

g_i sont les grandeurs d'influence

g_1, g_2, \dots, g_i sont supposés constant : pas complètement vrai

Remède : étalonnages périodiques

3) ETALONNAGE

Etablissement de la relation $s = F(m)$ sous forme graphique ou algébrique compte tenu des paramètres additionnels g_i susceptibles de modifier s .

En pratique étalonnage « simple »

étalonnage impérativement avec tous les maillons de la chaîne.

Périodiquement : soit avant et après une expérience.

"raccordement"

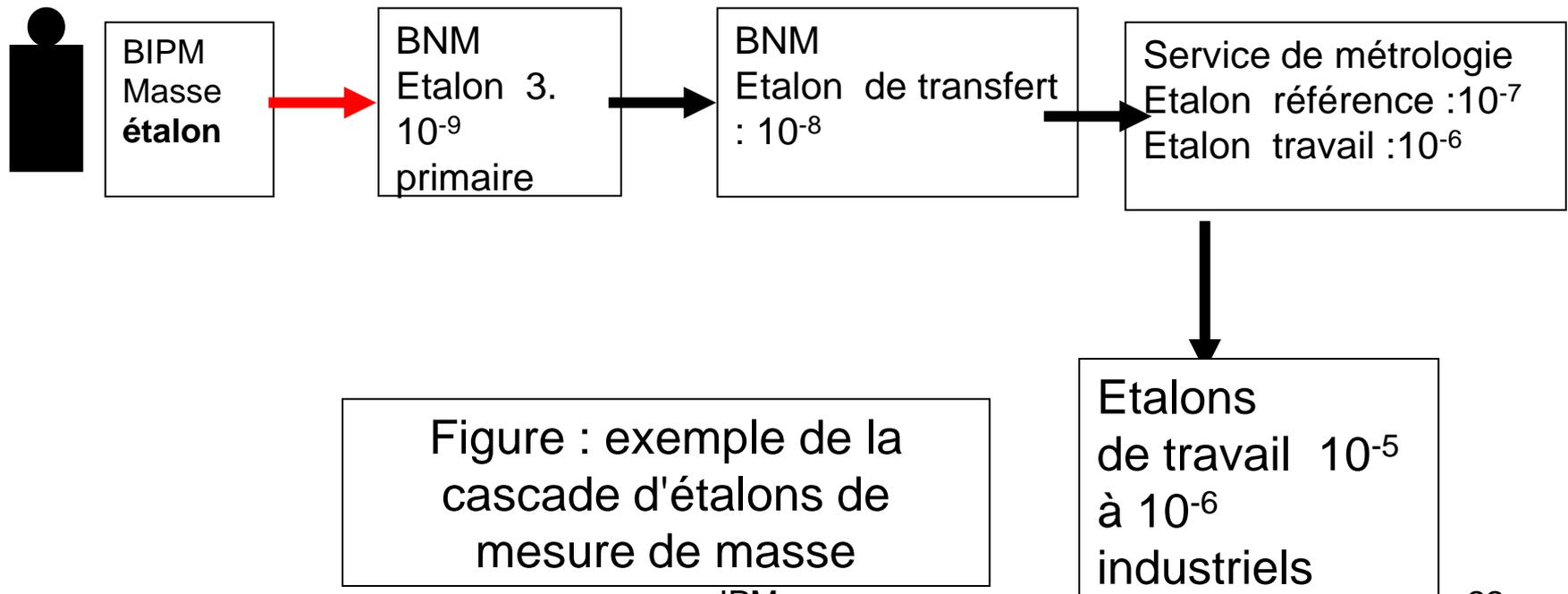
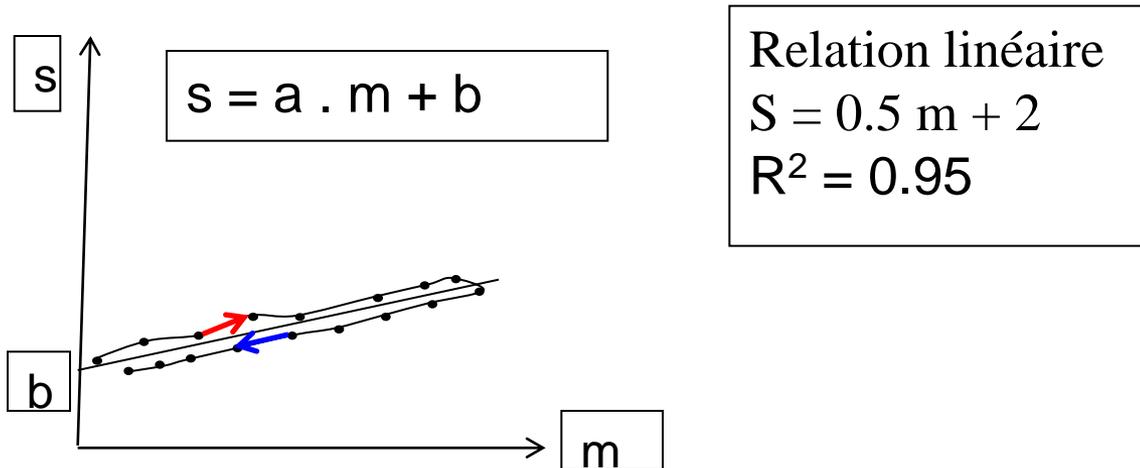


Figure : exemple de la cascade d'étalons de mesure de masse

Le RACCORDEMENT se fait par l'établissement de la relation $s = F(m)$ entre l'étalon de rang $n+1$ et l'étalon de rang n .

certificat de calibration : $s = F(m)$ en respectant un protocole expérimental.
Génération d'un **mesurande fixe et connu**.



Exemple : courbe d'étalonnage d'un capteur de pression
Montée et descente en pression: hystérésis

Cas 1 : Générateur de **pression** fixe : circuit étanche pressurisable

Mesure de pression : étalon rang n "raccordé"

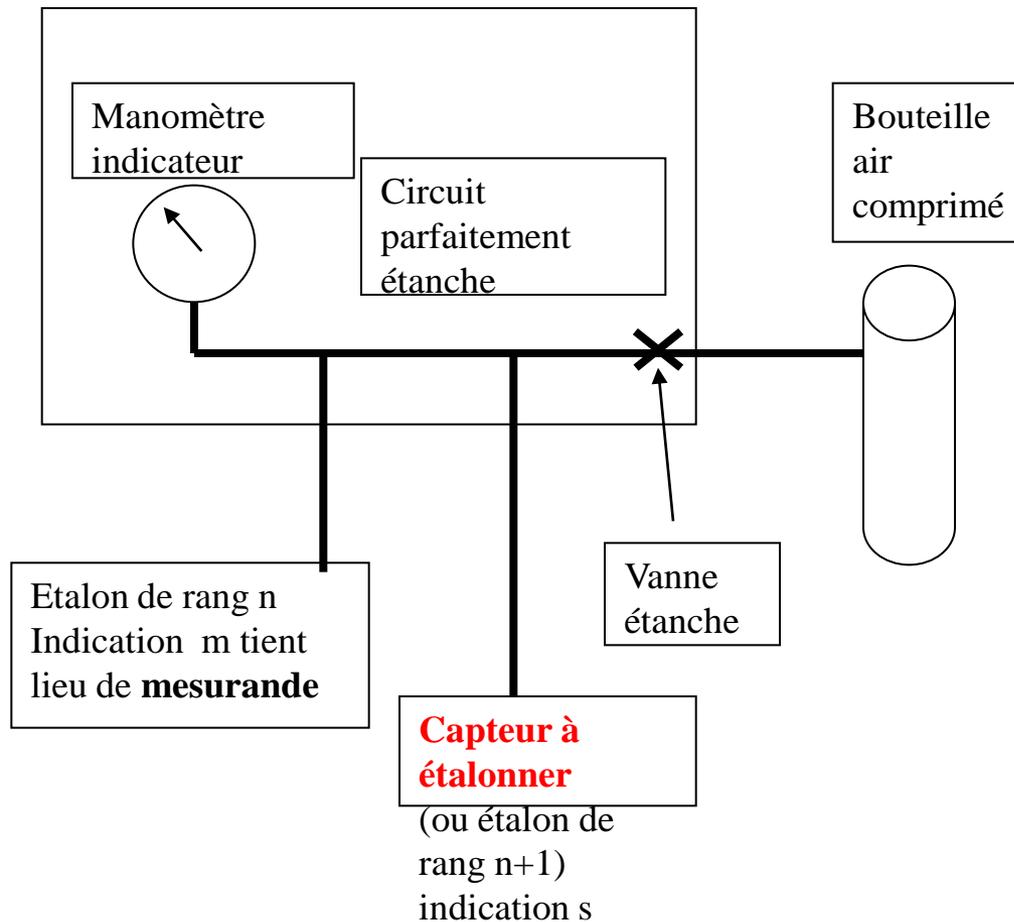


Figure : Banc d'étalonnage de pression

Cas 2 : génération d'une **pression fixe et connue**

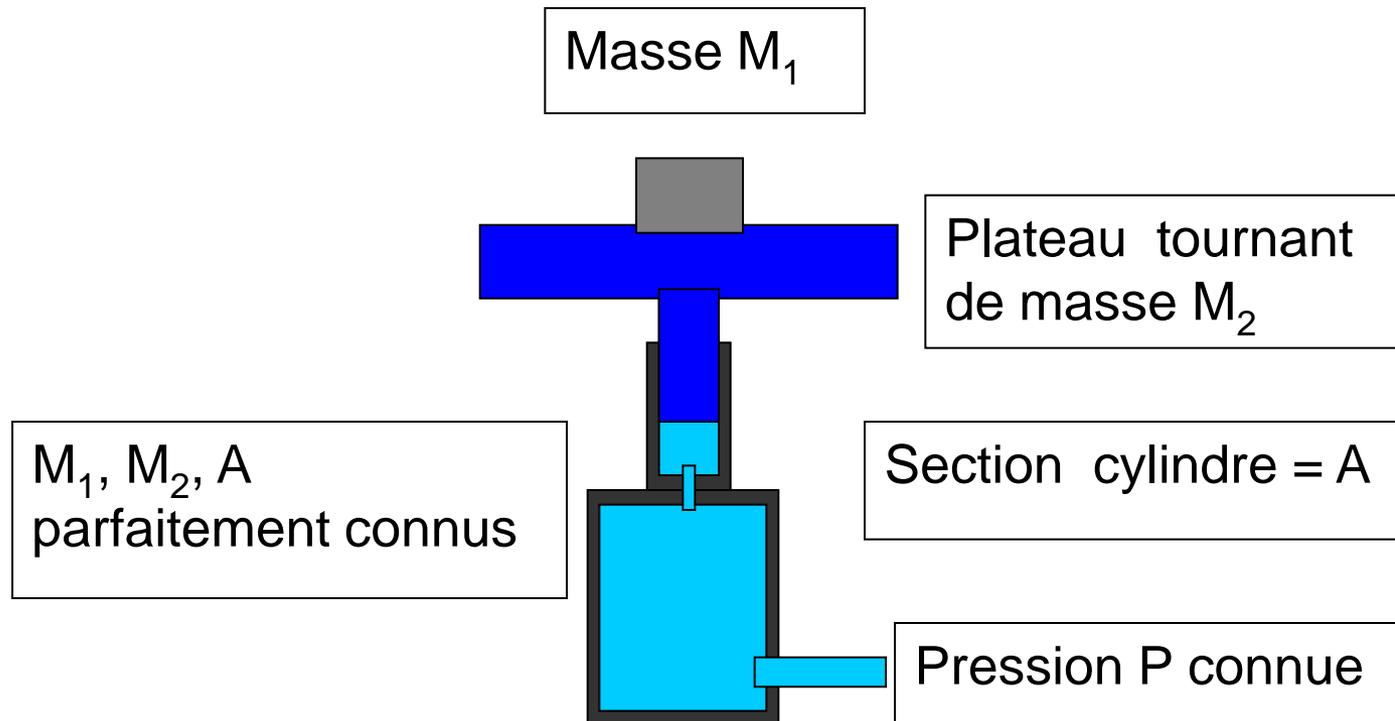


Figure : presse à étalonner

Presse à étalonner



Incertitude 0,025% de la lecture, stabilité sur 5 ans

Banc d'étalonnage de pression

Capteur à étalonner



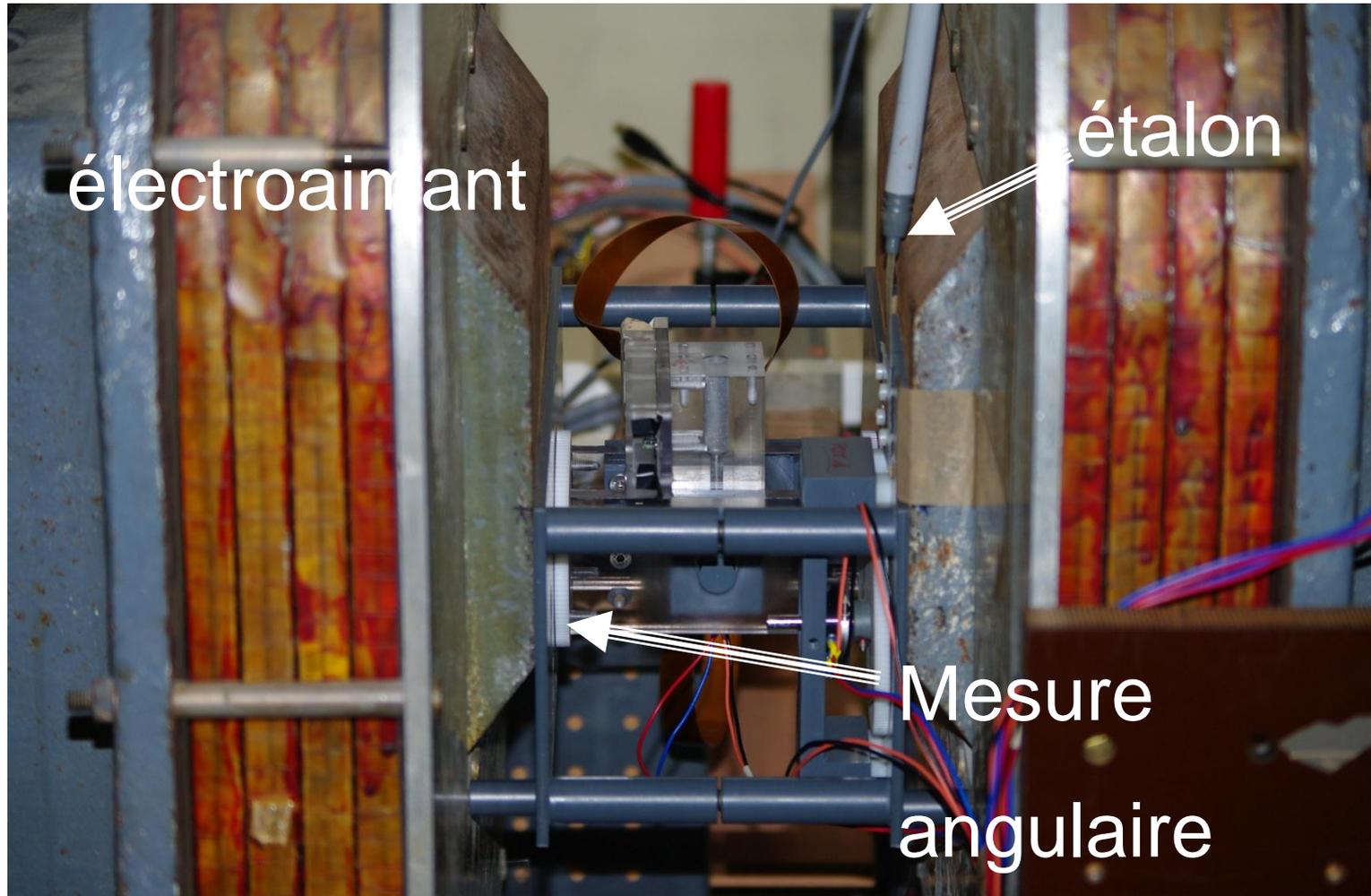
Appareil étalon de mesure de pression



Incertitude : 0.008% pour pour chaque gamme

Gammes de 0 à 140 mbar jusqu'à 400 bar
(Absolu / relatif / dépression)

« Étalonnage » au laboratoire



SD 834P/00/a3/02.00
52005129
F6MYYY

Endress+Hauser GmbH+Co
Postfach / P.O. Box 1261
D-79690 Maulburg

Calibration Report Kalibrationsprotokoll Procès verbal de contrôle et de calibration

Endress+Hauser confirms that all measuring equipment used to assure the quality of our products has been calibrated and is traceable to national and international standards.

Endress+Hauser bestätigt, daß die zu Qualitätsprüfungen des Erzeugnisses eingesetzten Meßmittel gültig kalibriert waren und auf nationale bzw. internationale Standards und Normen rückführbar sind.

Endress+Hauser certifie que la calibration des appareils a été effectuée avec des instruments de mesure étalonnés selon les normes nationales et internationales.

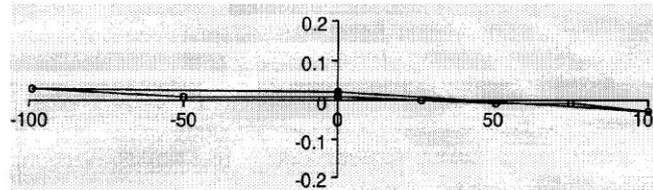


Deltabar S			
TAG-No. Commission/position Instrument type Serial number Sensor limits Adjusted measuring range Electronic type	Meßstelle Kommission/Position Geräte-Typ Seriennummer Sensor-Meßgrenzen Eingestellter Meßbereich Elektronik-Typ	Repère Commission/Position Type de l'appareil Numéro de série Gamme cellule Gamme de mesure ajustée Type d'électronique	48585671/0010 PMD235-KUBA9EH1C 74Q0238 -10 +10 mbar 0...100 Pa 4...20 mA

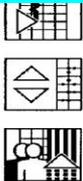
Measurement at ambient temperature 23 °C ± 5 °C
Messung bei Umgebungstemperatur 23 °C ± 5 °C
température ambiante 23 °C ± 5 °C

ERREUR

MAX : 0.03% EM



Pressure [%]
of cal. range
Druck [%]
kal. Bereich
Pression [%]
gamme cal.



%	Reference pressure Ref. Druck Pression de référence (mbar)	Actual pressure Istdruck Pression réelle (mbar)	Target output Sollausgang Sortie théorique (mA)	Actual output Istausgang Sortie réelle (mA)	Error Abweichg. Erreur (%) span/EM
-0	-0.001	0.000	11.999	12.002	0.02
-99	-9.907	-9.905	4.074	4.079	0.03
-50	-5.043	-5.044	7.965	7.967	0.01
0	0.000	0.000	12.000	12.002	0.01
27	2.694	2.694	14.155	14.156	0.00
51	5.117	5.115	16.094	16.092	-0.01
75	7.541	7.541	18.033	18.031	-0.01
100	9.966	9.964	19.972	19.967	-0.03
0	0.000	0.001	12.000	12.003	0.02

Date Print tested by	Datum Ausdruck geprüft von	Date vérifié par	22.11.2001 6926
-------------------------	-------------------------------	---------------------	--------------------

Quality made by
Endress+Hauser



ISO 9001
Überwacht vom
E+H-Kalibrationslabor
DKD-K-13001

Endress + Hauser
The Power of Know How



Capteur de pression industriel

Surpression possible

Deltabar



TP ventilateur

ERREUR

MAX : 0.03% EM

1000 €



Capteur de pression piezorésistif

TP coup de bélier



Typique : 0,25 %EM

200 €



4) TYPES D'ERREURS : SYSTÉMATIQUES ET ACCIDENTELLES

a) erreurs systématiques

- défaut de l'appareil : détérioré
- mode opératoire : mauvais étalonnage=> respecter le protocole

b) erreurs accidentelles

Causes multiples et variées

Difficiles à déceler et à analyser

Signe aléatoire

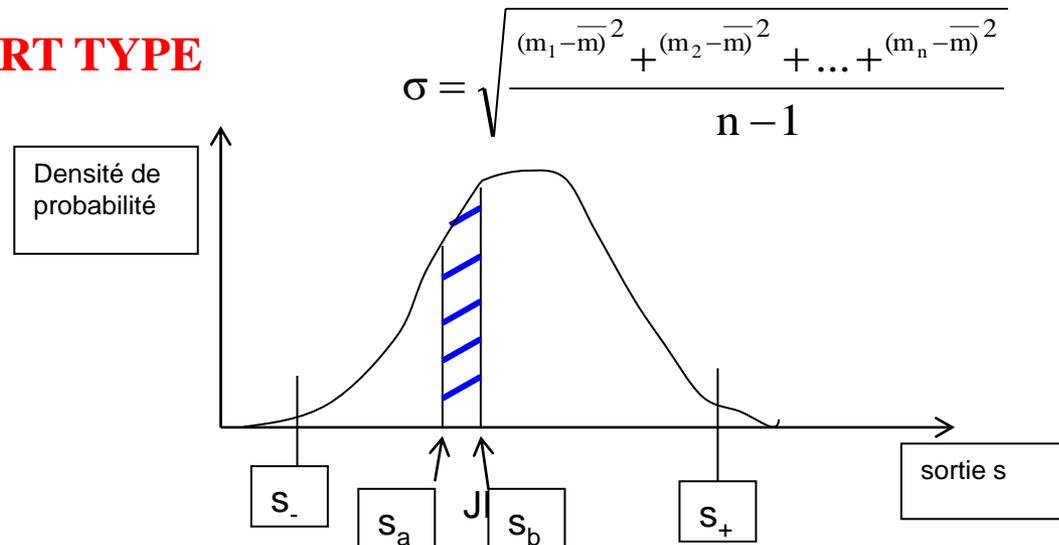
Un mesurande constant => séquence aléatoire.

$$\bar{m} = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{n}$$

Grand nombre n de mesure => densité de probabilité.

Caractérisation de la dispersion des mesures par l'écart type σ

ECART TYPE



La probabilité d'obtenir une mesure entre s_a et s_b est représentée par l'aire hachurée.

On peut obtenir une borne sur l'erreur au sens probabilistique.

$$P(s_1, s_2) = \int_{s_a}^{s_b} P(s) ds$$

loi Gaussienne (n variables indépendantes) \Rightarrow

On peut trouver s_+ et s_- tel que $P(s \in [s_-, s_+]) = 95\%$ ou 99% .

$$P(\bar{m} \pm 2\sigma) = 95\% \text{ norme}$$

Valeur vraie

$\bar{m} - 3\sigma$

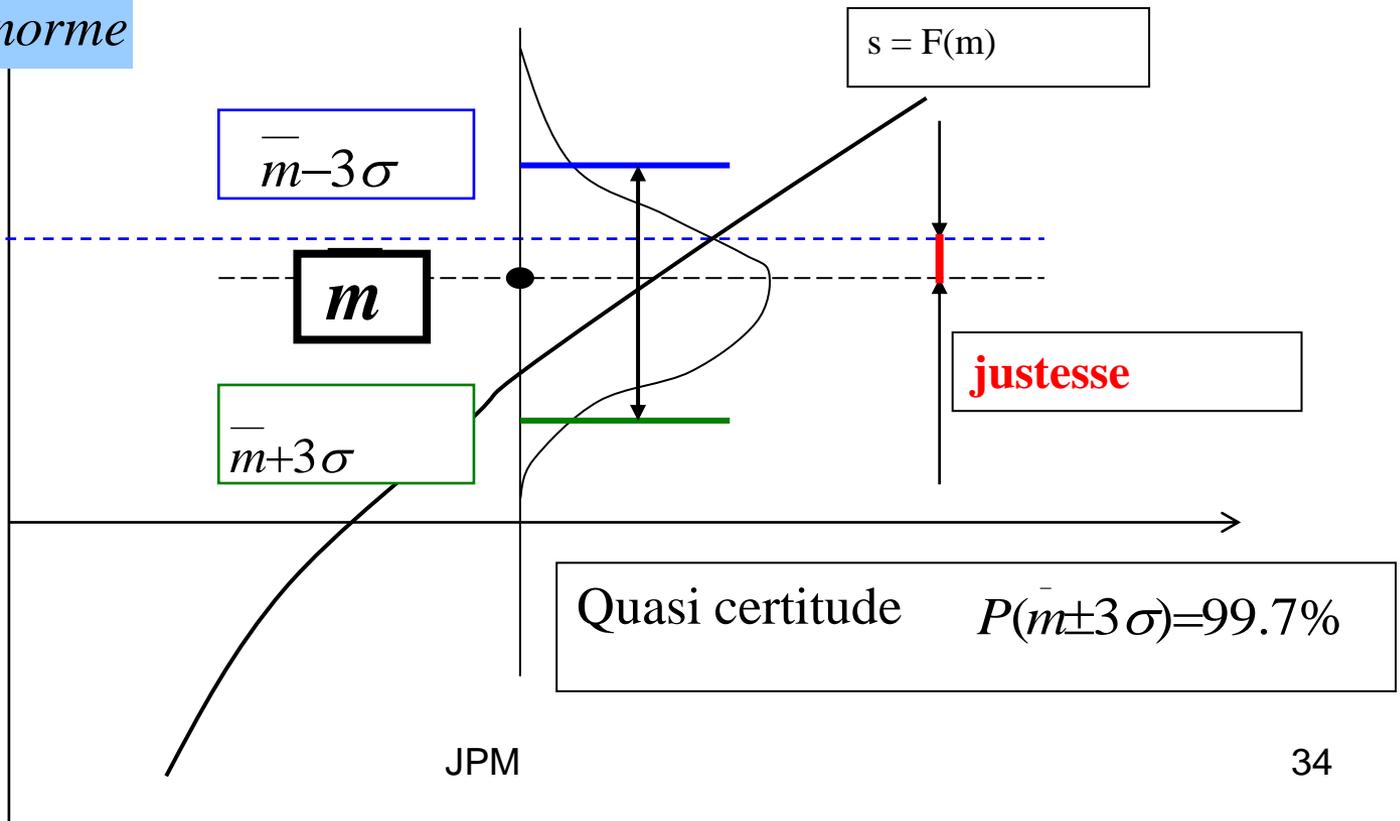
m

$\bar{m} + 3\sigma$

$s = F(m)$

justesse

Quasi certitude $P(\bar{m} \pm 3\sigma) = 99.7\%$



EXEMPLE :



Sondage d'opinion pour une élection entre A et B .

Un échantillon de 1000 personnes représentatif de la population est interrogé.

Résultat sur les personnes qui se sont exprimées :

48 % pour A

52 % pour B

Que pensez vous de la pertinence de ce résultat ?

EXEMPLE : SONDAGE RÉALISÉ PAR UN MÉDIA

$$1/\sqrt{n}=0,03$$

Résultat sur les personnes qui se sont exprimées :

48 % pour A + ou -3 % **45 % <A<51 %**
52 % pour B + ou - 3% **49 % <A<54 %**

<http://www.eleves.ens.fr/pollens/seminaire/seances/sondages/Technique-sondage.htm>

<http://images.math.cnrs.fr/La-fourchette-d-un-sondage.html>

Nombre de personnes interrogées	Fourchette (le résultat s'y trouve avec une probabilité de 95%)
100	~ 10 %
400	~ 5 %
1000	~ 3 %
1600	~ 2,5 %
10 000	~ 1 %

Justesse, fidélité

- La **justesse** est représentée par l'écart entre la valeur vraie et la valeur moyenne.

C'est l'aptitude de l'appareil à donner des résultats qui ne sont pas entachés d'erreur.

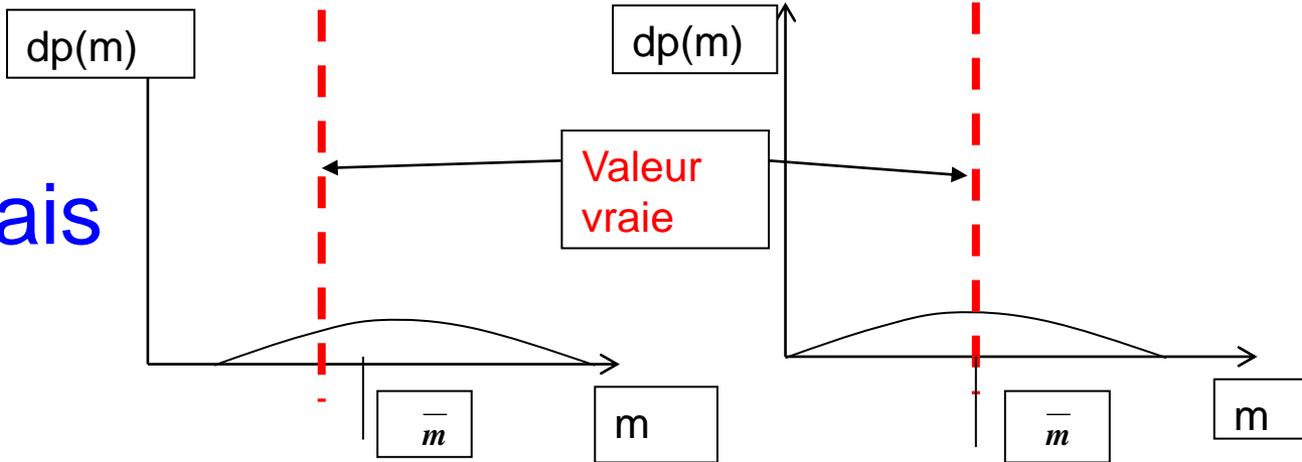
Plus cet écart est réduit, plus le capteur est juste.

- La **fidélité** est caractérisée par l'aplatissement de la courbe de densité de probabilité.

La fidélité définit la dispersion des résultats

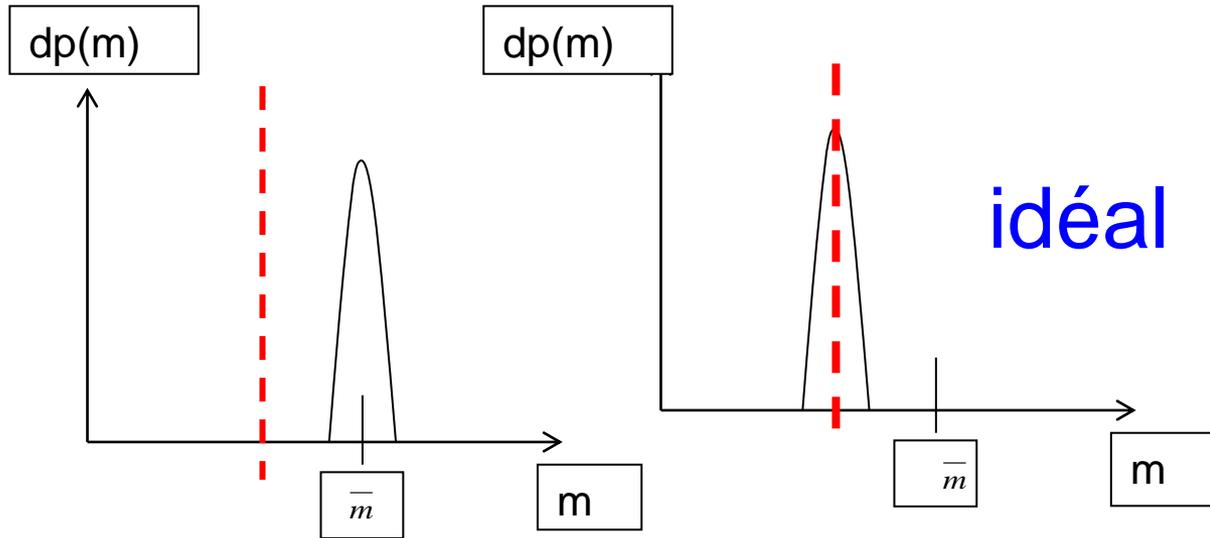
Plus la courbe est pointue, plus le capteur est fidèle.

mauvais



Capteur : pas fidèle, pas juste *

Capteur : juste, pas fidèle **



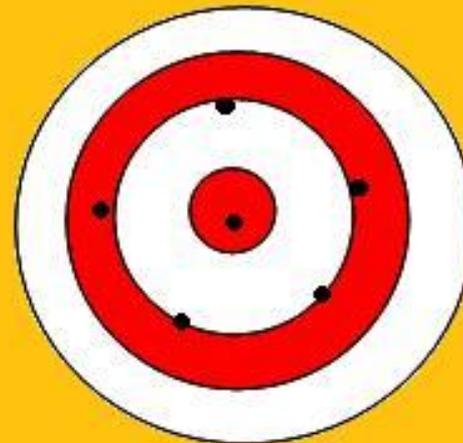
Capteur : fidèle, pas juste ***

Capteur : fidèle, juste ****

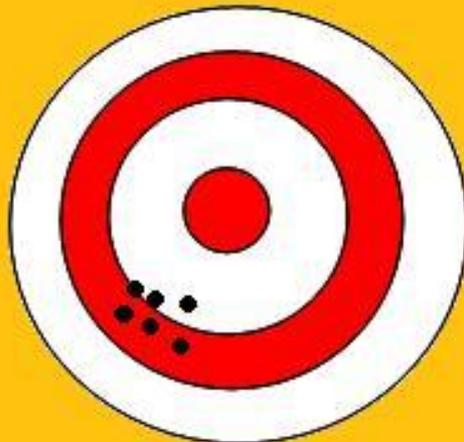
Types de capteurs



Ni juste, ni fidèle



Juste et non fidèle



Fidèle et non juste



Précis : juste et fidèle

Impossibilité d'établir cette loi de densité de probabilité.

Pas en TP : GUM : méthode mathématique statistique depuis 20 ans

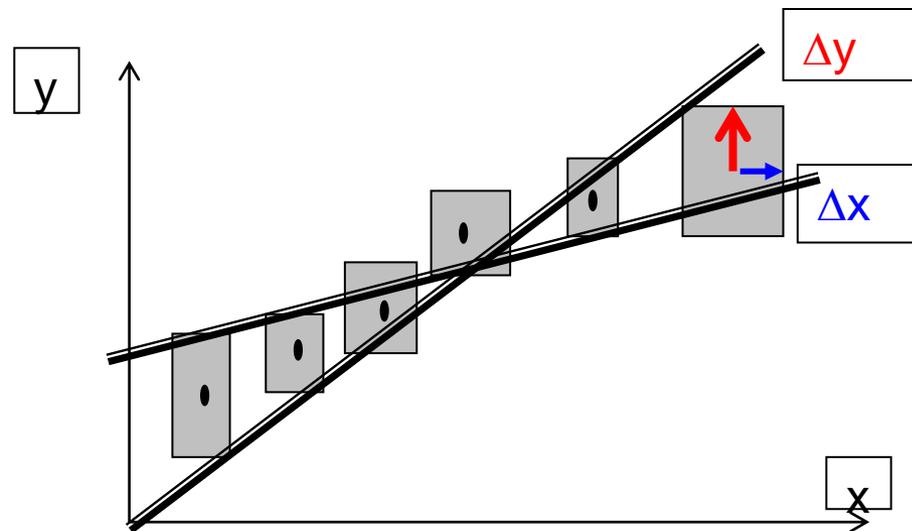
GUM : Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure

SIMPLIFICATION

Erreur absolue = valeur vraie – valeur mesurée

Estimer, évaluer les erreurs maximales de mesure

=> Rectangles d'erreur en X et Y. => **Travaux Pratiques**



$$Y = ax + y_0$$
$$a_{\min} < a < a_{\max}$$
$$y_{\min} < y < y_{\max}$$

5) CARACTÉRISTIQUES MÉTROLOGIQUES D'UN CAPTEUR

Précision \Leftrightarrow exactitude

INDICATIONS PROCHES DE LA VALEUR VRAIE DE LA GRANDEUR À MESURER.

fidélité et justesse

PRÉCISION EN POURCENTAGE DE L'ÉTENDUE DE MESURE

Etendue de mesure : EM

Plage de mesure située entre les valeurs extrêmes (mini- maxi) pour lesquelles les caractéristiques métrologiques sont garanties.

Capteur de pression

Non destruction \longrightarrow 3 EM

Non détérioration \longrightarrow 1.5 EM

Nominal \longrightarrow 1 EM

Dynamique : rapport entre les valeurs extrêmes de l'étendue de mesure
rapport du débit maximal au seuil détectable

Sensibilité : rapport entre la variation du signal de sortie et la variation du mesurande.

Résolution \Leftrightarrow mobilité, quantification : plus petite variation du mesurande modifiant le signal de sortie s.

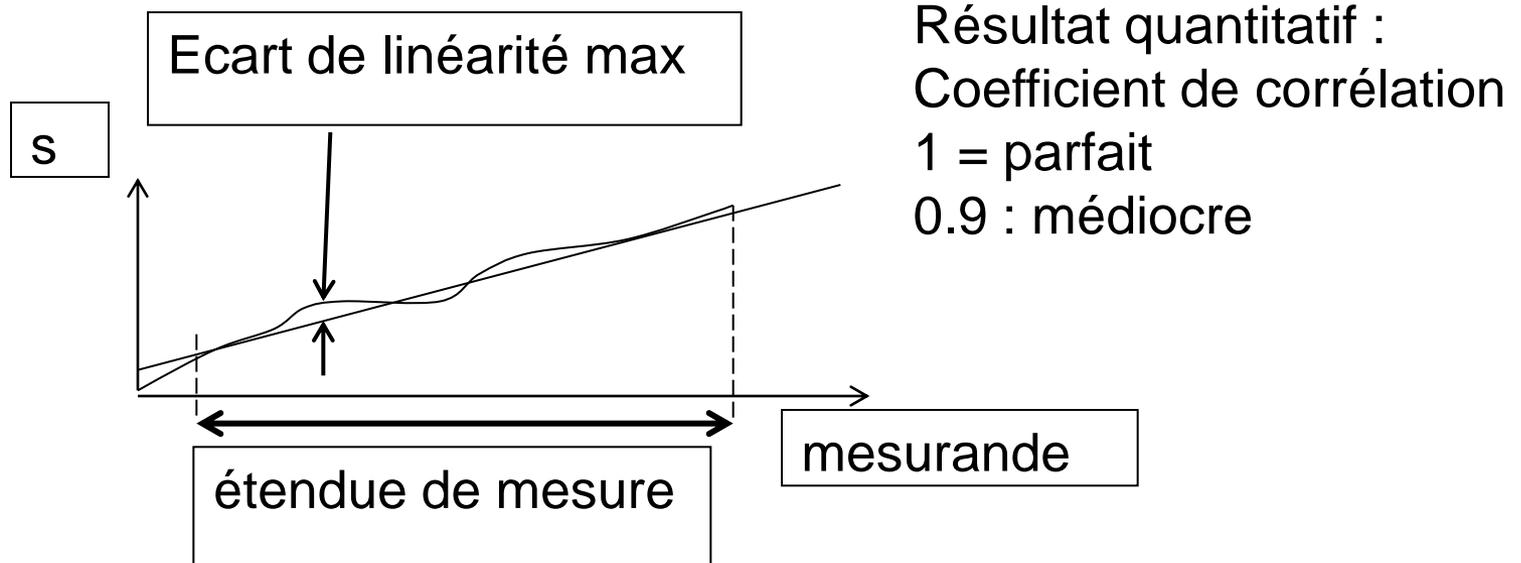
Seuil : plus petite valeur mesurable JPM

Linéarité adéquation avec une formulation du type :

$$s = a \cdot m + b$$

Sensibilité indépendante de la valeur du mesurande

linéarité : caractérisée par le **coefficient de corrélation**

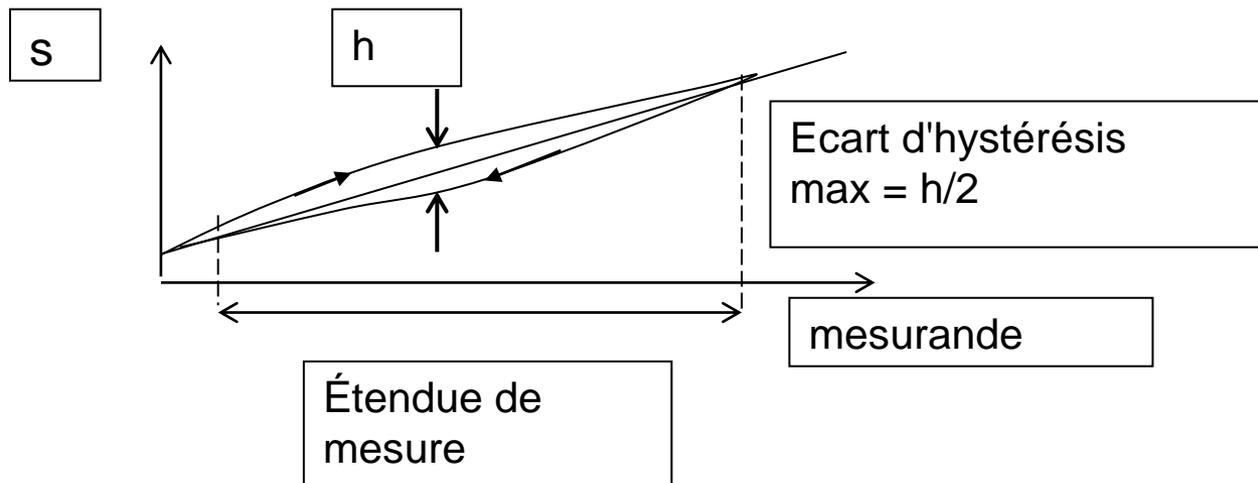


Décalage de zéro : offset

Décalage à l'origine du signal de sortie (ex : dérive thermique)

Hystérésis \Leftrightarrow réversibilité

Différence de valeurs de s suivant l'approche d'une valeur donnée variant de façon croissante ou décroissante.



Dérive : variation monotone de la sortie pour une entrée constante

Répétabilité \Leftrightarrow reproductibilité, répétitivité

Caractérisé par les différentes valeurs successives obtenues avec un mesurande constant durant un temps court devant une variation significative du mesurande.

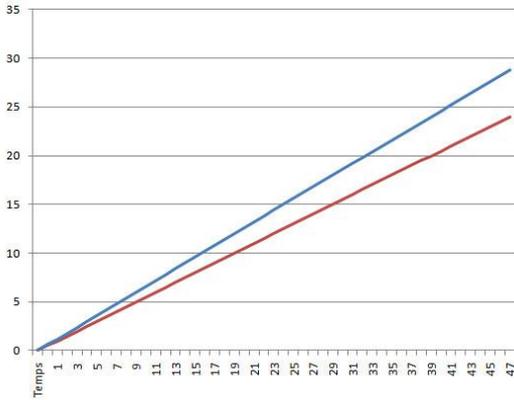
Finesse \Leftrightarrow discrétion

Influence du capteur sur le mesurande

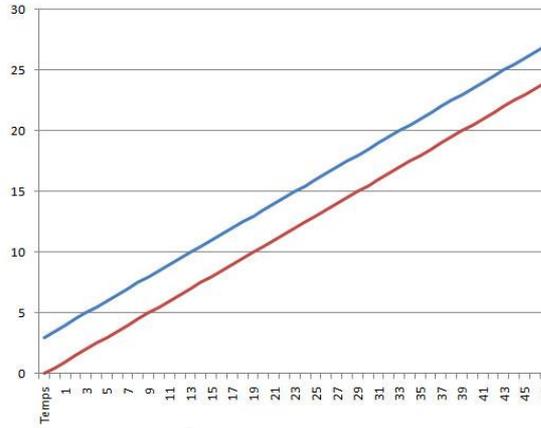
Ex : mesure de force avec un dynamomètre : force "prélevée"

Ex : mesure de déplacement optique : pas de modification du mesurande

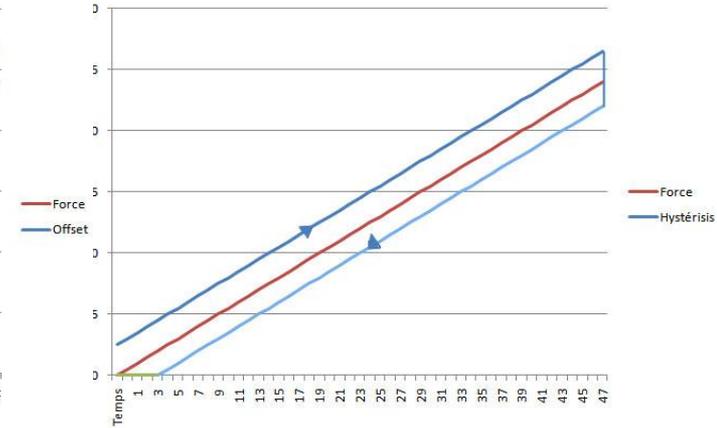
Principaux défauts



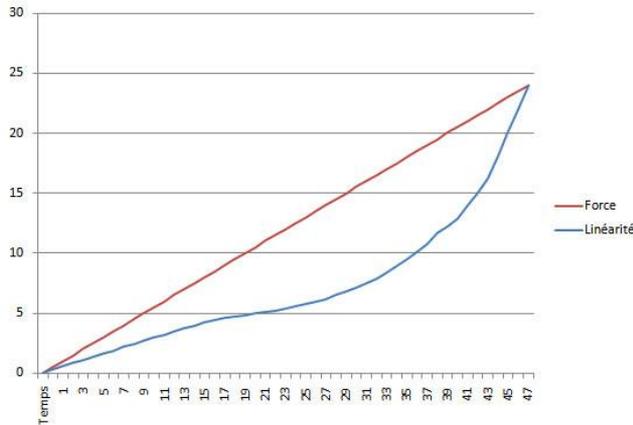
gain



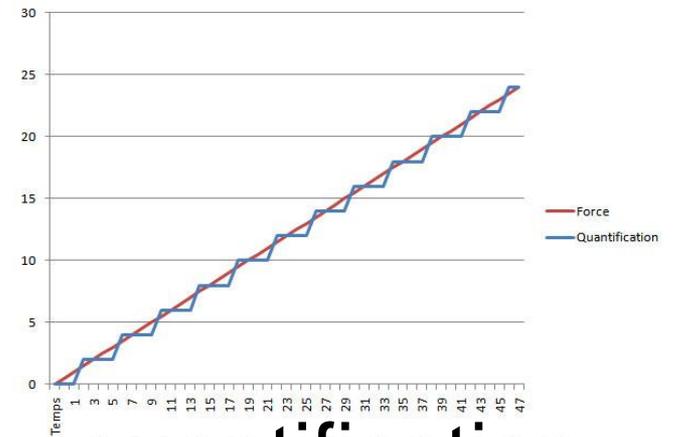
Offset



hystérésis



linéarité



quantification

CRITÈRES DE CHOIX D'UN CAPTEUR

- Type de grandeur à mesurer
- Etendue de mesure
- Précision requise : $\text{prix} \approx \exp(1/\text{précision})$
- Possibilité d'implantation : poids, encombrement, possibilité de câblage
- Grandeurs d'influence spécifiques : haute température, pression, humidité

Une précision de mesure élevée peut demander l'utilisation de plusieurs capteurs dont les EM se chevauchent.

*Prix

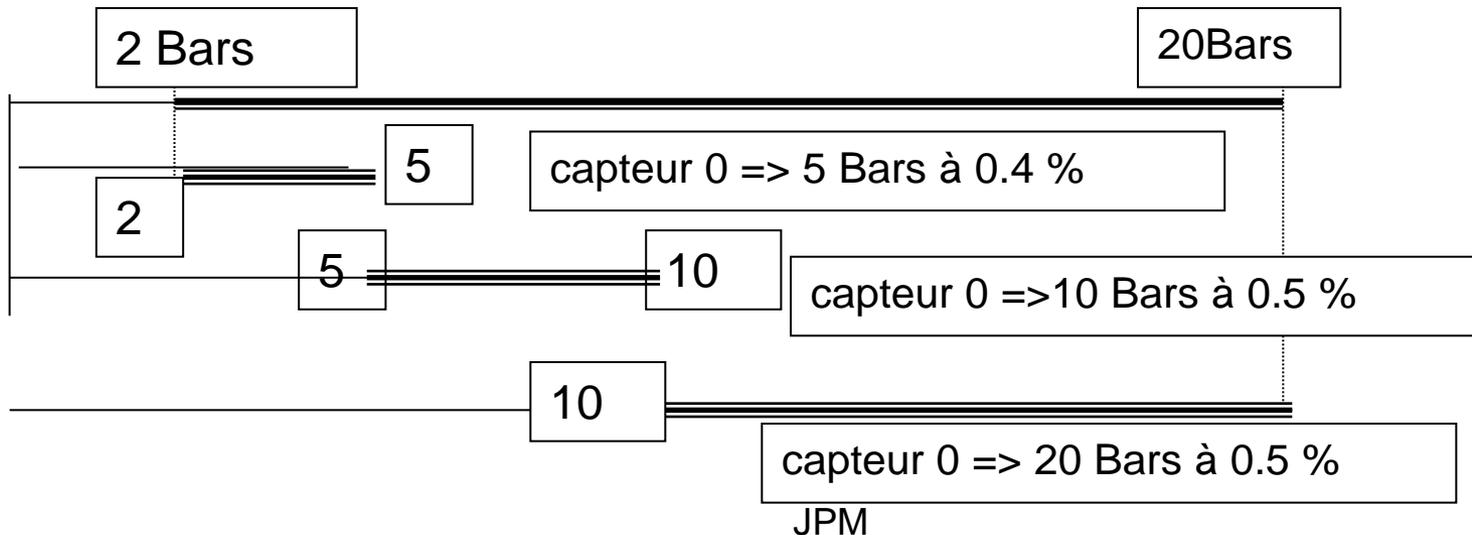
*Impossibilité technique : contrainte de poids (spatial, accélération)

Ex : On veut mesurer une pression entre 2 et 20 Bars avec une précision de 1/100 sur toute cette gamme soit 0.02 Bar absolu à 2 Bar.

Définir 3 capteurs de précision courante : gamme et précision permettant d'obtenir une précision de 1% sur toute cette gamme de mesure

solution 1 : Un seul capteur EM 20 Bars à 0.1%
Prix élevé

solution 2 : 3 capteurs basiques
capteur 0 à 5 Bars à 0.4 %
+ capteur 0 à 10 Bars à 0.5 %
+ capteur 0 à 20 Bars à 0.5%



Anecdotes

- Capteur « Turbulence de plancher »
- Rigueur dans les documents
moulinet 2 ou 4 pales : procès
- Certificats étalonnages obligatoires pour postuler à certains marchés
- Turbine rendement $> 100\%$ (masses)
- Dérive débitmètre électromagnétique 20%

PHYSIQUE : Thermométrie



Thermomètre à mercure en verre

Quelle est la température du liquide ?

<http://www.brand.de/fr>

Le calibrage /correction de colonne émergente
Sauf spécification contraire, les
thermomètres sont calibrés "pour
immersion totale".

Paramètres de correction :

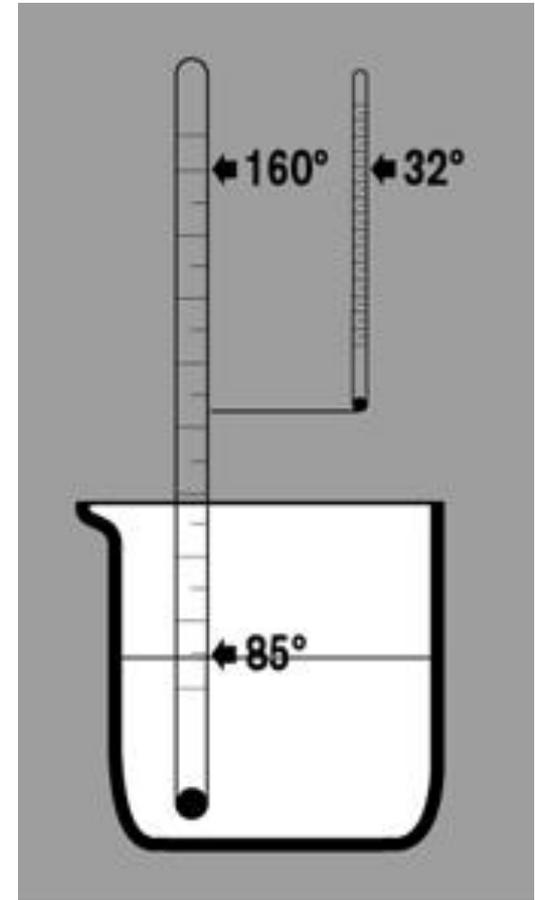
*Température **ambiante** : $\Theta_0 = 32 \text{ }^\circ\text{C}$

*Nombre de graduations **hors liquide** :
entre $\Theta' = 85^\circ\text{C}$ et $\Theta = 160^\circ\text{C}$

* K = inverse de la dilatation cubique
apparente du mercure dans le verre = 6300

Correction de la température liée à la colonne
émergente : $\Delta\Theta = (\Theta - \Theta') * (\Theta - \Theta_0) / K$

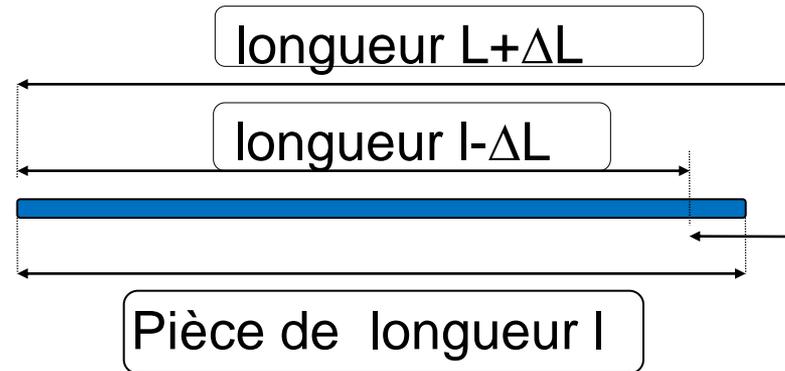
t corrigée = 161.5 °C



6) "CALCUL" DES INCERTITUDES DE MESURE

Δl Erreur absolue = | valeur mesurée – valeur vraie |

ou Incertitude absolue Δl : erreur de mesure d'une grandeur exprimée en unité physique



$$l - \Delta l < \text{valeur } l \text{ vraie} < l + \Delta l$$

$$\text{incertitude relative} = \frac{\Delta l}{l} : \text{grandeur sans dimension}$$

Exemple : mesure du niveau dans une cuve avec un limnimètre à pointe.
incertitude de mesure absolue : 0.2 mm

valeur mesurée : 45.3 mm

45.1 mm < valeur vraie < 45.5 mm

Il faut écrire : **$L = 45.3\text{mm} \pm 0.2 \text{ mm}$**

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{0.2}{45.3} = 0.44\%$$

l'erreur est de l'ordre correspondant au dernier chiffre indiqué.
éliminer les décimales non significatives.

Ne pas écrire : $pression = 4500.125843 \text{ Pa} \Rightarrow \Delta P = 1. \cdot 10^{-6} \text{ Pa}$

NON : ~~$T = 5.025 \pm 0.053 \text{ N}$~~

écrire : $pression = 45.0 \text{ Hecto Pa} \Rightarrow \Delta P = 10 \text{ Pa}$

OK : $T = 5.1 \pm 0.3 \text{ N}$

Utilisation d'un tableur : choisir le nombre de décimales ayant un sens physique.

Définir le nombre de décimales par colonne ou par feuille.

43,92379765	1157,58	2315,16	0,23383116	0,46766232		
44,29446918	1177,2	2354,4	0,2377944	0,4755888		
44,29446918	1177,2	2354,4	0,2377944	0,4755888		
44,29446918	1177,2	2354,4	0,2377944	0,4755888		
46,4564312	1294,92	2589,84	0,26157384	0,52314768		
46,80705075	1314,54	2629,08	0,26553708	0,53107416		
46,80705075	1314,54	2629,08	0,26553708	0,53107416		
46,10314523	1275,3	2550,6	0,2576106	0,5152212		
43,73728387	1147,77	2295,54	0,23184954	0,46369908		
41,23590668	1020,24	2040,48	0,20608848	0,41217696		
39,20331619	922,14	1844,28	0,18627228	0,37254456		
37,49799995	843,66	1687,32	0,17041932	0,34083864		
37,49799995	843,66	1687,32	0,17041932	0,34083864		
36,16628264	784,8	1569,6	0,1585296	0,3170592		
35,25053191	745,56	1491,12	0,15060312	0,30120624		
34,78361683	725,94	1451,88	0,14663988	0,29327976		
36,16628264	784,8	1569,6	0,1585296	0,3170592		
38,36013556	882,9	1765,8	0,1783458	0,3566916		
41,23590668	1020,24	2040,48	0,20608848	0,41217696		
44,66206444	1196,82	2393,64	0,24175764	0,48351528		
46,80705075	1314,54	2629,08	0,26553708	0,53107416		
47,50052631	1353,78	2707,56	0,27346356	0,54692712		
47,15506335	1334,16	2668,32	0,26950032	0,53900064		
47,15506335	1334,16	2668,32	0,26950032	0,53900064		
47,15506335	1334,16	2668,32	0,26950032	0,53900064		
47,15506335	1334,16	2668,32	0,26950032	0,53900064		
46,80705075	1314,54	2629,08	0,26553708	0,53107416	Coefficient de traînée	
46,80705075	1314,54	2629,08	0,26553708	0,53107416		
46,80705075	1314,54	2629,08	0,26553708	0,53107416	Cx	DCx
			6,61662918	13,23325836	1,768758405	0,078596731

Méthode de calcul directe de l'erreur relative par le biais du logarithme

$$Q = \frac{V}{T} \quad \Rightarrow \quad \text{Log}Q = \text{Log}V - \text{Log}T \quad \Rightarrow \quad \frac{dQ}{Q} = \frac{dV}{V} - \frac{dT}{T}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{\Delta Q}{Q} \leq \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta T}{T}}$$

méthode de calcul variationnelle

$$dV = \frac{\partial \cdot V}{\partial \cdot x} \cdot dx + \frac{\partial \cdot V}{\partial \cdot y} \cdot dy + \frac{\partial \cdot V}{\partial \cdot z} \cdot dz$$

$$\Delta x = |dx|$$

$$\Delta y = |dy|$$

$$\Delta z = |dz|$$

$$\Delta V = \left| \frac{\partial \cdot V}{\partial \cdot x} \right| \cdot \Delta x + \left| \frac{\partial \cdot V}{\partial \cdot y} \right| \cdot \Delta y + \left| \frac{\partial \cdot V}{\partial \cdot z} \right| \cdot \Delta z$$



$$\frac{\Delta V}{V} \neq \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta z}{z}$$

somme

$$V = x + y - z$$

$$dV = dx + dy - dz$$

$$\Delta V = \Delta x + \Delta y + \Delta z$$

$$\boxed{\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta x + \Delta y + \Delta z}{V}}$$

produit

$$V = x * y * z$$

$$dV = y * z * dx + x * z * dy + x * y * dz$$

$$\text{produit } \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta z}{z}$$

quotient

$$V = \frac{x}{y}$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{dx}{x} - \frac{dy}{y}$$

$$\text{quotient.} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta x}{x} - \frac{\Delta y}{y}$$

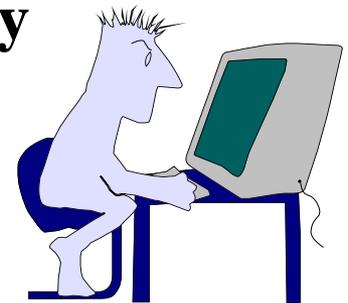
Cas particulier où l'on retrouve la **même grandeur** au numérateur et au dénominateur. Afin de ne pas majorer artificiellement l'erreur, faire le calcul différentiel et grouper les termes avant de majorer.

$$v = \frac{x}{x-y}$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \left| \frac{1}{x} - \frac{1}{x-y} \right| \cdot \Delta x + \left| \frac{1}{x-y} \right| \cdot \Delta y$$

$$\frac{dv}{v} = \frac{dx}{x} - \frac{d(x-y)}{x-y} = \frac{dx}{x} - \frac{dx}{x-y} + \frac{dy}{x-y}$$

$$\frac{dv}{v} = dx \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-y} \right) + dy \cdot \left(\frac{1}{x-y} \right)$$



7) ESTIMATION PRATIQUE DES INCERTITUDES RELATIVES

-distinction entre la **précision intrinsèque** de l'instrument de mesure et LA PRÉCISION EFFECTIVE de la mesure.

Exemple :

mesure de niveau d'une surface libre

limnimètre à pointe $\Delta l = 0.2 \text{ mm}$

fluctuations de l'ordre de **1 mm = vrai Δl**

- TOLÉRANCE DIMENSIONNELLE de réalisation

plan du bureau d'étude $+0.4$

orifice de diaphragme $D = 134 \text{ } +0$

$\Delta D = 0.2 \text{ mm}$

ordres de grandeur : bâtiment 1cm

chaudronnerie : 5mm

usinage classique : 0.1 mm

usinage de précision : 0.01 mm ou mieux

prix de réalisation \uparrow très rapidement avec la précision d'usinage (\sim exponentiellement)

-mesures de TEMPS:

temps de réponse de l'opérateur +
temps due à la méthode de détection
copies : 0.05 à 1 s
réaliste $\Delta t = 0.2$ à 0.4 s

- mesure des LONGUEURS

un opérateur apprécie la demi-division
vernier type pied à coulisse 1/20 de la
division initiale

-mesure des MASSES : exemple en fin
de cours

-hydraulique : débit, vitesse
mesure < 5 % : habituel
mesure < 2% : des précautions
mesure à < 0.5% : très délicat
mesures à mieux que 0.1% : centre
d'étalonnage

8) QUELQUES ERREURS CLASSIQUES

$$V = x + y + z$$

$$\frac{\Delta V}{V} \neq \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta z}{z}$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta x + \Delta y + \Delta z}{V}$$

- tarage d'un seuil

loi reliant le débit à la hauteur d'eau

$$Q_v = K \cdot h m^{3/2} = 0,1 \cdot h m^{3/2}$$

Résultat expérimental

$$Q_v = 0,1 \cdot h m^{1.45}$$

$$\text{Erreur relative} \neq \frac{1.5 - 1.45}{1.5}$$

$$\text{Erreur relative} = \frac{0.1 \cdot h m^{3/2} - 0.1 \cdot h m^{1.45}}{3/2}$$

Les **ERREURS ABSOLUES** Δx et Δy représentées par les rectangles d'erreur sont des **FONCTIONS** et non **PAS DES VALEURS FIXES**.

Dans le tableur une fonction interne de calcul permet à partir des résultats de mesure de calculer les fonctions barres d'erreur ΔX et ΔY et de les tracer directement.

Exemple simple :

Exemple 1 : TP HYDROJECTEUR

Mesure de débit par mesure de volume transité pendant un temps donné t.

$$Q = V / t = (S.h)/t = (L .l. h) / t$$

Remarque : 1 Δt au déclenchement du chronomètre + 1 Δt à l'arrêt du chronomètre

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta h}{h} + 2 \frac{\Delta t}{t}$$

Exemple 2 : TP VENTILATEUR

On cherche à calculer le débit du ventilateur à la vitesse de rotation N_0 sachant que la mesure a été effectuée à la vitesse N.

Soit N_0 la vitesse de référence visée correspondant à Q_0 et P_c .

Soit N la vitesse correspondant à Q et P_c

C_p est un coefficient de correction.

S est la section du diaphragme (diamètre D).

P_c est la différence de pression aux bornes du diaphragme mesurée par une hauteur d'alcool (masse volumique ρ_{al}) dans un tube en U.

g est l'accélération de la pesanteur

$$Q = C_p * S * \sqrt{\frac{2 * P_c}{\rho_{air}}}$$

$$Q_0 = Q * \frac{N_0}{N}$$

On sait que :

Calculez $\frac{\Delta Q}{Q} = . ?$

JPM

Les grandeurs d'entrée variables (grandeurs mesurées) sont

$$N \quad h_{\text{alcool}}$$

Les grandeurs calculées sont Q et H_s

$$Q = C_p * S * \sqrt{\frac{2 * P_c}{\rho_{\text{air}}}}$$

$$Q_o = C_p * \frac{\pi * D^2}{4} * \sqrt{\frac{2 * \rho_{al} * g * h}{\rho_{air}}} * \frac{N_o}{N}$$

$$\frac{\Delta Q_o}{Q_o} = \frac{\Delta C_p}{C_p} + 2 \frac{\Delta D}{D} + \frac{1}{2} \frac{\Delta \rho_{al}}{\rho_{al}} + \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g} + \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h} + \frac{1}{2} \frac{\Delta \rho_{air}}{\rho_{air}} + \frac{\Delta N_o}{N_o} + \frac{\Delta N}{N}$$

Certaines erreurs sont négligeables.

La masse volumique de l'alcool ρ_{al} , la masse volumique de l'air ρ_{air} (calculée dans les conditions de l'expérience), la valeur de g sont connues avec une précision très correcte ($< 0.2\%$).

N_o étant une valeur fixée, l'erreur est nulle par principe.

$$\frac{\Delta Q_o}{Q_o} = \frac{\Delta C_p}{C_p} + 2 \frac{\Delta D}{D} + \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta N}{N}$$

ΔC_p correspond aux erreurs d'interpolation pour la détermination de C_p (à évaluer sur la courbe) et l'imprécision de cette valeur.

ΔD correspond à la tolérance de l'usinage des diaphragmes (~ 0.2mm).

Δh correspond à l'erreur sur la mesure de la colonne d'alcool et sa fluctuation (~ 0.5mm).

ΔN correspond à l'erreur sur la mesure de la vitesse de rotation et sa fluctuation ~ 1 à 2

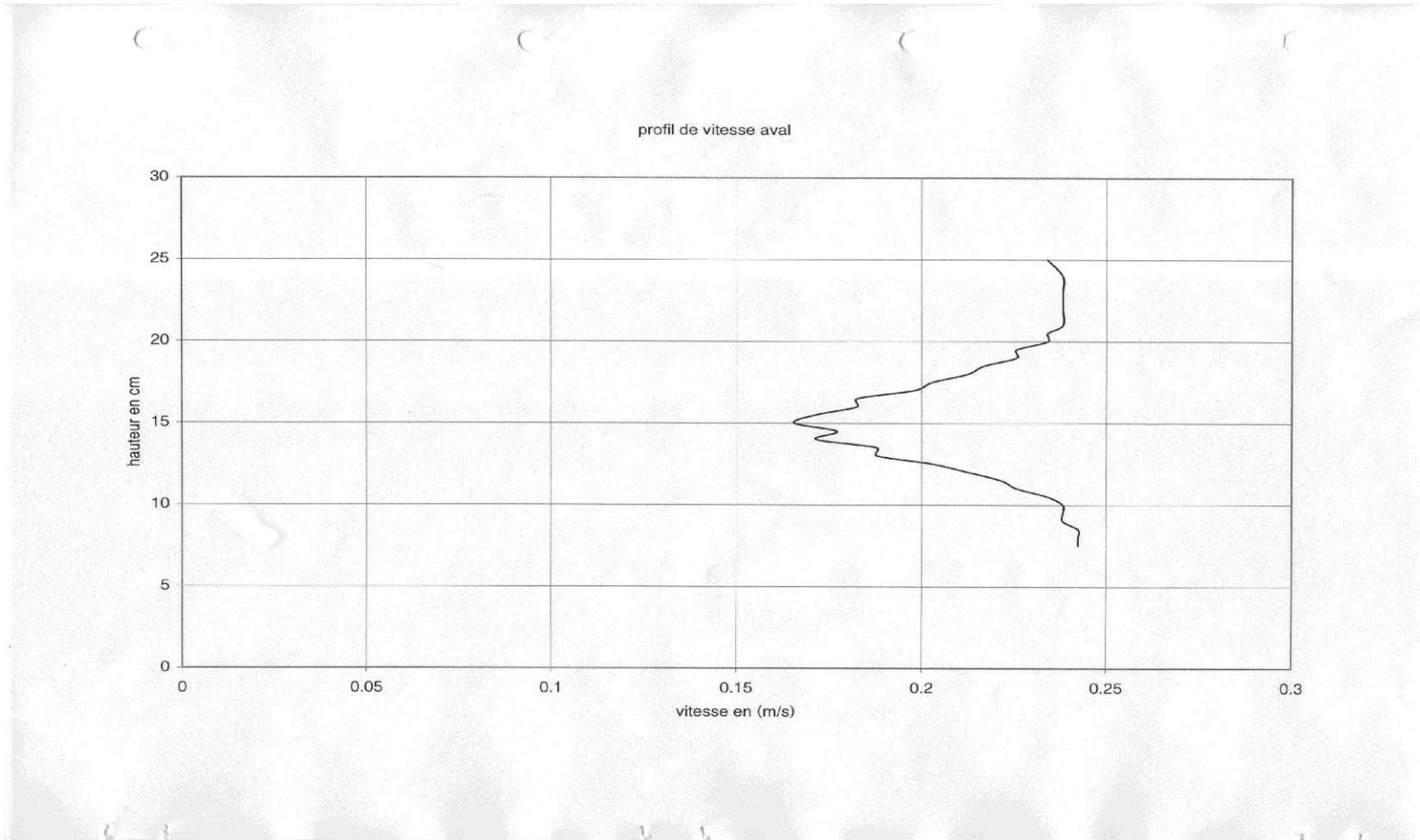
Les **graphiques sont très importants** dans le compte rendu:

Synthèse visuelle du travail

9)GRAPHIQUES

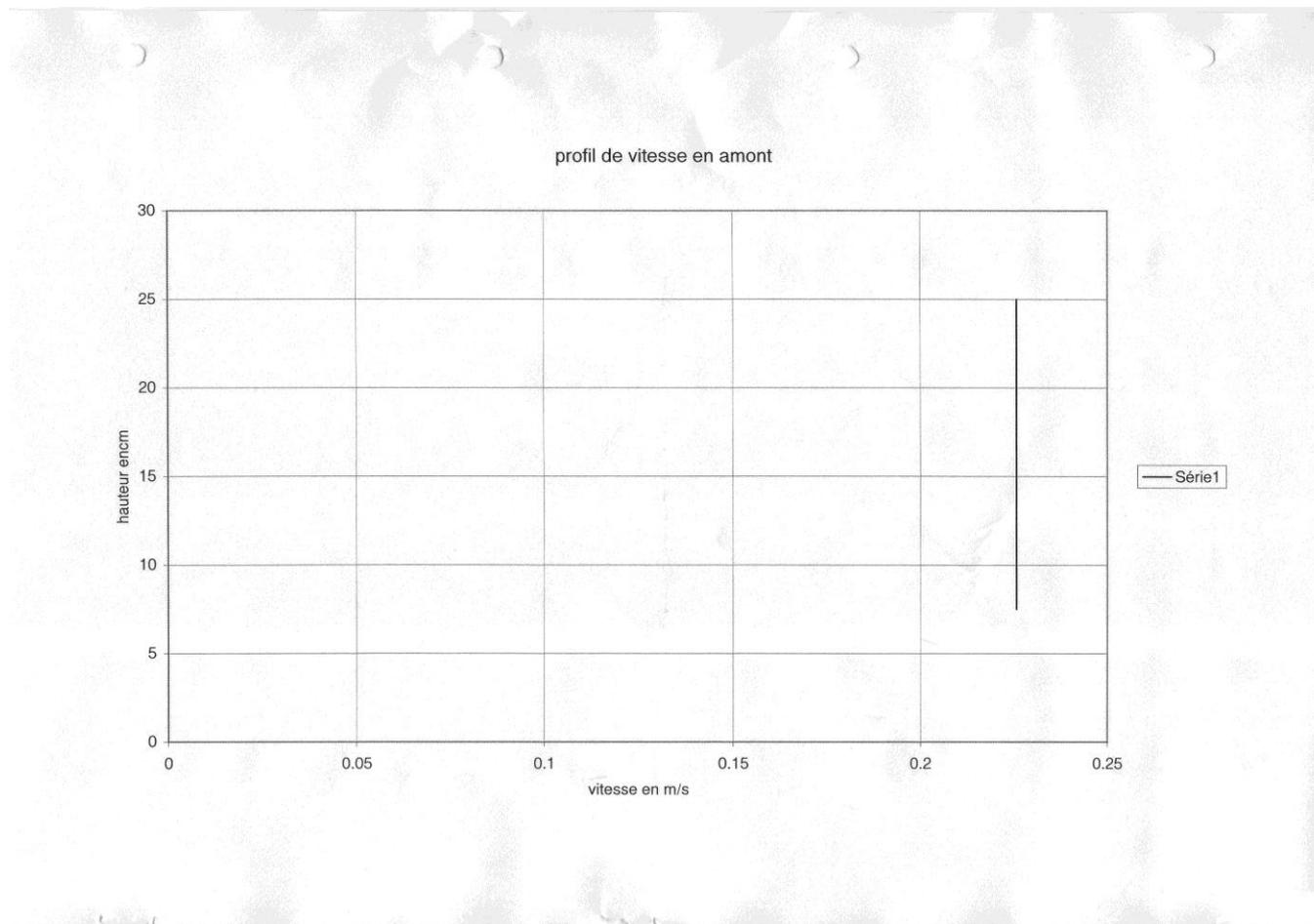
Choix des échelles

Le graphique doit occuper une grande partie de la feuille :
Adapter les échelles.

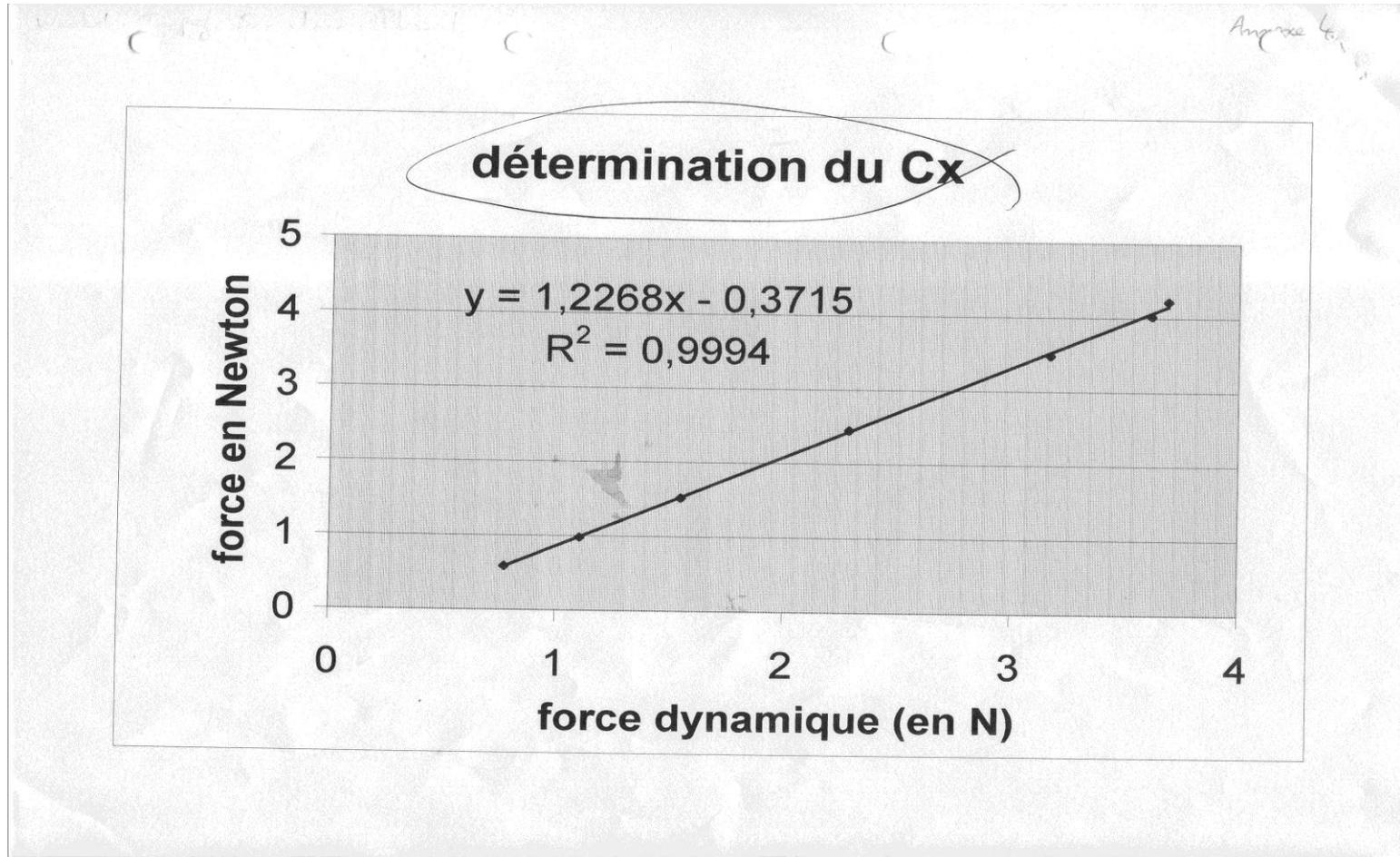


Inutile

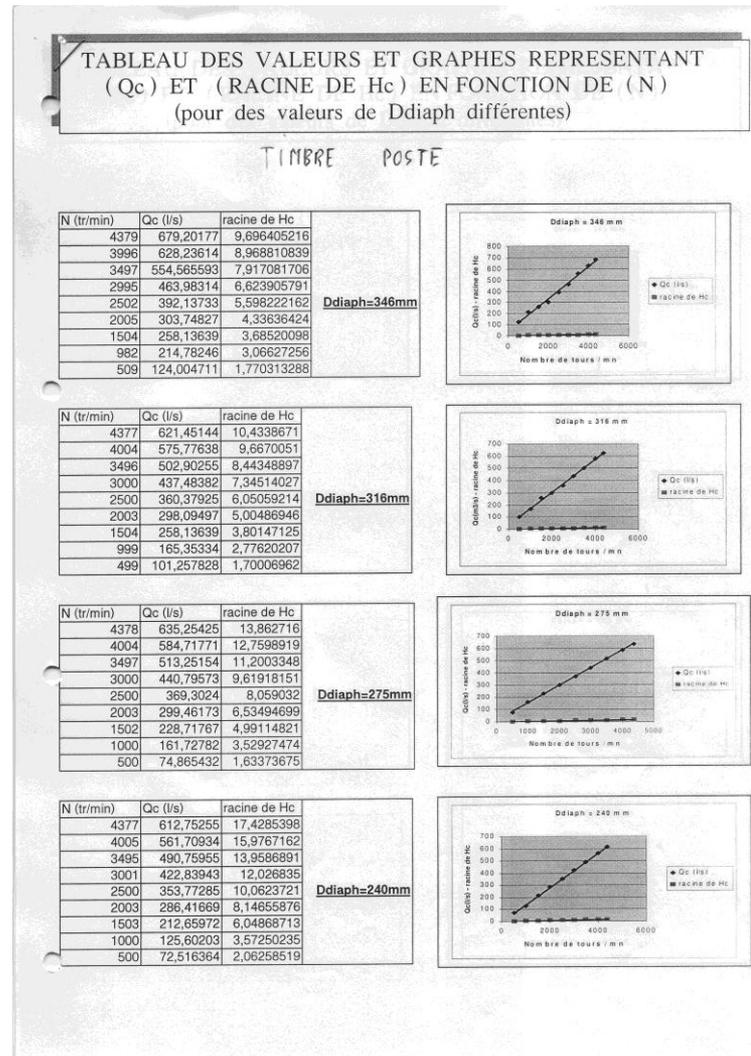
Ne pas mettre de courbes « peu parlantes »



Soigner la mise en forme !



Graphique timbre poste : peu lisible

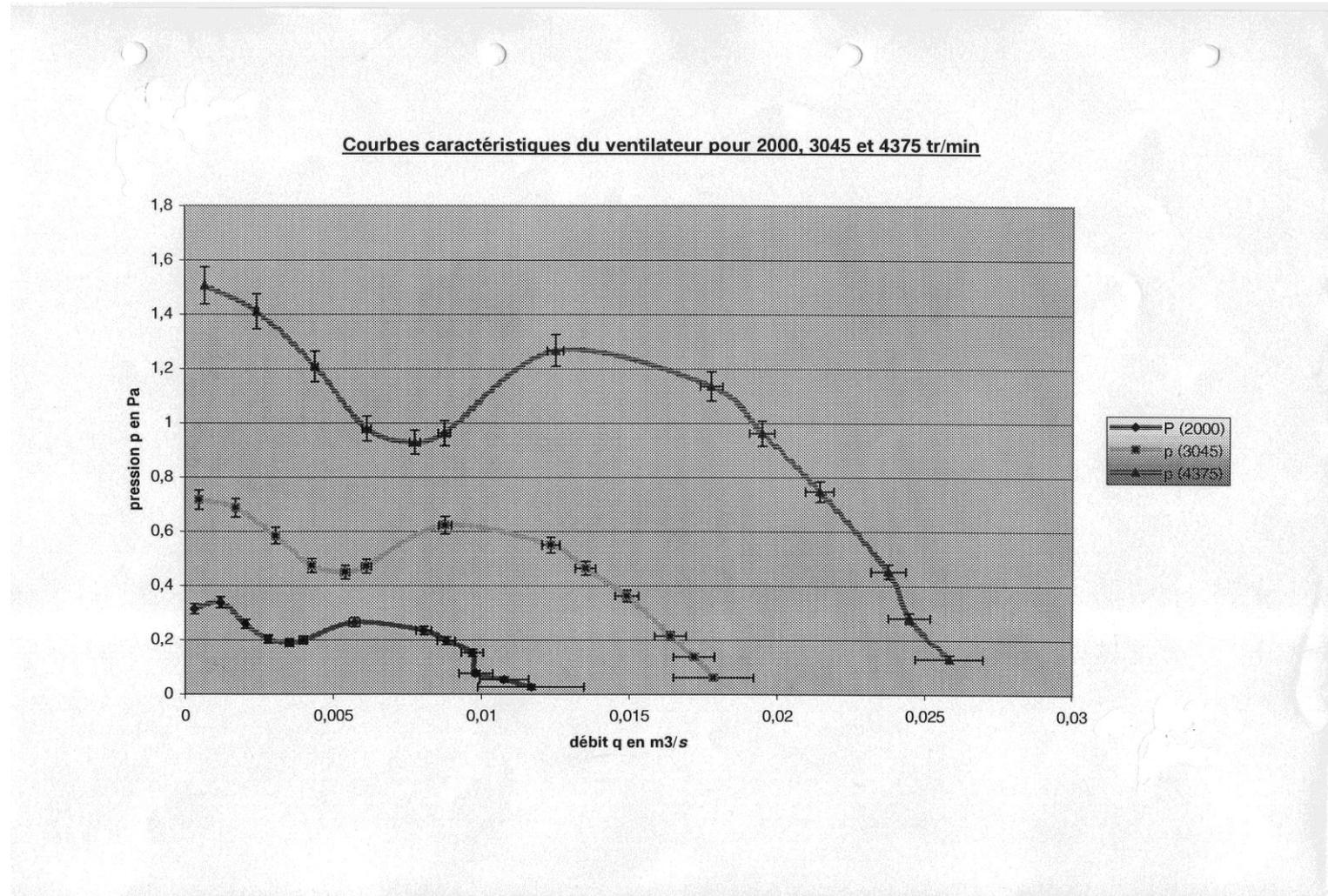


Valeurs aberrantes :

Avant de rendre un document : ordre de grandeur convenable

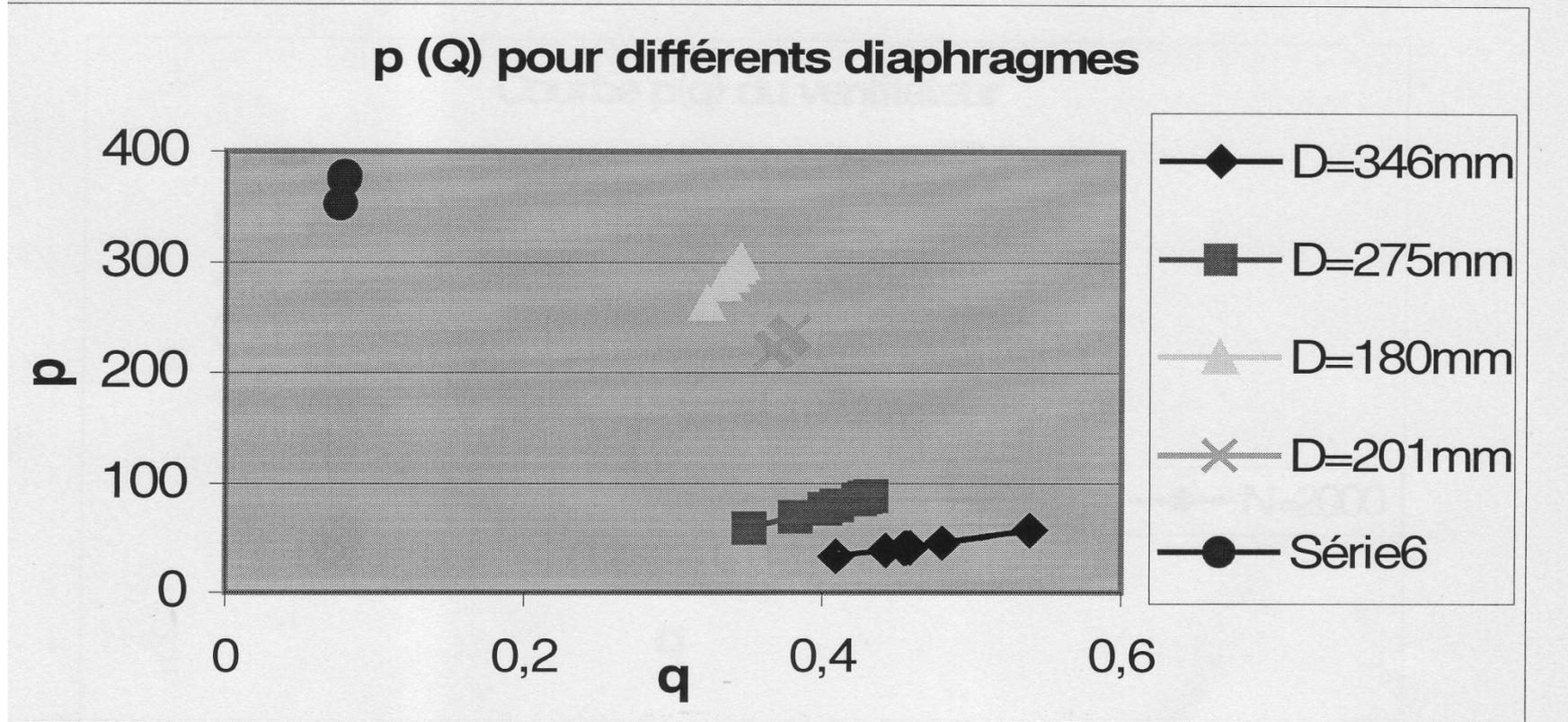
Train : arrêt en 3 m ou 3 Km

Ici : ventilateur de 0.2m de diamètre générant 1 Pascal et un débit de 20 litres/seconde



Sans intérêt, illisible

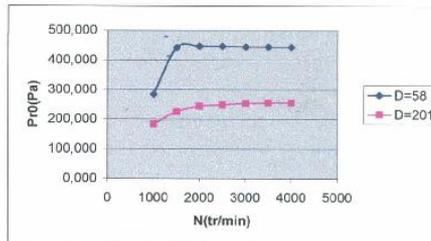
Annexe 1 : Courbe de quelques diaphragmes $p(Q)$; p en Pa, q en m^3/s



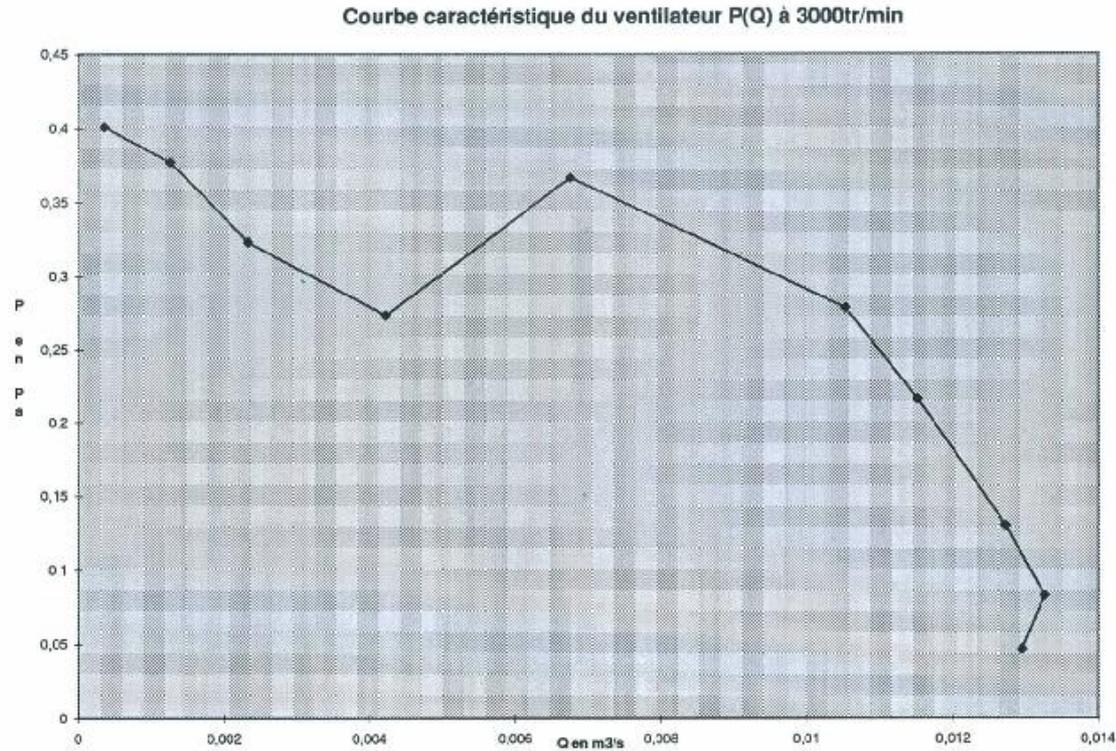
Timbre poste, échelle, décimales inutiles

CARACTERISTIQUE $Pr0=f(N)$

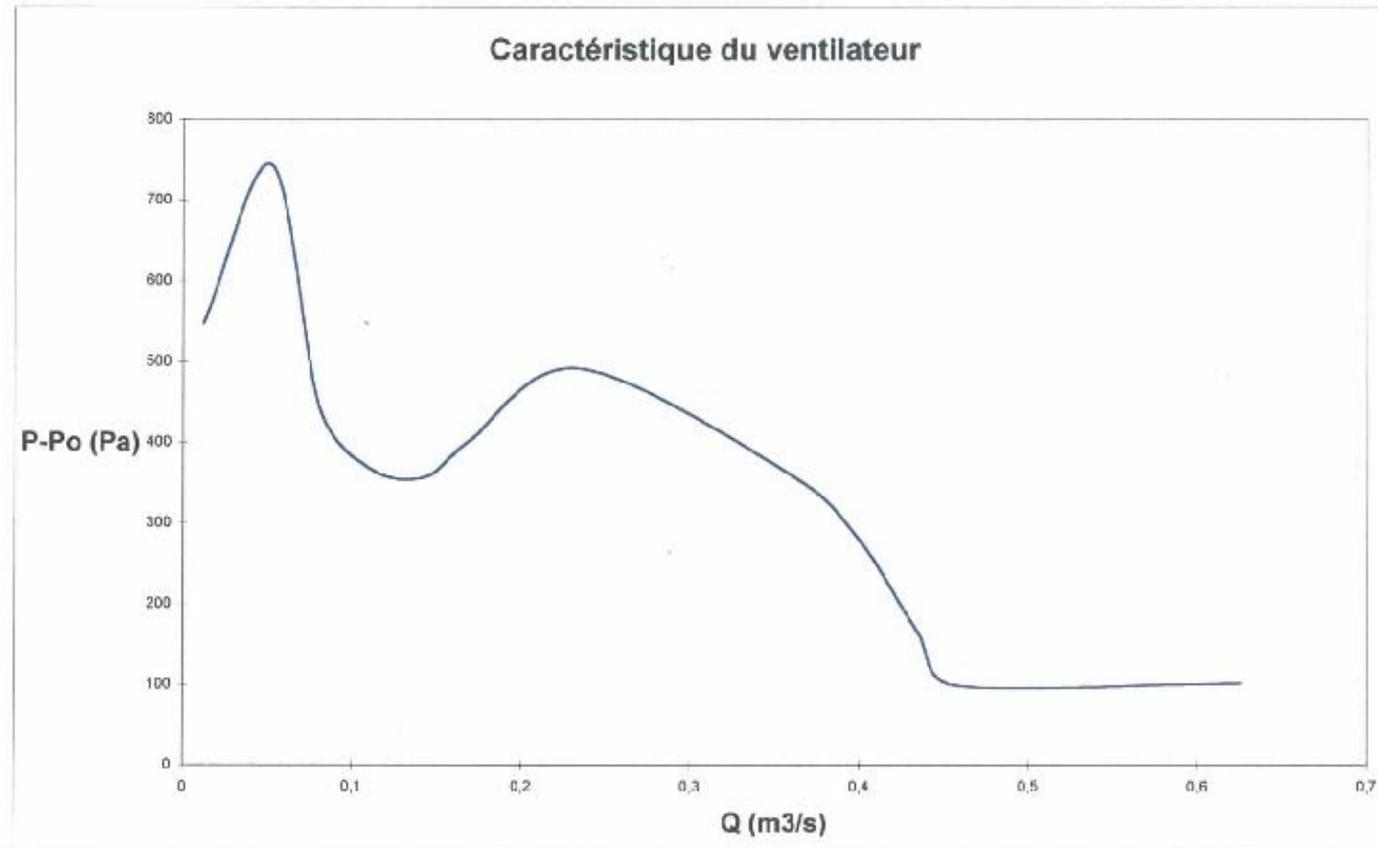
N	D=58	D=201
1006	284,798	184,283
1505	442,196	225,003
2004	445,763	244,228
2502	445,612	248,968
3006	444,968	254,381
3499	444,946	255,940
4000	443,598	256,025



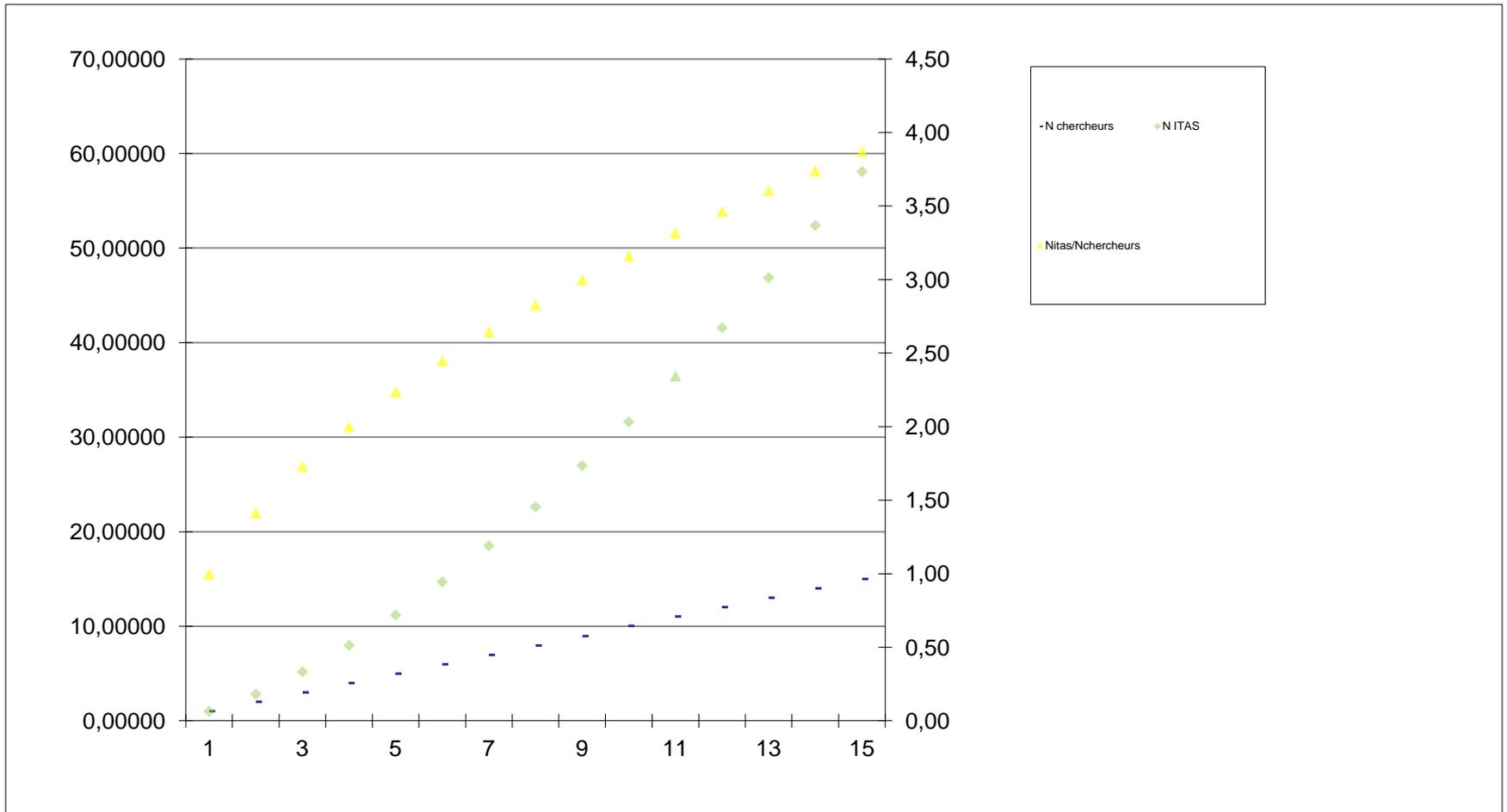
Mettre tous les points
Ordre grandeur mauvais : 0.25 Pa



Mettre tous les points de mesure



Ne pas faire : couleurs

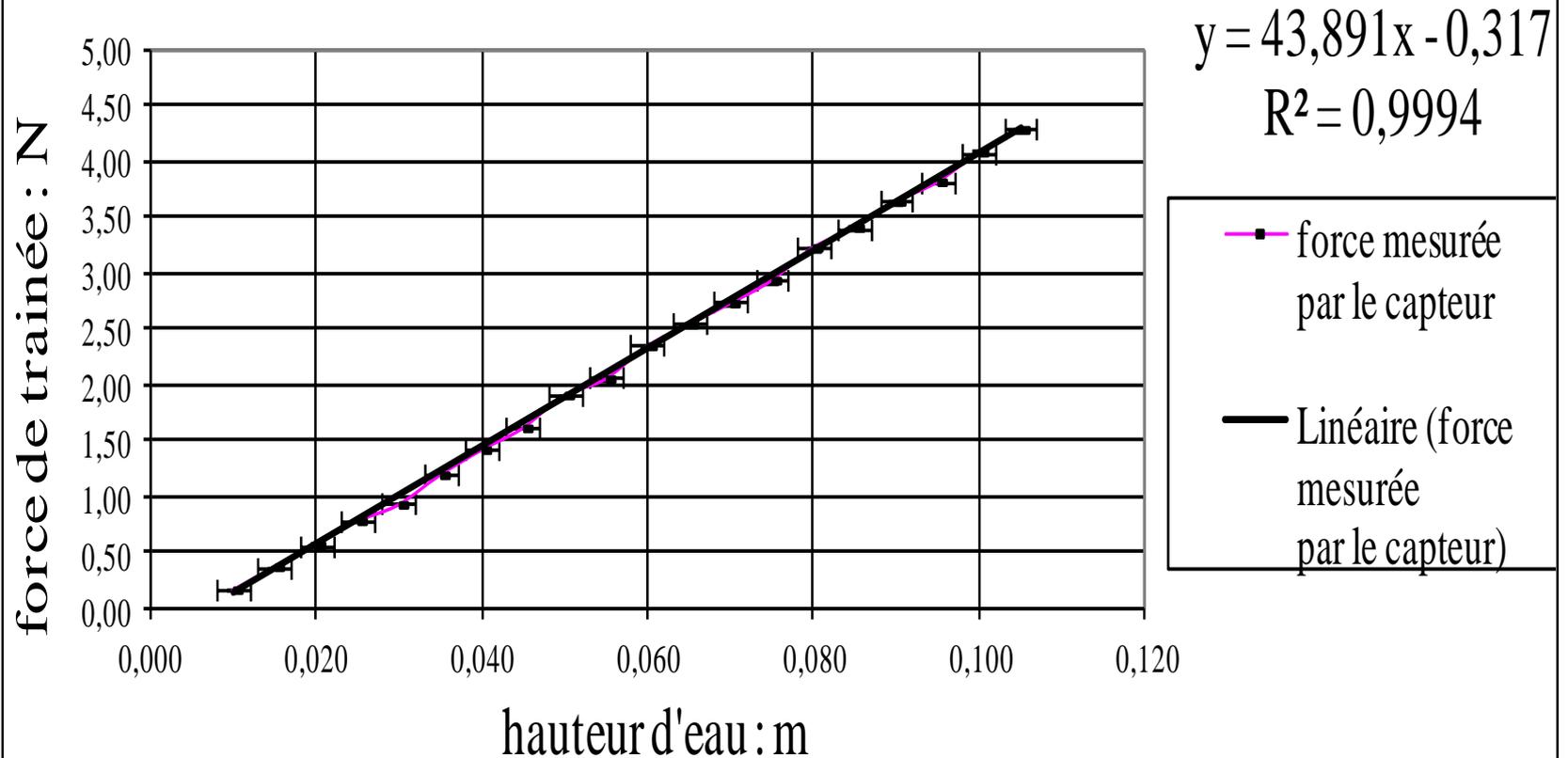


Résumé : graphique correct

- Le graphique a un **titre**.
- Format de la zone de traçage (aire : aucune)
- Échelles bien choisies : La courbe occupe environ 2/3 de la feuille.
- Les caractères sont de taille adaptée (monstrueux par défaut).
- Les grandeurs en abscisse et en ordonnée sont inscrites avec leur **unité** (SI).
- Un quadrillage est souhaitable (maximum d'environ 10 carreaux)
- Les courbes comportent des **rectangles d'incertitudes** : tracé automatique possible avec Excel.
- Une courbe de tendance avec un **coefficient de corrélation** est bienvenue.
- Les valeurs sont **réalistes**.

Graphique correct

Banc soufflerie : trainée du cylindre = f(hauteur d'eau)



Florilège

- Le TP marche bien! Nous obtenons des erreurs tout à fait négligeables par rapport aux expériences réalisées dans d'autres TP.
- Résultat de traînée du cylindre : $T = 6 \pm 9 \text{ N}$
- C'est pourquoi le calcul manuel avec le chronomètre n'est pas si superflu que semble l'indiquer les résultats.
- L'air passe ensuite dans la chambre d'essai, qui, comme son nom l'indique est le lieu où se déroulent les essais .
- En sortie de soufflerie, un système permet de modifier la vitesse en entrée.
- « On ne peut guère que faire des suppositions dessus, tout comme le sexe des anges... Cette méthode est à la science ce que le tire bouchon est à la boîte de conserve, dans la mesure où elle est hors de propos. En effet, si on ne connaît pas le résultat, elle ne sert à rien et si on le connaît déjà, elle ne sert pas davantage. »

11) Exemple 2 : MESURE DE MASSE

- ETUDE D'UN CAS PRATIQUE : DOCUMENTATION METTLER
- Quelles sont les grandeurs d'influence susceptibles de modifier la mesure d'une masse.

Mesure de masse

- Une balance de grande précision (erreur relative inférieure à 10^{-5}) est étalonnée avec des masses étalon en acier inoxydable.

Mesure de masse



- Elle indique une valeur de 1.00000 kg lorsqu'une masse de 1 kg en acier inoxydable est posée sur le plateau.



Masse :1 kg

Affichage ?

- On pose sur le plateau de la balance une bouteille d'eau dont la **masse exacte** (eau + bouteille en plastique +bouchon) est de 1 kg.

Mesure de masse

- Quelle est la valeur affichée par la balance
- C'est la même valeur **1.00000** ?
- La valeur est plus faible **0.99** ou moins ?
- La valeur est plus forte **1.01** ou plus ?
- **Remarque** : Il n'y a pas d'astuce de mauvais goût.
- Justifier votre réponse.

Variation du poids avec l'altitude de 0.1 m

Variation de g avec l'altitude :

- On a une variation de g de $3 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2$ par variation de mètre d'altitude. (Physique Générale de F Rothen)
- « g_0 = accélération de la pesanteur à la surface du globe.
- « g = accélération de la pesanteur à l'altitude h .

- $g / g_0 \sim (1 + (2h/R))$

- Pour 0.1 m, variation de la hauteur du centre de gravité entre la masse étalon et la bouteille, on a : $3 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}^2$
- Soit $\Delta g/g = 3 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}^2 / 9.81 \sim 3 \cdot 10^{-8}$
 $\Delta g/g \sim 3 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}^2$
- La variation relative est d'environ $3 \cdot 10^{-8}$ donc parfaitement négligeable devant la précision de la balance qui est de 10^{-5} .

REPONSE

PA = poussée d'Archimède

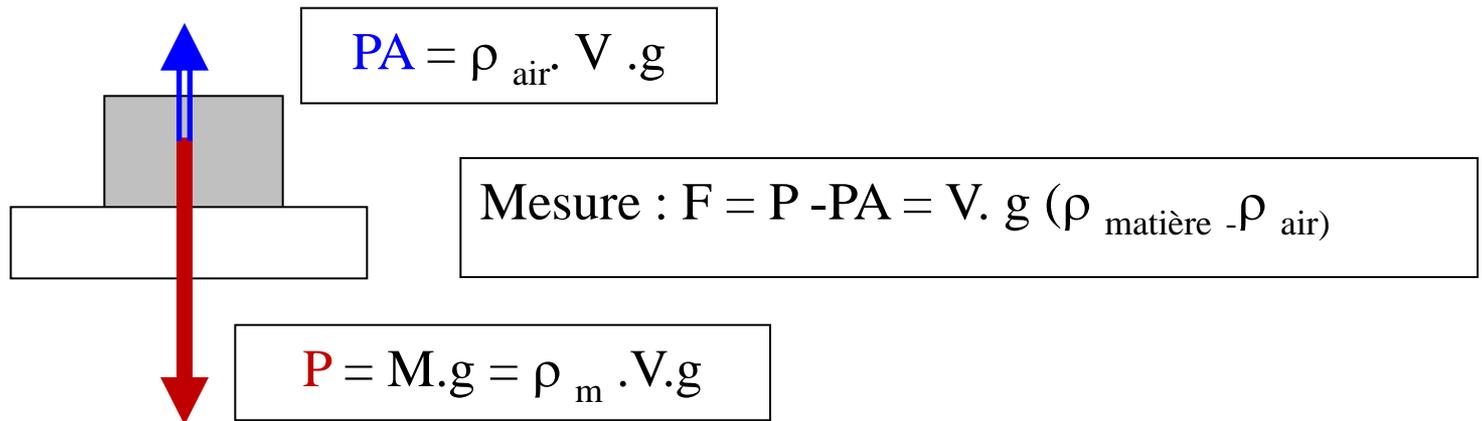
P = poids du corps

V = volume du corps = volume d'air déplacé

ρ_{air} = masse volumique de l'air

$\rho_{\text{mat}} = \rho_{\text{corps}}$ = masse volumique du corps

g = accélération de la pesanteur



Indication de la balance : ~ 0.99

La balance ne sait mesurer qu'une force F.

F est exprimée en Newtons

Mesure masse inox :

$$F_{\text{acier}} = P_{\text{acier}} - P_{\text{A acier}} = V_{\text{acier}} \cdot g (\rho_{\text{acier}} - \rho_{\text{air}})$$

Mesure masse bouteille :

$$F_{\text{eau}} = P_{\text{eau}} - P_{\text{A air}} = V_{\text{eau}} \cdot g (\rho_{\text{eau}} - \rho_{\text{air}})$$

$$F_{\text{acier}} = V_{\text{acier}} \cdot g (\rho_{\text{acier}} - \rho_{\text{air}}) =$$

$$P_{\text{A acier}} = 1.635 \cdot 10^{-3} \text{N}$$

$$F_{\text{eau}} = V_{\text{eau}} \cdot g (\rho_{\text{eau}} - \rho_{\text{air}}) =$$

$$P_{\text{A eau}} = 12.75 \cdot 10^{-3} \text{N}$$

$$\text{Delta mesure} = V_{\text{acier}} \cdot g (\rho_{\text{acier}} - \rho_{\text{air}}) - V_{\text{eau}} \cdot g (\rho_{\text{eau}} - \rho_{\text{air}})$$

A N : $11.12 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ soit une masse équivalente à 1.1 gramme d'eau.

Erreur = $1.1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ ~ 100 fois la précision de la balance

Pour faire une **mesure très précise**, il faut respecter les préconisations d'utilisation de la balance et connaître:

- La densité du produit
- La densité de l'air : fonction de la température, de l'humidité, de la pression

Toute mesure est entachée d'erreur.

Le calcul d'incertitude permet de d'apprécier la crédibilité du résultat.



BIBLIOGRAPHIE

MÉCANIQUE DES FLUIDES "PRATIQUE"

Constantes physiques de l'eau

Simone et Jacques Chenais

Imprimerie Allier père et fils 1939

Ouvrages généraux

Hydraulique générale et appliquée

M. Carlier

Collection du centre de recherches et d'essais de Chatou : Eyrolles 1986

Mécanique expérimentale des fluides : 3 volumes

Tome I : Statique et dynamique des fluides non visqueux 1990

Tome II : Dynamique des fluides réels, turbomachines 1982

Tome III : Recueil d'exercices 1992

R. Comolet & J. Bonnin

Masson, Editeur 120 bd Saint Germain 75280 Paris Cedex 06

Fluid Mechanics

Frank M. White

Mc Graw Hill International Editions

Mémento technique de l'eau

R. Leviel : Société Degremont

Distribué par Technique et documentation Paris 8 e

Perte de charge & mesures

JPM

BIBLIOGRAPHIE

MÉCANIQUE DES FLUIDES "PRATIQUE"

PERTE DE CHARGE

Mémento des pertes de charge

Coefficients de pertes de charges singulières et de pertes de charge par frottement

I.E Idel'cik

Collection du centre de recherches et d'essai de Chatou

Eyrolles éditeur Paris

Internal Flow Systems

Donald S. Miller

Volume 5 in the BHRA Fluid Engineering Series

Mesures

Mesure des débits et des vitesses des fluides

J. Lefebvre

Collection mesures physiques : Masson Paris 1986

Théorie et pratique des mesures hydrauliques

Adam Troskolanski

Dunod Paris 1962

Les capteurs en instrumentation industrielle

Asch G et collaborateur

JPM

Dunod 1999