



**GEOTECHNIQUE**

**5<sup>ème</sup> année**

**UE Travaux souterrains**

# **STABILITE DES CAVITES**

**Didier Hantz**

**Chapitres 2 à 6**

**Année universitaire 2011-2012**

## CHAPITRE II

# CONTRAINTES ET DEFORMATIONS ELASTIQUES AUTOUR DES CAVITES

Ce chapitre traite des variations de contraintes et des déformations élastiques, provoquées par le creusement d'une cavité dans un milieu continu ou par l'application d'une pression à l'intérieur d'un forage ou d'une galerie. Les résultats ou les méthodes présentées représentent donc la réponse à court terme d'un massif rocheux soumis à des sollicitations telles que les critères de rupture des matériaux qui le constituent ne soient pas atteints. Les comportements post-rupture (plastique ou fragile) et à long terme (viscoélastique) seront traités dans les chapitres suivants, ainsi que l'influence des discontinuités.

L'état de contraintes qui règne initialement dans le massif rocheux, avant qu'il ne subisse les sollicitations étudiées (creusement d'une cavité ou application d'une pression à l'intérieur de celle-ci), peut résulter de déformations non élastiques (visqueuses ou plastiques). Seules les déformations à partir de cet état initial sont supposées élastiques.

### 1 - MODELE DU CYLINDRE CREUX ELASTIQUE

#### 1.1 - Hypothèses

##### 1.1.1 - Matériau

Le matériau est supposé continu, homogène, isotrope, élastique et non pesant.

##### 1.1.2 - Géométrie

On considère un cylindre creux de révolution, de rayon intérieur  $R_1$  et de rayon extérieur  $R_2$ . On travaillera en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ ,  $z$  étant l'axe du cylindre.

##### 1.1.3 - Conditions aux limites

Des contraintes normales (ou des variations de contrainte)  $p_1$  et  $p_2$ , indépendantes de  $\theta$  et de  $z$ , sont appliquées sur les surfaces intérieure ( $r = R_1$ ) et extérieure ( $r = R_2$ ) du cylindre. Aux extrémités les déplacements parallèlement à  $z$  sont nuls. Les déformations seront donc planes dans le plan  $(r, \theta)$ .

#### 1.2 - Calcul des contraintes et des déplacements

Le calcul est donné dans Jaeger et Cook (1979, p.134-137).

Compte tenu des symétries du matériau, de la géométrie et des conditions mécaniques du problème, toutes les grandeurs sont indépendantes de  $\theta$  et de  $z$ . Les équations d'équilibre s'écrivent:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} = 0$$

Comme les contraintes appliquées aux limites  $r = R_1$  et  $r = R_2$  sont normales,  $\tau_{r\theta}$  et  $\tau_{rz}$  sont nuls et  $r, \theta$  et  $z$  sont directions principales.

En exprimant, dans la première équation, les contraintes en fonction des déformations (en déformations planes) puis des déplacements, on obtient:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 = \frac{d}{dr} \left( \frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right)$$

La solution générale de cette équation est:

$$u = A r + \frac{B}{r}$$

Les constantes A et B sont déterminées à partir des conditions aux limites:

$$\sigma_r (R_1) = p_1 \text{ et } \sigma_r (R_2) = p_2$$

On obtient finalement:

$$\sigma_r = \frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} - \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{r^2 (R_2^2 - R_1^2)}$$

$$\sigma_\theta = \frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} + \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{r^2 (R_2^2 - R_1^2)}$$

$$\sigma_z = 2\nu \frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} = \nu (\sigma_r + \sigma_\theta)$$

Le déplacement radial  $u$  est donné par:

$$-u = \frac{(p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2) r}{2(\lambda + G)(R_2^2 - R_1^2)} + \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{2G(R_2^2 - R_1^2) r}$$

Relations entre paramètres élastiques :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} ; \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

### 1.3 - Cas du cylindre plein

Pour un cylindre plein ( $R_1 = 0$ ) on obtient:

$$\sigma_r = \sigma_\theta = p_2$$

$$\sigma_z = 2\nu p_2$$

$$-u = \frac{p_2 r}{2(\lambda + G)}$$

L'application d'une pression latérale autour d'un échantillon cylindrique induit donc dans celui-ci un champ de contraintes homogène.

### 1.4 - Cas du milieu infini

Pour un milieu infini ( $1/R_2 \rightarrow 0$ ) on obtient:

$$\sigma_r = p_2 \left(1 - \frac{R_1^2}{r^2}\right) + p_1 \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_\theta = p_2 \left(1 + \frac{R_1^2}{r^2}\right) - p_1 \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_z = 2\nu p_2$$

$$-u = \frac{p_2 r}{2(\lambda + G)} + \frac{(p_2 - p_1) R_1^2}{2Gr}$$

### 1.5 - Cas des contraintes planes

Les contraintes  $\sigma_r$  et  $\sigma_\theta$  sont les mêmes qu'en déformations planes.

En élasticité, les déformations et déplacements en contraintes planes peuvent être obtenus facilement, à partir de leurs expressions en déformations planes en fonction de  $G$  et  $\nu$ , en remplaçant  $\nu$  par  $\nu/(1+\nu)$  (Jaeger et Cook, 1979, p.114-115).

### 1.6 - Variation uniforme de la pression à l'intérieur d'un cylindre creux en déformations planes

#### 1.6.1 - Cylindre fini

Une variation uniforme  $\Delta p_1$  de la contrainte normale à la paroi de la cavité provoque des variations de contrainte et des déplacements dans le cylindre creux, donnés par les expressions suivantes:

$$\Delta\sigma_r = \frac{-\Delta p_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} + \frac{\Delta p_1 R_1^2 R_2^2}{r^2 (R_2^2 - R_1^2)}$$

$$\Delta\sigma_\theta = \frac{-\Delta p_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} - \frac{\Delta p_1 R_1^2 R_2^2}{r^2 (R_2^2 - R_1^2)}$$

$$\Delta\sigma_z = -2\nu \frac{\Delta p_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2}$$

$$u = \frac{\Delta p_1 R_1^2 r}{2(\lambda + G)(R_2^2 - R_1^2)} + \frac{\Delta p_1 R_1^2 R_2^2}{2G(R_2^2 - R_1^2) r}$$

#### 1.6.2 - Milieu infini

Pour un milieu infini, ces expressions deviennent:

$$\Delta\sigma_r = +\Delta p_1 \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\Delta\sigma_\theta = -\Delta p_1 \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\Delta\sigma_z = 0$$

$$u = \Delta p_1 \frac{R_1^2}{2Gr}$$

Une représentation graphique montre que les variations de contrainte dans un cylindre fini deviennent très proches de celles dans un milieu infini dès que le rapport  $R_2/R_1$  dépasse quelques unités. On est donc tenté d'utiliser, pour un cylindre fini, les expressions obtenues pour un milieu infini. Dans ce cas, l'erreur relative que l'on commet sur  $(\Delta\sigma_r - \Delta\sigma_\theta)$  est indépendante de  $r$  et a pour valeur absolue:

$$\varepsilon_1 = \frac{R_1^2}{R_2^2}; (\Delta\sigma_r - \Delta\sigma_\theta) \text{ est sous-estimé (en valeur absolue).}$$

Elle est donc de  $1/25 = 4\%$  pour  $R_2/R_1 = 5$  et de  $1/100 = 1\%$  pour  $R_2/R_1 = 10$ .

L'erreur relative commise sur le déplacement  $u$  dépend de  $r$ . En  $r = R_1$ , elle a pour valeur absolue:

$$\frac{(\lambda+2G)R_1^2}{(\lambda+G)R_2^2 + GR_1^2}; \text{ le déplacement est sous-estimé (en valeur absolue).}$$

Elle est donc inférieure à la quantité:

$$\varepsilon'_1 = \frac{(\lambda+2G)R_1^2}{(\lambda+G)R_2^2} = 2(1-\nu) \frac{R_1^2}{R_2^2}$$

### 1.6.3 - Application à l'essai pressiométrique

Les résultats obtenus pour un milieu infini peuvent être appliqués directement au cas d'un forage vertical suffisamment long pour que l'hypothèse d'indépendance vis à vis de  $z$  soit respectée. L'essai pressiométrique consiste à appliquer une pression uniforme à la paroi du forage (Cordary, 1994, pp.261-267). Si l'on considère que les déformations restent petites, les formules du paragraphe 1.6.2 peuvent être utilisées. Le cas où les déformations ne peuvent pas être considérées comme petites est traité par Cordary (1994, pp.266-267).

Dans le cas d'une cavité cylindrique de rayon  $R$  et d'axe horizontal situé à une profondeur  $H$ , le milieu est infini vers le bas mais pas vers le haut. Il s'agit donc d'un cylindre dont le rayon extérieur varie entre  $H$  et l'infini. Bien que la symétrie de révolution ne soit pas conservée, on peut admettre que les contraintes et déplacements sont intermédiaires entre celles du milieu infini et celles d'un cylindre creux de rayons intérieur et extérieur  $R$  et  $H$ . En utilisant les solutions du milieu infini, on commet donc sur  $(\Delta\sigma_r - \Delta\sigma_\theta)$  une erreur inférieure à

$$\varepsilon_1 = \frac{R^2}{H^2}$$

et sur le déplacement de la paroi une erreur inférieure à

$$\varepsilon'_1 = 2(1-\nu) \frac{R^2}{H^2}$$

Dans la pratique, cette **simplification "géométrique"** est utilisée pour des forages ou galeries d'inclinaison quelconque, pourvu qu'ils soient situés à une profondeur suffisante.

## 2 - CREUSEMENT D'UNE CAVITE CYLINDRIQUE DE REVOLUTION (CHAMP DE CONTRAINTES INITIAL GEOSTATIQUE ISOTROPE)

### 2.1 - Champ de contraintes initial

L'étude du champ de contrainte géostatique permet de calculer la contrainte verticale (Cordary, 1994, pp.91-92). Dans un terrain homogène de poids volumique  $\gamma$  et à une profondeur  $h$ , elle vaut:

$$\sigma_v = \gamma h$$

Si l'état de contrainte est isotrope dans le plan  $r\theta$  ( $\sigma_r^0 = \sigma_\theta^0 = \gamma h = \sigma^0$  et  $\sigma_z = \sigma_z^0$ ), la contrainte s'exerçant sur toute facette appartenant à la future paroi est normale et vaut:

$$\sigma^0 = \gamma h$$

### 2.2 - Variation de contrainte à la paroi de la cavité

Si la cavité n'est pas soutenue, le creusement se traduit par une variation  $\Delta p_1$  de la contrainte normale s'exerçant sur la paroi, de valeur:

$$\Delta p_1 = -\sigma^0 = -\gamma h$$

Cette variation n'est pas uniforme sur la paroi de la cavité, puisque  $\sigma^0$  dépend de la profondeur  $h$ . Si l'axe de la cavité est vertical,  $\Delta p_1$  ne dépend que de  $z$ ; s'il est horizontal,  $\Delta p_1$  ne dépend que de  $\theta$ . Dans tous les cas, l'utilisation des résultats du paragraphe 1.6.2, qui correspondent à un chargement uniforme, nécessite une **simplification "mécanique"** du problème, qui consiste à considérer que la variation de contrainte à la paroi est uniforme.

Nous allons estimer l'erreur induite par cette simplification mécanique dans le cas d'une cavité d'axe horizontal.

### 2.3 - Validité de la solution du milieu infini pour une cavité d'axe horizontal

Il ressort des paragraphes précédents que l'utilisation des résultats du paragraphe 1.6.2 induit des erreurs dues à des simplifications géométrique et mécanique du problème. Pour une cavité d'axe horizontal, l'erreur due à la simplification géométrique a été analysée au paragraphe 1.6.3. Il reste donc à estimer l'erreur due à la simplification mécanique.

Si  $H$  est la profondeur de l'axe de la cavité et  $R$  son rayon,  $\Delta p_1$  est donné par l'expression suivante:

$$\Delta p_1 = -\gamma (H - R \sin \theta)$$

avec  $\theta = 0$  à mi-hauteur de la cavité.

Pour la moitié supérieure de la cavité ( $0^\circ < \theta < 180^\circ$ ) ce chargement est intermédiaire entre des chargements uniformes de valeurs  $-\gamma(H-R)$  et  $-\gamma H$ . Pour la moitié inférieure ( $-180^\circ < \theta < 0^\circ$ ) il est intermédiaire entre  $-\gamma H$  et  $-\gamma(H+R)$ . Nous admettons que les variations de contraintes et les déplacements induits sont également intermédiaires. Il en résulte que l'erreur commise en utilisant le chargement uniforme  $-\gamma H$  est majorée en valeur absolue par la quantité  $\varepsilon_2$  donnée par les expressions suivantes.

Pour  $0^\circ < \theta < 180^\circ$ :  $\varepsilon_2 = \frac{R}{H-R} = \frac{1}{H/R-1}$ ; les variations de contraintes et les déplacements sont surestimés (en valeur absolue).

Pour  $-180^\circ < \theta < 0^\circ$ :  $\varepsilon_2 = \frac{R}{H+R} = \frac{1}{H/R+1}$ ; les variations de contraintes et les déplacements sont sous-estimés (en valeur absolue).

Les erreurs les plus grandes correspondent à  $\theta = 90^\circ$ .

On constate que les erreurs dues à la simplification mécanique sont de l'ordre de  $R/H$  et que celles dues à la simplification géométrique sont de l'ordre de  $(R/H)^2$ . Elles diminuent donc lorsque la profondeur de la cavité augmente. Pour cette raison, la solution du milieu infini ne peut être utilisée qu'à partir d'une certaine profondeur, qui dépend de la précision recherchée.

### 2.4 - Champ de contraintes après le creusement de la cavité

Les contraintes régnant autour de la cavité après son creusement s'obtiennent facilement en ajoutant les variations de contraintes aux contraintes initiales. En adoptant les simplifications géométrique et mécanique évoquées précédemment, les variations des contraintes ont pour valeurs:

$$\Delta \sigma_r = -\sigma^0 (r=0) \frac{R_1^2}{r^2} = -\gamma H \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\Delta \sigma_\theta = +\sigma^0 (r=0) \frac{R_1^2}{r^2} = +\gamma H \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\Delta \sigma_z = 0$$

**On considère généralement que le champ de contraintes initial est homogène, non seulement sur la paroi de la future cavité, mais aussi dans sa zone d'influence. Les contraintes ont alors pour valeurs:**

$$\sigma_r = \sigma^0 - \sigma^0 \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_\theta = \sigma^0 + \sigma^0 \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_z = \sigma_z^0$$

Pour  $r = R_1$ , on obtient:  $\sigma_r = 0$ ,  $\sigma_\theta = 2\sigma^0$  et  $\sigma_z = \sigma_z^0$ .

*Remarque:* il est facile de tenir compte de l'hétérogénéité de l'état de contraintes initial dans le cas d'une cavité d'axe horizontal. On obtient:

$$\sigma_r = \gamma (H - r \sin \theta) - \gamma H \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_r = \gamma (H - r \sin\theta) + \gamma H \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_z = \sigma_z^0$$

### 2.5 - Condition de rupture

L'état de contrainte le plus critique est obtenu à la paroi de la cavité. S'il n'y a pas de soutènement, la contrainte principale mineure y est  $\sigma_r = 0$ . Si  $\sigma_z^0$  est inférieur à  $2\sigma^0$ , la contrainte principale majeure est  $\sigma_\theta = 2\sigma^0$ . Dans le cas contraire, c'est  $\sigma_z^0$ . L'état de contrainte à la paroi est donc biaxial. Mais les critères habituellement utilisés en mécanique des roches ne font intervenir que les contraintes principales extrêmes. La condition de rupture est donc:

$$\max(2\sigma^0, \sigma_z^0) > \sigma_c$$

$\sigma_c$  étant la résistance en compression monoaxiale.

Pour un champ de contraintes initial totalement isotrope ( $\sigma_r^0 = \sigma_\theta^0 = \sigma_z^0 = \sigma^0$ ), elle devient:

$$2\sigma^0 > \sigma_c$$

Les distributions de contraintes obtenues au paragraphe précédent ne sont valables que si la roche reste élastique, c'est à dire si:

$$\max(2\sigma^0, \sigma_z^0) < \sigma_c \text{ ou } 2\sigma^0 < \sigma_c$$

### 2.6 - Pression de soutènement

Si une pression p est appliquée à la paroi, seules les variations de contraintes sont modifiées. On obtient alors:

$$\sigma_r = \sigma^0 - (\sigma^0 - p) \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_\theta = \sigma^0 + (\sigma^0 - p) \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_z = \sigma_z^0$$

**On constate que l'application d'une pression p a pour effet de diminuer le rayon du grand cercle de Mohr. Si la valeur de p est suffisante, la rupture de la roche peut donc être évitée. Pour un critère de rupture de Mohr-Coulomb ( $\tau = \sigma \tan\phi + c$ ), la pression  $p_e$  nécessaire pour maintenir la roche dans un état élastique est, si  $\sigma_z^0$  est inférieur à  $2\sigma^0$ :**

$$p_e = \sigma^0 (1 - \sin\phi) - c \cos\phi$$

**Si  $\sigma_z^0$  est supérieur à  $2\sigma^0$ , elle vaut:**

$$p_e = \sigma_z^0 \frac{(1 - \sin\phi)}{(1 + \sin\phi)} - 2c \frac{\cos\phi}{(1 + \sin\phi)}$$

### 2.7 - Déplacements élastiques

Pour un champ de contraintes initial localement homogène et isotrope dans le plan  $r\theta$ , le champ des déplacements provoqués par le creusement de la cavité est donné par:

$$u = -\sigma^0 \frac{R_1^2}{2Gr}$$

**Si une pression p est appliquée, le déplacement devient:**

$$u = -(\sigma^0 - p) \frac{R_1^2}{2Gr}$$

**A la paroi ( $r = R_1$ ), sa valeur absolue est:**

$$|u| = (\sigma^0 - p) \frac{R_1}{2G} = u_R$$

**La courbe donnant p en fonction de  $u_R$  est appelée courbe caractéristique du massif.**

## 3 - CREUSEMENT D'UNE CAVITE CYLINDRIQUE DE REVOLUTION (CHAMP DE CONTRAINTES INITIAL ANISOTROPE)

Lorsque les contraintes initiales ne sont pas isotropes, nous allons considérer le cas où l'axe de la cavité est parallèle à une direction principale du tenseur des contraintes initiales ( $\sigma_z^0$ ). Soient  $\sigma_1^0$  et  $\sigma_2^0$  les contraintes principales initiales orthogonales à l'axe, telles que:

$$\sigma_2^0 = K_0 \sigma_1^0$$

avec  $K_0 < 1$ .

Le calcul des variations de contraintes et des déplacements associés en déformations planes est donné par Panet (1995, pp.82-84).

### 3.1 - Déplacements

Les composantes radiale u et orthoradiale v du déplacement d'un point de coordonnées polaires r et  $\theta$  sont:

$$-u = \frac{\sigma_1^0}{4G} \left\{ (1+K_0) \frac{R^2}{r} + (1-K_0) \left[ \frac{R^4}{r^3} - 4(1-\nu) \frac{R^2}{r} \right] \cos 2\theta \right\}$$

$$-v = \frac{\sigma_1^0}{4G} (1-K_0) \left[ \frac{R^4}{r^3} - 2(1-2\nu) \frac{R^2}{r} \right] \sin 2\theta$$

$\theta = 0$  correspond à la direction orthogonale à  $\sigma_1^0$ .

A la paroi de la cavité ( $r = R$ ):

$$-u = \frac{\sigma_1^0 R}{4G} \left\{ (1+K_0) - (1-K_0) (3-4\nu) \cos 2\theta \right\}$$

$$-v = \frac{\sigma_1^0 R}{4G} (1-K_0) (4\nu-1) \sin 2\theta$$

Au point  $\theta = \pi/2$ , il y a toujours convergence des parois (u est parallèle à la contrainte principale initiale majeure).

Au point  $\theta = 0$ , il y a convergence des parois si  $K_0 > \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}$  ;

il y a divergence si  $K_0 < \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}$ . Les valeurs limites de  $K_0$  pour différentes valeurs de  $\nu$  sont données dans le tableau suivant:

$\nu$	0	0,1	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5
$\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}$	0,5	0,444	0,375	1/3	0,286	0,25	0,167	0

### 3.2 - Contraintes totales

Les contraintes totales s'obtiennent en ajoutant les variations de contraintes aux contraintes initiales. On obtient les valeurs suivantes :

$$\sigma_r = \frac{\sigma_1^0}{2} \left[ (1+K_0) \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) - (1-K_0) \left(1 - 4\frac{R^2}{r^2} + 3\frac{R^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \right]$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_1^0}{2} \left[ (1+K_0) \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) + (1-K_0) \left(1 + 3\frac{R^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \right]$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{\sigma_1^0}{2} \left[ (1-K_0) \left(1 + 2\frac{R^2}{r^2} - 3\frac{R^4}{r^4}\right) \sin 2\theta \right]$$

$$\sigma_z = \sigma_z^0 + 2\nu \sigma_1^0 (1-K_0) \frac{R^2}{r^2} \cos 2\theta$$

A la paroi de la cavité, les contraintes principales non nulles sont:

$$\sigma_\theta = \sigma_1^0 \left[ (1+K_0) + 2(1-K_0) \cos 2\theta \right]$$

$$\sigma_z = \sigma_z^0 + 2\nu \sigma_1^0 (1-K_0) \cos 2\theta$$

Au point  $\theta = 0$ , elles valent:

$$\sigma_\theta = \sigma_1^0 (3 - K_0)$$

$$\sigma_z = \sigma_z^0 + 2\nu \sigma_1^0 (1 - K_0)$$

Lorsque  $K_0$  varie de 1 à 0, la contrainte orthoradiale  $\sigma_\theta$  varie de  $2 \sigma_1^0$  à  $3 \sigma_1^0$  et la contrainte axiale  $\sigma_z$  de  $\sigma_z^0$  à  $\sigma_z^0 + 2\nu \sigma_1^0$ .

Au point  $\theta = \pi/2$ , les contraintes principales non nulles valent:

$$\sigma_\theta = \sigma_1^0 (3K_0 - 1)$$

$$\sigma_z = \sigma_z^0 - 2\nu \sigma_1^0 (1 - K_0)$$

Lorsque  $K_0$  varie de 1 à 0,  $\sigma_\theta$  varie de  $2 \sigma_1^0$  à  $-\sigma_1^0$  et la contrainte axiale  $\sigma_z$  de  $\sigma_z^0$  à  $\sigma_z^0 - 2\nu \sigma_1^0$ .  $\sigma_\theta$  est négative si  $K_0$  est inférieur à 1/3.

### 3.3 - Champ de contrainte initial uniaxial ( $K_0 = 0$ )

A la paroi de la cavité, les contraintes principales non nulles sont:

$$\sigma_\theta = \sigma_1^0 (1 + 2 \cos 2\theta)$$

$$\sigma_z = \sigma_z^0 + 2\nu\sigma_1^0 \cos 2\theta$$

Au point  $\theta = 0$ , on a:

$$\sigma_\theta = 3\sigma_1^0$$

$$\sigma_z = \sigma_z^0 + 2\nu\sigma_1^0$$

Au point  $\theta = \pi/2$ , on a:

$$\sigma_\theta = -\sigma_1^0$$

$$\sigma_z = \sigma_z^0 - 2\nu\sigma_1^0$$

Dans un champ de contraintes uniaxial de compression, une fissure de traction peut donc apparaître à la paroi d'une cavité dans le plan ( $\sigma_1^0, \sigma_z^0$ ). Cela explique que des surfaces de rupture proches de la verticale puissent se former lors d'un essai de compression monoaxiale.

### 3.4 - Cas d'un milieu orthotrope

Le cas d'un milieu orthotrope peut être utile pour l'étude de galeries creusées dans des formations sédimentaires ou présentant une schistosité. Les contraintes à la paroi d'une galerie perpendiculaire à l'axe d'orthotropie sont données par Jaeger et Cook (1979, p.297-299) dans le cas d'une contrainte initiale uniaxiale perpendiculaire à l'axe de la galerie, et par Panet (1973, p.33-35) dans le cas où une direction principale du tenseur initial des contraintes correspond à l'axe de la galerie et une autre est parallèle à l'axe d'orthotropie.

## 4. CAVITES CYLINDRIQUES DE SECTION ELLIPTIQUE

Le calcul analytique des contraintes est donné par Jaeger et Cook (1979, p.266-269) dans le cas d'une cavité parallèle à une contrainte principale initiale ( $\sigma_z^0$ ).

Lorsque les deux autres contraintes principales sont initialement égales ( $\sigma_1^0 = \sigma_2^0 = \sigma^0$ ), la contrainte parallèle à la paroi  $\sigma_t$  est maximale aux points d'intersection de la section elliptique avec son grand axe. Elle y a pour valeur:

$$\sigma_A = 2 a/b \sigma^0$$

Le facteur de concentration de contrainte y est proportionnel au rapport a/b du grand axe au petit axe de la section elliptique.

Les minima de  $\sigma_t$  à la paroi se trouvent aux points d'intersection de la section elliptique avec son petit axe. Ils ont pour valeur:

$$\sigma_B = 2 b/a \sigma^0$$

Lorsqu'une des contraintes principales perpendiculaires à la galerie est nulle ( $\sigma_1^0 = 0$ ), une zone de traction apparaît à la paroi. Dans le cas particulier où un des axes de l'ellipse est parallèle à  $\sigma_2^0$ , la valeur de  $\sigma_t$  à l'intersection de cet axe avec la section ne dépend pas du rapport a/b et est égale à  $-\sigma_2^0$ . A l'intersection de l'autre axe avec la section,  $\sigma_t$  est parallèle à  $\sigma_2^0$  et vaut:

$$\sigma_t = \sigma_2^0 (1 + 2 \frac{a_1}{a_2})$$

$a_1$  et  $a_2$  étant respectivement les longueurs des axes parallèles à  $\sigma_1^0$  et  $\sigma_2^0$ .

## 5. CAVITES SPHERIQUES ET ELLIPSOIDALES

Pour une cavité sphérique et un état de contraintes initial isotrope, le calcul analytique des contraintes est donné par Jaeger et Cook (1979, p.291).

$$\sigma_r = \sigma^0 (1 - \frac{R^3}{r^3}); \sigma_\theta = \sigma^0 (1 + \frac{R^3}{2r^3})$$

Les contraintes orthoradiales (parallèles à la paroi) valent  $\frac{3}{2}\sigma^0$  (au lieu de  $2\sigma^0$  et  $\sigma^0$  pour une galerie de section

circulaire). Le cas d'un état de contraintes initial anisotrope est également étudié par Jaeger et Cook (1979, p.284). Les contraintes dépendent du coefficient de Poisson. Si l'anisotropie des contraintes est suffisante, une

traction apparaît aux points de la sphère situés dans la direction de la contrainte principale majeure. Pour un état de contrainte initial uniaxial, la concentration de contrainte sur l'équateur varie entre 1,93 et 2,17 lorsque  $\nu$  passe de 0 à 0,5. Elle diminue lorsque la contrainte principale mineure augmente dans un état de contrainte axisymétrique, pour atteindre 1,5 dans le cas isotrope.

Dans le cas d'une cavité ellipsoïdale axisymétrique, dont l'axe de symétrie est parallèle à la contrainte principale majeure, la concentration de contrainte sur l'équateur est augmentée si la cavité est aplatie, elle est diminuée si celle-ci est allongée.

## 6. AUTRES CAVITES : SIMULATION NUMERIQUE

Dans le cas d'une galerie de section quelconque, une simulation numérique est nécessaire (par éléments finis, éléments frontières ou différences finies). Dans un premier temps, les contraintes initiales sont calculées en tout point du modèle, en appliquant à ses limites des conditions en contrainte ou en déplacement, et la gravité à l'intérieur. Puis le creusement est simulé en appliquant à la paroi un déchargement qui annule la contrainte normale sur celle-ci. La convergence due au creusement est calculée lors de cette seconde étape (les déformations calculées dans la première phase de simulation n'ont aucune signification pratique).

## 7. FRONT D'UNE GALERIE CYLINDRIQUE - SOUTÈNEMENT

### 7.1. Convergence d'une galerie circulaire pour un état de contrainte initial isotrope

La distribution des contraintes au fond d'une galerie de section circulaire a été étudiée sur des modèles physiques ou par simulation numérique, dans le cas où l'axe de celle-ci est parallèle à une direction principale des contraintes initiales. Les résultats, rapportés par Panet (1973, p.69-70), montrent que les contraintes varient peu dans la partie centrale du front et qu'elles augmentent au raccordement de celui-ci avec les parements de la galerie.

Si l'état de contraintes initial est isotrope, les calculs peuvent être effectués sur un modèle axisymétrique. Les contraintes et les déplacements au voisinage du front sont données dans les recommandations de l'AFTES (1993, p.196-198). On constate sur la figure 13 de l'AFTES que les déplacements présentent une composante longitudinale importante à proximité immédiate du front (appel au vide) et qu'ils deviennent pratiquement perpendiculaires à la galerie à une certaine distance en arrière du front. Les résultats issus du modèle bidimensionnel en déformations planes sont alors valables.

La distribution du déplacement à la paroi  $u_R$  en fonction de la distance au front  $x$  (courbe de convergence) est donnée par Panet (1995, p.63) pour différentes valeurs du coefficient de Poisson  $\nu$ . L'influence de  $\nu$  est surtout sensible en avant du front, pour  $-R < x < 0$ . Pour  $x < -2R$ ,  $u_R$  est pratiquement nul. Pour  $x > 4R$ , la valeur de  $u_R$  est pratiquement la même que celle issue du calcul en déformations planes, c'est à dire:

$$u_R(\infty) = \frac{\sigma^0_R}{2G}$$

Pour  $x > 0$ , Panet propose l'approximation suivante:

$$u_R(x) = [1 - (1 - \alpha_0) \left( \frac{mR}{mR + x} \right)^2] \frac{\sigma^0_R}{2G} = \alpha(x) \frac{\sigma^0_R}{2G}$$

avec  $\alpha_0 = 0,25$  et  $m = 0,75$ .

$\alpha_0$  représente la proportion du déplacement final qui s'est déjà produite au passage du front de taille.

Descoeudres (1989) adopte la même expression, mais avec  $m = 0,8$  et  $\alpha_0 = 0,5$ , cette valeur étant obtenue avec un modèle de front hémisphérique.

Dans les tunnels, on mesure généralement la variation de distance entre 2 points de repère situés sur la paroi et mis en place en arrière du front de taille, après qu'une partie du déplacement  $u_R$  s'est produite. La grandeur mesurée, appelée convergence et notée  $C(x)$ , représente donc le double du déplacement radial de la paroi depuis le moment où les repères ont été posés.

$$C(x) = 2 [u_R(x) - u_R(0)]$$

La fonction de forme  $a(x)$  représente donc la proportion de la convergence finale qui s'est produite à une distance  $x$  du front de taille :

$$a(x) = \frac{u_R(x) - u_R(0)}{u_R(\infty) - u_R(0)}$$

A proximité du front, les résultats du calcul en déformations planes ne sont pas valables. Mais ils peuvent être utilisés si l'on considère que les déplacements dans cette zone sont les mêmes que ceux que l'on obtiendrait dans un problème plan en appliquant à la paroi un déconfinement progressif égal à  $\lambda \sigma^0$ .  $\lambda$  est le taux de déconfinement; il est égal à 0 dans l'état initial et croît progressivement jusqu'à une valeur finale, égale à 1 s'il n'y a pas de soutènement. Tout se passe donc comme si la contrainte  $\sigma_R$  passait progressivement de  $\sigma^0$  à 0 (alors qu'en réalité elle chute brutalement à 0 au passage du front). La contrainte fictive  $(1-\lambda)\sigma^0$  a le même effet qu'un soutènement, c'est pourquoi on la qualifie parfois de pression fictive de soutènement. Elle traduit l'influence du front, qui ne peut pas être simulée directement dans un modèle bidimensionnel. Pour une galerie circulaire, la fonction  $\lambda(x)$  est égale à  $\alpha(x)$ .

Le taux de déconfinement permet aussi d'estimer le champ de contraintes au voisinage du front d'une galerie circulaire, pour un état de contrainte initial isotrope:

$$\sigma_r = \sigma^0 \left(1 - \lambda \frac{R^2}{r^2}\right)$$

$$\sigma_\theta = \sigma^0 \left(1 + \lambda \frac{R^2}{r^2}\right)$$

$$\sigma_z = \sigma_z^0$$

Il est évident que l'estimation de  $\sigma_r$  est mauvaise à la paroi.

## 7.2. Soutènement d'une galerie

Le rôle du soutènement est d'appliquer une pression de confinement sur la paroi pour éviter la rupture ou pour réduire la convergence. Comme, en général, il est mis en place à une certaine distance,  $d$ , en arrière du front de taille, une certaine convergence  $u_R(d)$  s'est déjà produite avant qu'il ne soit sollicité.

Dans le cas où la géométrie du soutènement et l'état de contrainte initial dans le terrain satisfont les conditions de symétrie de révolution, la rigidité du soutènement peut être caractérisée par un module  $K_s$ , reliant la pression de soutènement  $p$  au déplacement radial  $u$ :

$$p = K_s \frac{u}{R}$$

avec  $u = u_r - u_R(d)$ .

Des cas plus complexes non axisymétriques (état de contrainte initial non axisymétrique, coque cylindrique circulaire sollicitée en flexion) sont traités par Panet (1995, p. 29 et 71).

Un soutènement est également caractérisé par sa limite élastique et par son comportement fragile ou plastique. Pour certains types de soutènement (béton projeté ou coffré, voussoirs), seules sont généralement considérées les déformations élastiques. Pour d'autres types au contraire (boulons ou cintres coulissants), que l'on destine précisément au cas de fortes convergences, il y a lieu de considérer aussi la phase plastique de la déformation. On admet généralement un comportement plastique idéal, c'est à dire que les déformations se produisent à pression de confinement constante  $p_u$ . Les pressions limites supportées par la plupart des soutènements varient de 0,05 à 0,5 MPa (AFTES, 1993). Seuls les voussoirs sont capables d'un confinement plus élevé (de 1 à 2 MPa).

## 7.3. Prévision de la convergence et de la pression de soutènement : méthode convergence – confinement

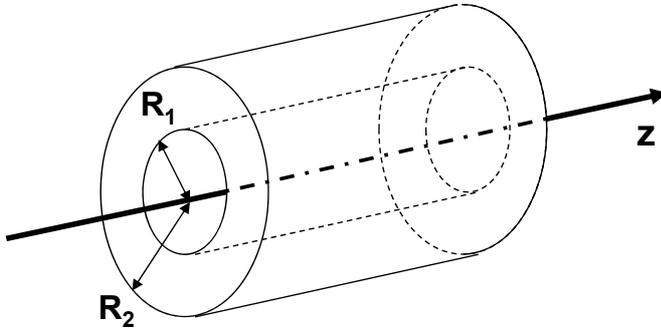
La méthode permet de déterminer la **convergence** de la galerie et la pression de **confinement** exercée par le soutènement, lorsque l'équilibre final est atteint, c'est à dire lorsque le front s'est suffisamment éloigné de la section considérée pour que son influence soit nulle. Cet équilibre final est réalisé lorsque le confinement nécessaire pour limiter la convergence du terrain à une certaine valeur (demande du terrain, définie par sa courbe caractéristique) est égal à celui fourni par le soutènement (offre du soutènement, défini par sa courbe caractéristique). Il peut être déterminé en superposant les deux courbes caractéristiques du terrain et du soutènement sur le même graphique, portant en abscisse le déplacement radial de la paroi de la galerie et en ordonnée la pression de confinement (nécessaire ou mobilisée) exercée sur celle-ci. L'abscisse de l'origine de la courbe caractéristique du soutènement correspond au déplacement qu'a déjà subi la paroi lorsque le soutènement est mis en place (plus précisément lorsqu'il est activé par le terrain). Elle est donnée par la courbe de convergence (paragraphe 7.1).

Dans le cas général non axisymétrique, le déplacement n'est plus constant sur la circonférence de la galerie et la méthode doit être adaptée aux simulations numériques bidimensionnelles. Pour cela, on introduit le soutènement dans le modèle après avoir appliqué un déchargement partiel de la paroi. Le rapport entre ce déchargement et la contrainte initiale, qui est le même sur toute la section, est le taux de déconfinement à la pose

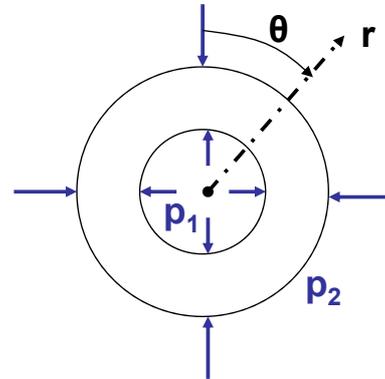
du soutènement,  $\lambda_d$ . Dans un milieu élastique, on admet généralement que la fonction  $\lambda(x)$  est égale à  $\alpha(x)$  quelle que soit la section de la galerie.

1. MODELE DU CYLINDRE CREUX ELASTIQUE

Géométrie



Conditions aux limites



- Pression  $p_1$  et  $p_2$
- Extrémités fixes  $\rightarrow \epsilon_z = 0$

1. MODELE DU CYLINDRE CREUX ELASTIQUE

- Equations d'équilibre
- Loi de comportement élastique
- Conditions aux limites

Calcul des déplacements, déformations et contraintes

Contraintes principales

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} - \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{r^2 (R_2^2 - R_1^2)} \\ \sigma_\theta &= \frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} + \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{r^2 (R_2^2 - R_1^2)} \\ \sigma_z &= 2\nu \frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} = \nu (\sigma_r + \sigma_\theta) \end{aligned} \right.$$

$v = w = 0$

$$-u = \frac{(p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2) r}{2(\lambda + G)(R_2^2 - R_1^2)} + \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{2G(R_2^2 - R_1^2) r}$$

1. MODELE DU CYLINDRE CREUX ELASTIQUE

**Cas où  $R_1 \ll R_2$  : cylindre très épais  $\approx$  milieu infini**

$$\sigma_r = p_2 \left( 1 - \frac{R_1^2}{r^2} \right) + p_1 \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_\theta = p_2 \left( 1 + \frac{R_1^2}{r^2} \right) - p_1 \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_z = 2 \nu p_2$$

$$-u = \frac{p_2 r}{2(\lambda+G)} + \frac{(p_2 - p_1)R_1^2}{2Gr}$$

1. MODELE DU CYLINDRE CREUX ELASTIQUE

**Pression  $p_1$  appliquée dans un forage ( $p_2 = 0$ )**

$$\Delta\sigma_r = +p_1 \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\Delta\sigma_\theta = -p_1 \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\Delta\sigma_z = 0$$

$$u = p_1 \frac{R_1^2}{2Gr}$$

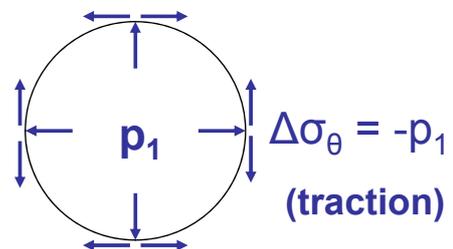
en  $r = R_1$

$$\Delta\sigma_r = +p_1$$

$$\Delta\sigma_\theta = -p_1$$

$$\Delta\sigma_z = 0$$

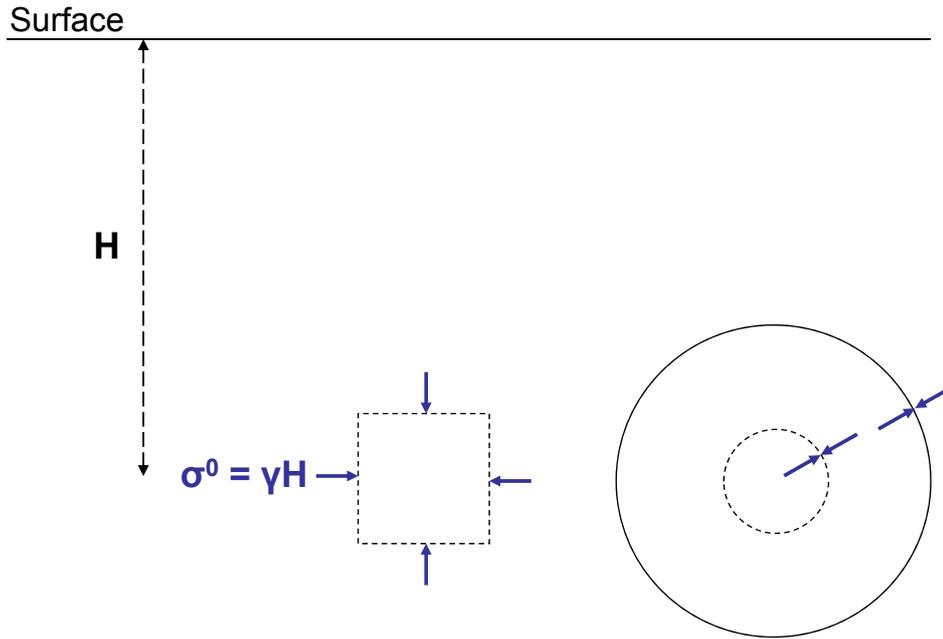
$$u = p_1 \frac{R_1}{2G}$$



**Applications :**

- Dilatomètre / pressiomètre (mesure du module G)
- Fracturation par minage (due à la pression des gaz)
- Fracturation hydraulique (mesure des contraintes, exploitation pétrolière, géothermie)

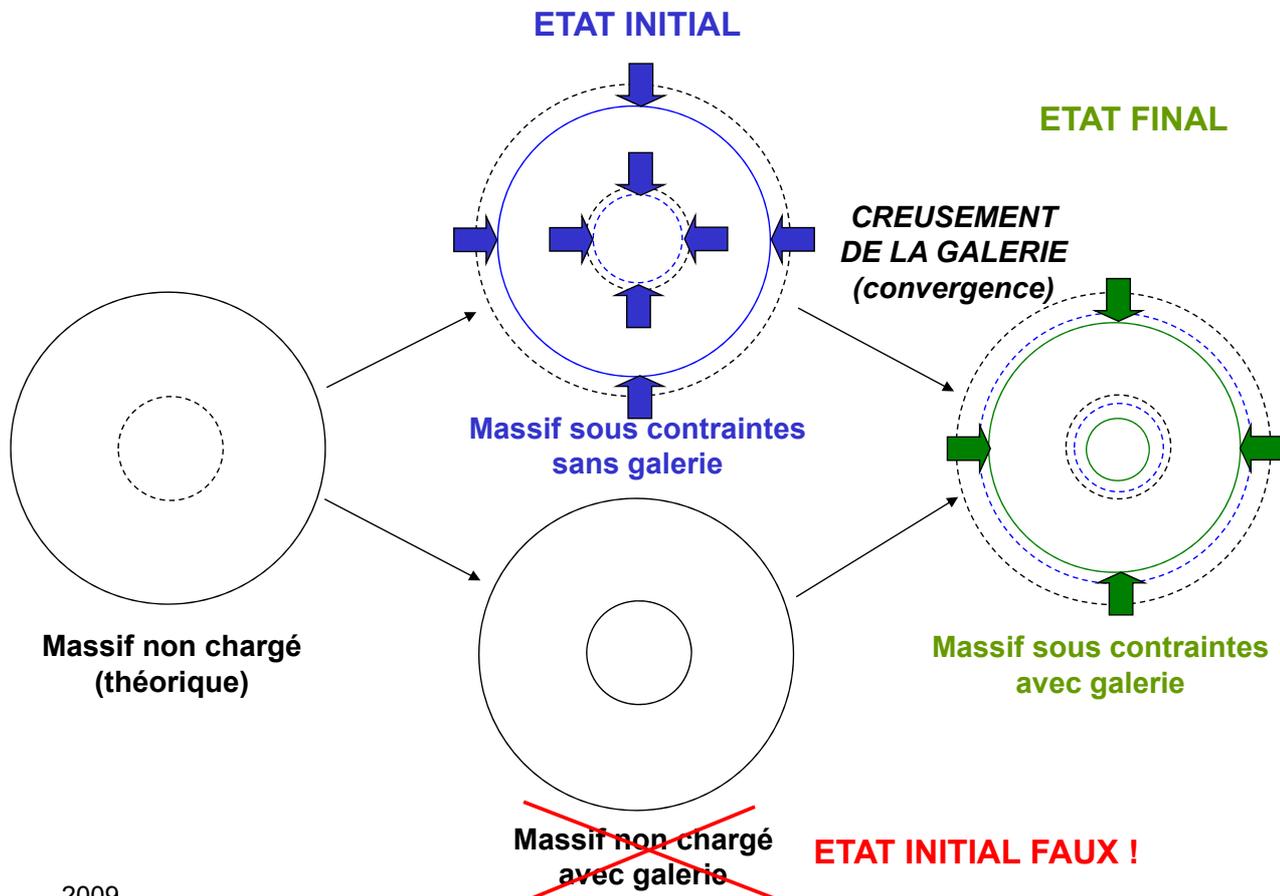
**2. CREUSEMENT D'UNE CAVITE CYLINDRIQUE DE REVOLUTION  
(ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE)**



2009

D. Hantz - Polytech'Grenoble

5



2009

6

**2. CREUSEMENT D'UNE CAVITE CYLINDRIQUE DE REVOLUTION  
(ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE)**

La variation de pression à la paroi est négative ( $p_1 = -\sigma_0$ )

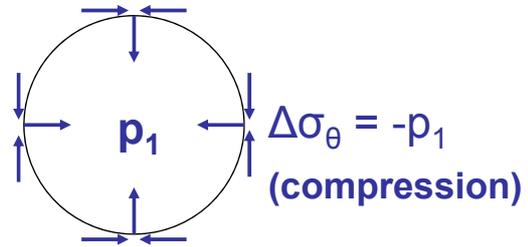
en  $r = R_1$

$$\Delta\sigma_r = +p_1 = -\sigma^0$$

$$\Delta\sigma_\theta = -p_1 = +\sigma^0$$

$$\Delta\sigma_z = 0$$

$$u = p_1 \frac{R_1}{2G} = -\sigma^0 R_1 / 2G$$



contrainte initiale ( $\sigma_0$ ) + variation de contrainte = <b>contrainte totale</b>		
$\sigma_r = \sigma^0$	$\Delta\sigma_r = -\sigma^0$	<b><math>\sigma_r = 0</math></b>
$\sigma_\theta = \sigma^0$	$\Delta\sigma_\theta = +\sigma^0$	<b><math>\sigma_\theta = 2\sigma^0</math></b>
$\sigma_z = \sigma^0$	$\Delta\sigma_z = 0$	<b><math>\sigma_z = \sigma_z^0</math></b>

**2. CREUSEMENT D'UNE CAVITE CYLINDRIQUE DE REVOLUTION  
(ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE)**

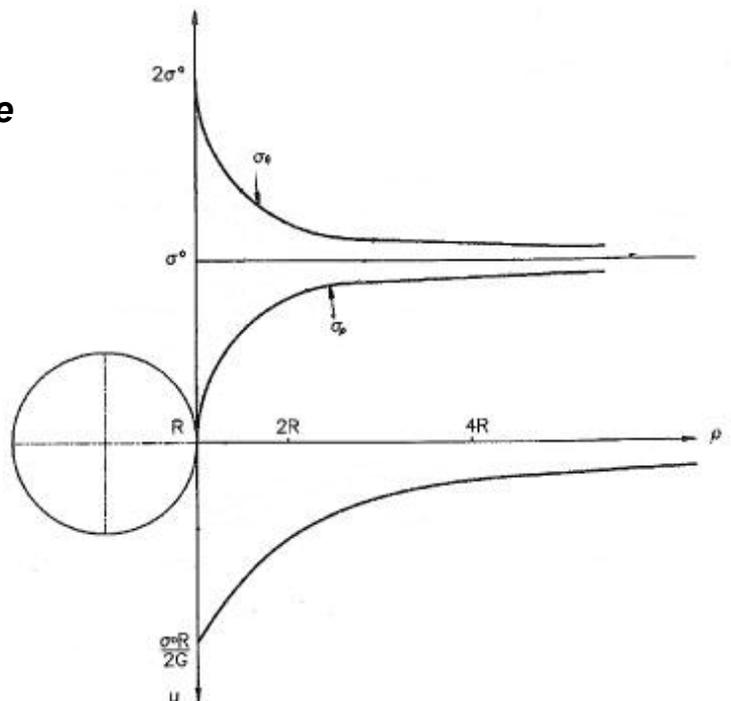
*Contraintes et déplacement en fonction de la distance r au centre de la galerie (sous soutènement)*

$$\sigma_r = \sigma^0 - \sigma^0 \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_\theta = \sigma^0 + \sigma^0 \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_z = \sigma_z^0$$

$$u = -\sigma^0 \frac{R_1^2}{2Gr}$$



**2. CREUSEMENT D'UNE CAVITE CYLINDRIQUE DE REVOLUTION  
(ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE)**

***Condition de rupture***

$$2\sigma^0 > \sigma_c$$

Remarque : si l'état de contrainte est isotrope seulement dans le plan perpendiculaire à la galerie, la condition de rupture est :

$$\max (2\sigma^0, \sigma_z^0) > \sigma_c$$

**2. CREUSEMENT D'UNE CAVITE CYLINDRIQUE DE REVOLUTION  
(ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE)**

***Contraintes et déplacement en fonction de la distance  $r$  au centre de la galerie (avec une pression de soutènement  $p$ )***

$$\sigma_r = \sigma^0 - (\sigma^0 - p) \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_\theta = \sigma^0 + (\sigma^0 - p) \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_z = \sigma_z^0$$

$$u = - (\sigma^0 - p) \frac{R_1^2}{2Gr}$$

A la paroi ( $r = R_1$ ) :  $|u| = (\sigma^0 - p) \frac{R_1}{2G} = u_R$

(courbe caractéristique du massif)

**2. CREUSEMENT D'UNE CAVITE CYLINDRIQUE DE REVOLUTION  
(ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE)**

*Pression nécessaire pour éviter la rupture*

Critère de Mohr-Coulomb

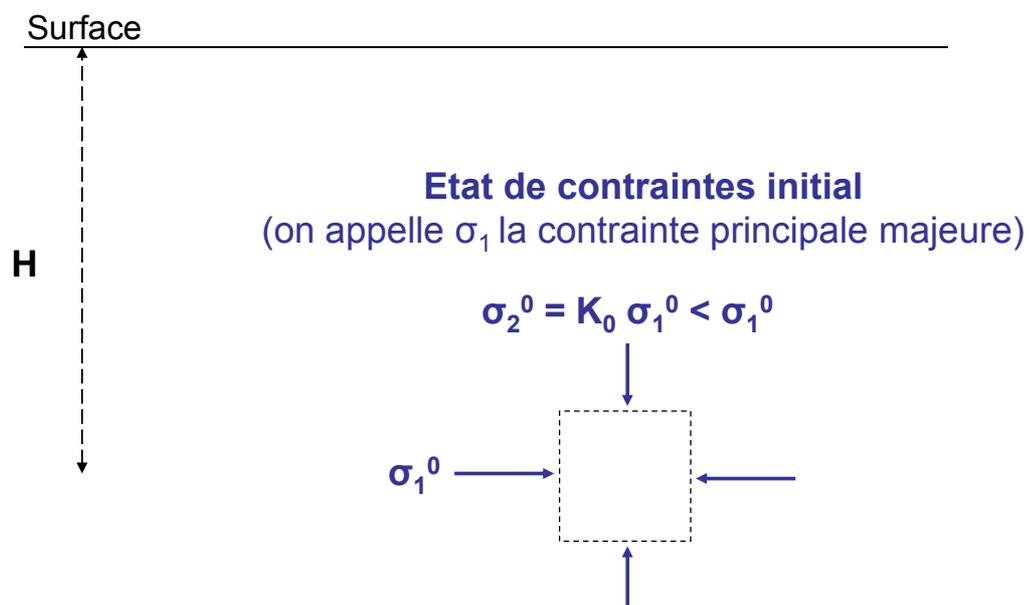
$$\sigma_1 = \sigma_c + K_p \sigma_3$$

avec  $\sigma_c = 2c \cos\varphi / (1 - \sin\varphi)$

et  $K_p = (1 + \sin\varphi) / (1 - \sin\varphi)$

$$p_e = \sigma^0 (1 - \sin\varphi) - c \cos\varphi$$

**3. CREUSEMENT D'UNE CAVITE CYLINDRIQUE DE REVOLUTION  
(ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ANISOTROPE)**



**3. CREUSEMENT D'UNE CAVITE CYLINDRIQUE DE REVOLUTION  
(ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ANISOTROPE)**

*Contraintes et déplacements en fonction de la distance r au centre de la galerie (sans soutènement)*

$$\sigma_r = \frac{\sigma_1^0}{2} \left[ (1+K_0) \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) - (1-K_0) \left(1 - 4\frac{R^2}{r^2} + 3\frac{R^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \right]$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_1^0}{2} \left[ (1+K_0) \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) + (1-K_0) \left(1 + 3\frac{R^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \right]$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{\sigma_1^0}{2} \left[ (1-K_0) \left(1 + 2\frac{R^2}{r^2} - 3\frac{R^4}{r^4}\right) \sin 2\theta \right]$$

$$\sigma_z = \sigma_z^0 + 2\nu\sigma_1^0 (1-K_0) \frac{R^2}{r^2} \cos 2\theta$$

$$-u = \frac{\sigma_1^0}{4G} \left\{ (1+K_0) \frac{R^2}{r} + (1-K_0) \left[ \frac{R^4}{r^3} - 4(1-\nu) \frac{R^2}{r} \right] \cos 2\theta \right\}$$

$$-v = \frac{\sigma_1^0}{4G} (1-K_0) \left[ \frac{R^4}{r^3} - 2(1-2\nu) \frac{R^2}{r} \right] \sin 2\theta$$

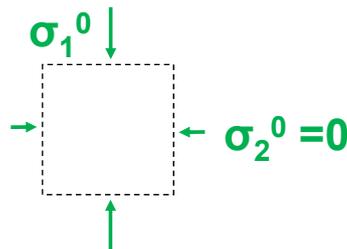
$\theta = 0$  correspond à la direction orthogonale à  $\sigma_1^0$ .

**3. CREUSEMENT D'UNE CAVITE CYLINDRIQUE DE REVOLUTION  
(ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ANISOTROPE)**

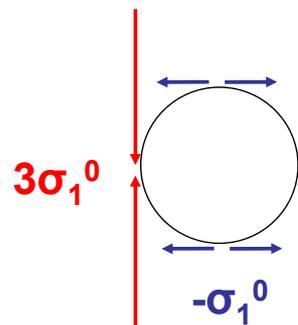
Surface

H

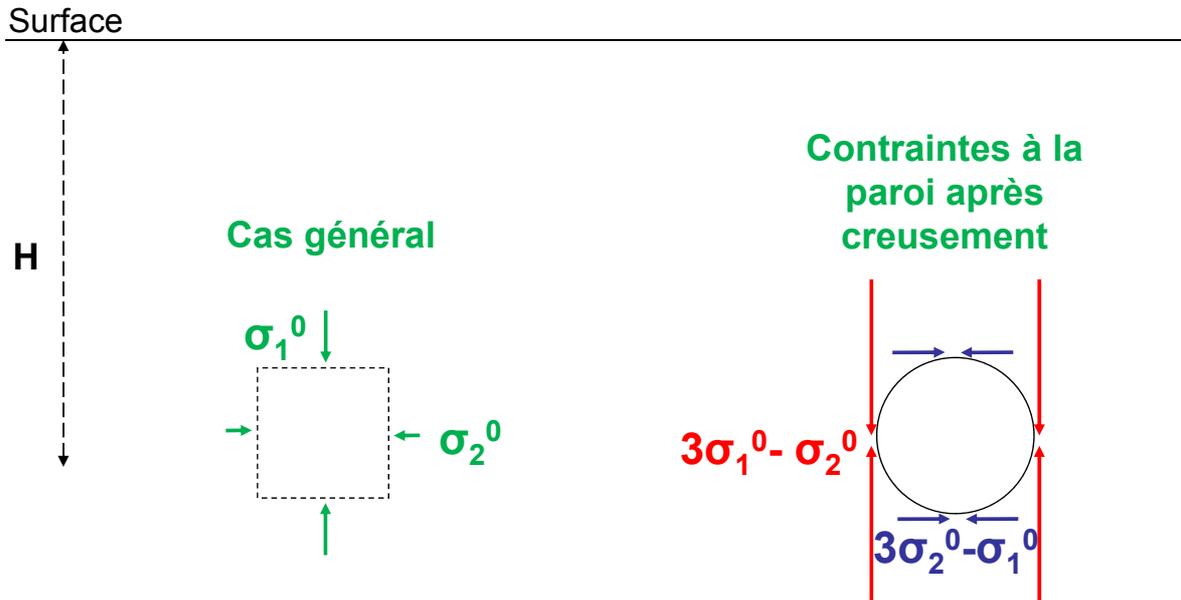
Cas particulier :  
état de contraintes  
initial uniaxial



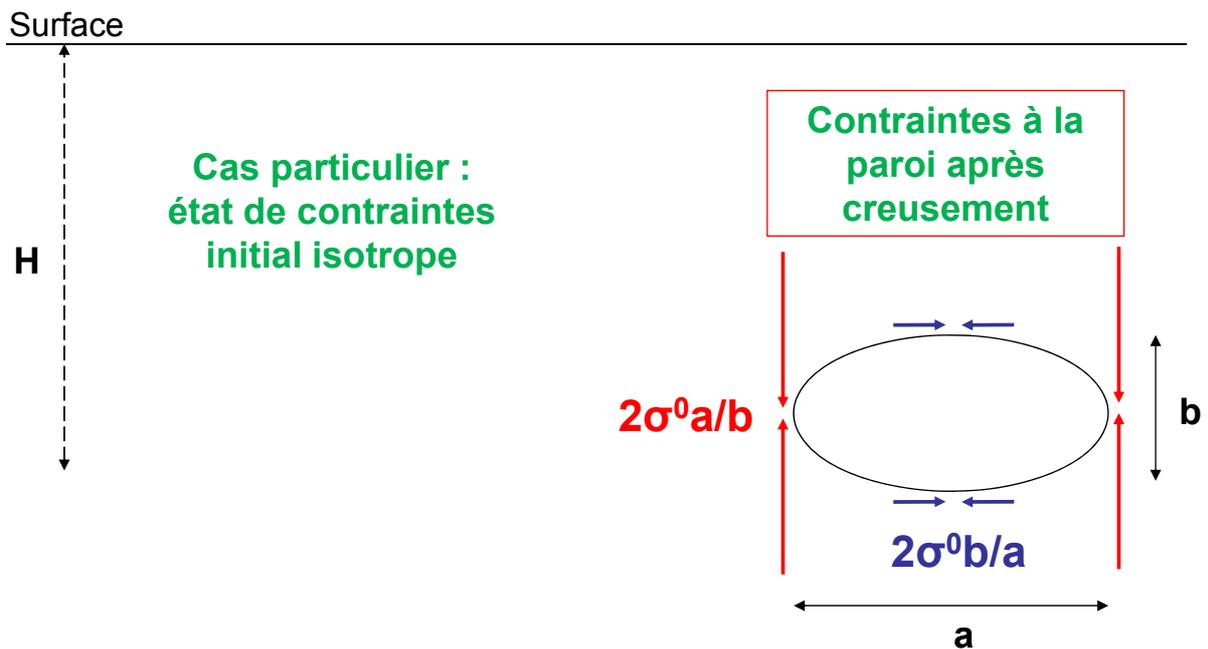
Contraintes à la  
paroi après  
creusement



**3. CREUSEMENT D'UNE CAVITE CYLINDRIQUE DE REVOLUTION  
(ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ANISOTROPE)**



**4. CAVITES CYLINDRIQUES DE SECTION ELLIPTIQUE**

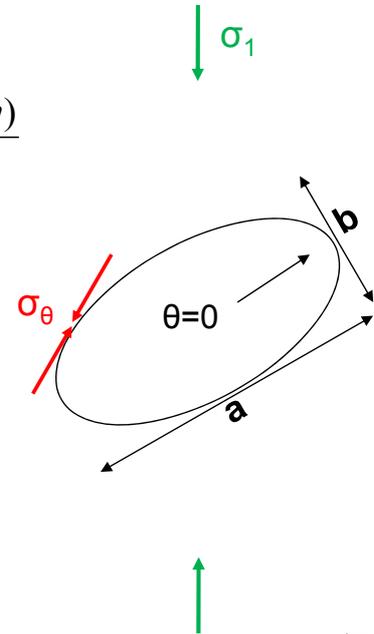


4. CAVITES CYLINDRIQUES DE SECTION ELLIPTIQUE

Cas particulier : état de contraintes initial uniaxial  
 Contraintes à la paroi après creusement

$$\sigma_{\theta} = \sigma_1 \frac{2\alpha + (1 - \alpha^2) \cos 2\beta - (1 + \alpha)^2 \cos 2(\beta - \eta)}{(1 + \alpha^2) - (1 - \alpha^2) \cos 2\eta}$$

$\sigma_1$  : contrainte uniaxiale à l'infini.  
 $\alpha = b/a$  : rapport entre le petit axe (b) et le grand axe (a) de l'ellipse.  
 $\beta$  : angle entre le grand axe de l'ellipse et  $\sigma_1$ .  
 $\tan \eta = \tan \theta (a/b)$   
 $\theta$  : coordonnée cylindrique ( $\theta=0$  sur le grand axe de l'ellipse)



5. CAVITES SPHERIQUES

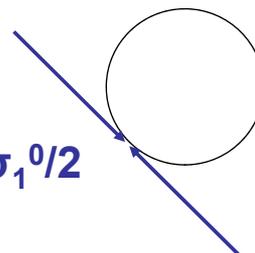
Surface

H

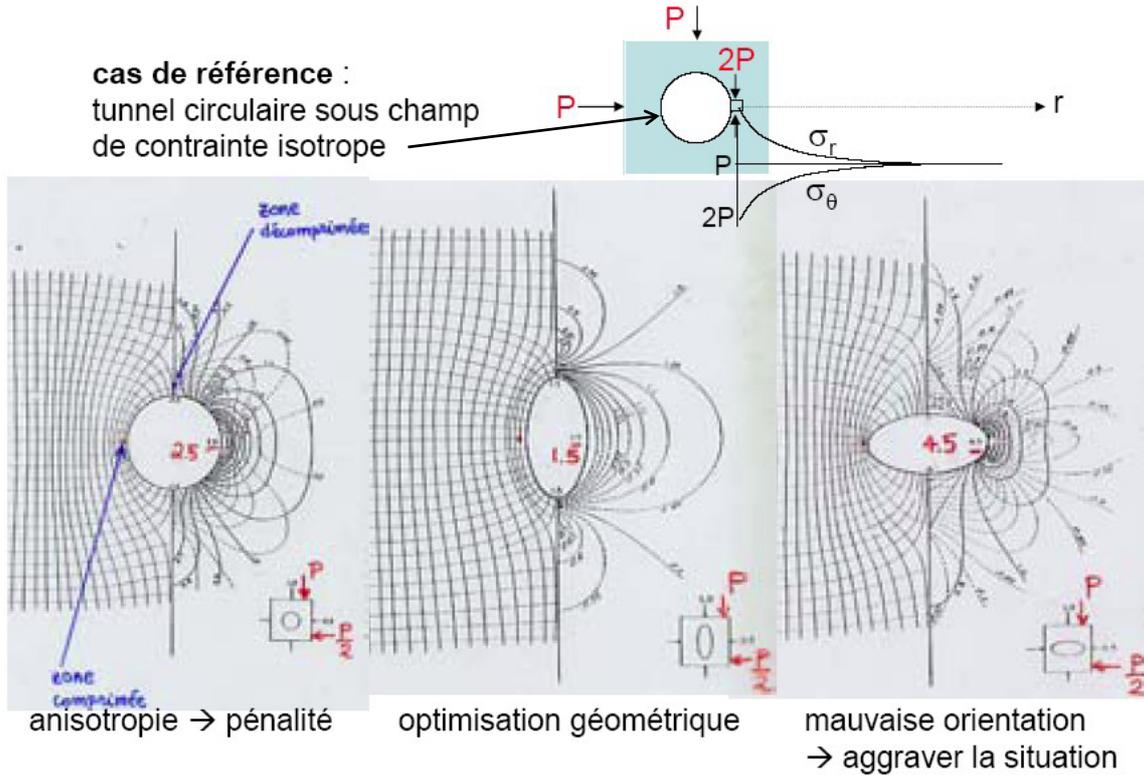
Cas particulier :  
 état de contraintes  
 initial isotrope

Contraintes à la  
 paroi après  
 creusement

$$3\sigma_1^0/2$$

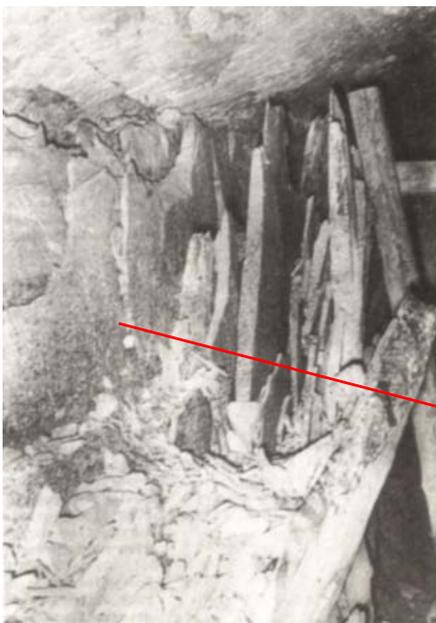


6. AUTRES CAVITES : SIMULATION NUMERIQUE

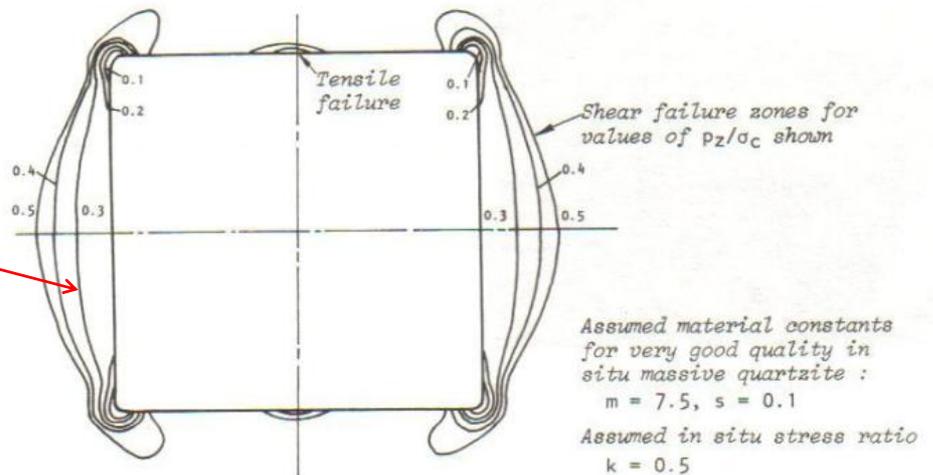


6. AUTRES CAVITES : SIMULATION NUMERIQUE

Identification des zones de rupture – Cas d'une rupture fragile



Severe sidewall spalling in quartzite in a deep level gold mine in South Africa (Hoek and Brown, 1980)



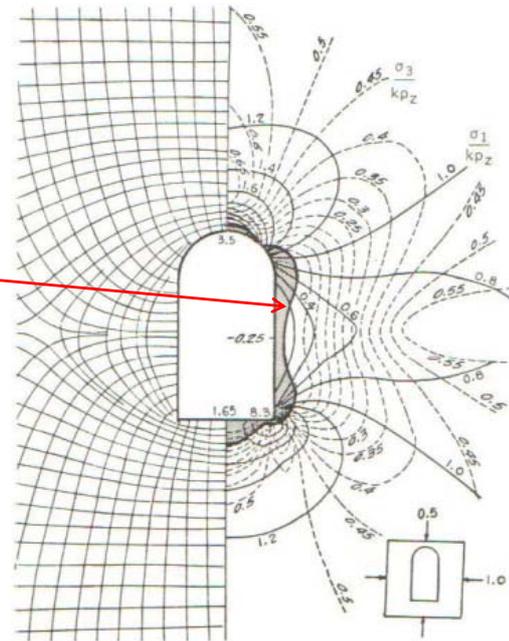
6. AUTRES CAVITES : SIMULATION NUMERIQUE

Identification des zones de rupture – Cas d'une rupture fragile

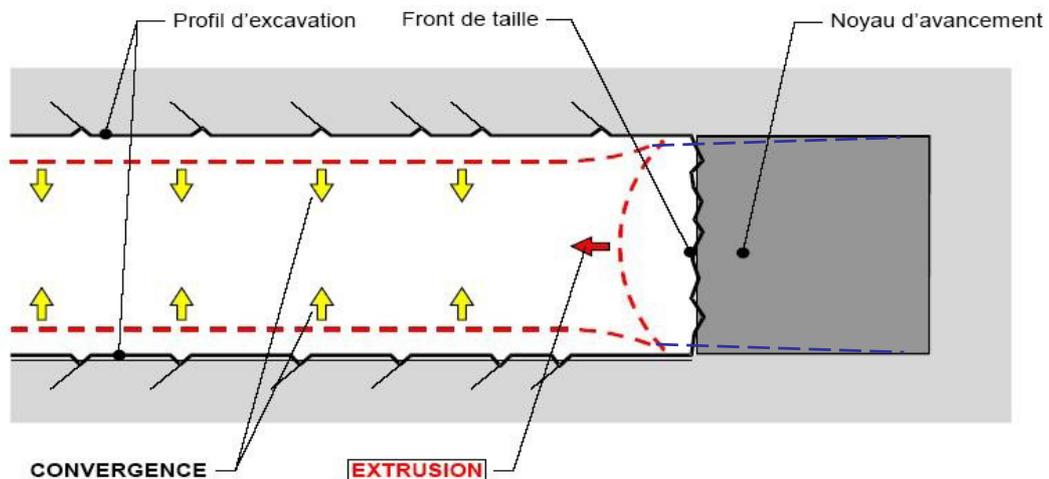
Exemple d'une caverne pour une usine hydroélectrique à 300 m de profondeur dans du gneiss de résistance

$\sigma_{ci} = 150 \text{ Mpa}$  avec  $m = 2,5$  et  $s = 0,004$

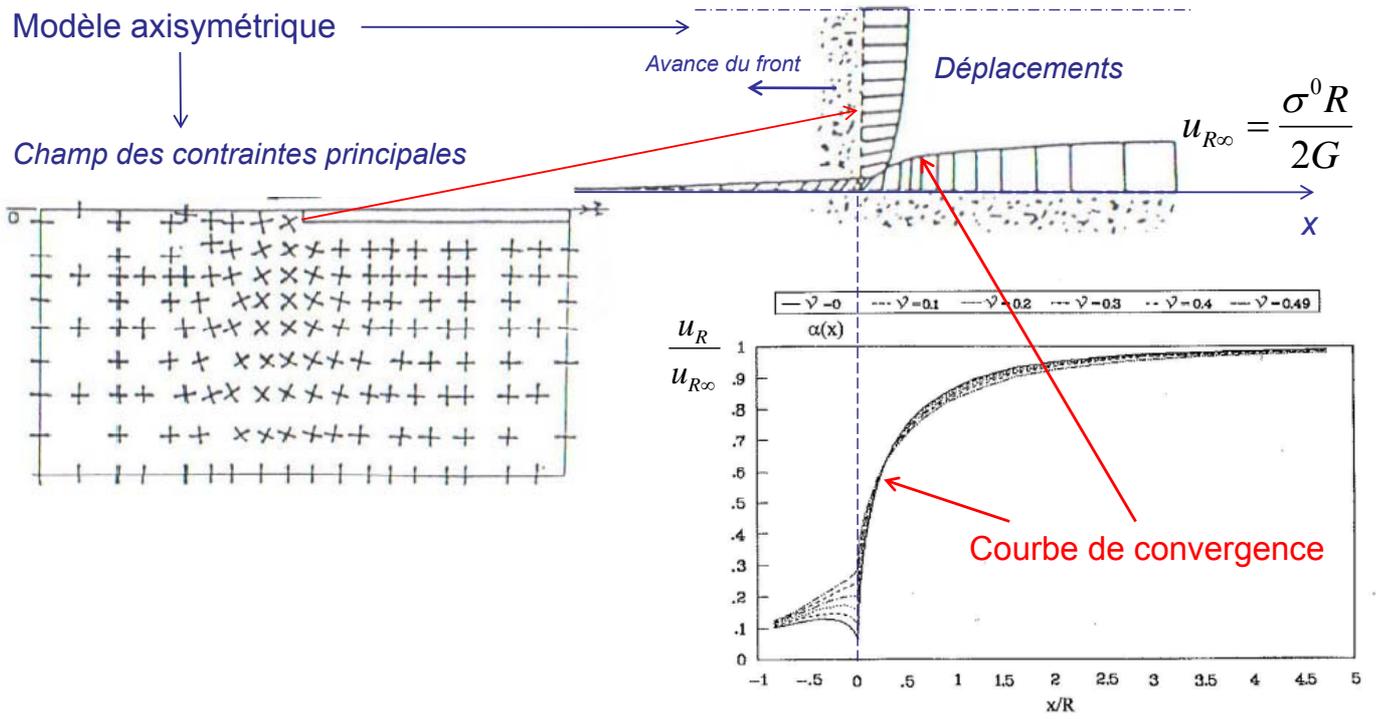
Zone de rupture en gris



7. FRONT D'UNE GALERIE CYLINDRIQUE - SOUTÈNEMENT



7. FRONT D'UNE GALERIE CYLINDRIQUE - SOUTÈNEMENT



## CHAPITRE III

# CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

### 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTE INITIAL ISOTROPE

#### 1.1. Développement de la zone en rupture

##### 1.1.1. Section courante

Lors du creusement d'une galerie circulaire, l'évolution des contraintes dans une section donnée peut être modélisée en deux dimensions grâce à la notion de déconfinement (paragraphe II.7.1). Alors que la contrainte normale à la paroi  $\sigma_R$  s'annule brutalement au passage du front de taille en l'absence de soutènement, on suppose, dans le modèle bidimensionnel, qu'elle diminue progressivement de la valeur initiale  $\sigma_0$  à la valeur finale 0, au fur et à mesure de la progression du front. Cette contrainte  $\sigma_R$ , qui traduit indirectement l'influence du front, est appelée pression fictive de soutènement. Elle peut s'exprimer en fonction du taux de déconfinement  $\lambda$  :

$$\sigma_R = (1 - \lambda) \sigma_0$$

Si la condition de rupture pour une cavité cylindrique de révolution est remplie (paragraphe II.2.5), la rupture commence à se produire à la paroi lorsque  $\sigma_R$  atteint la pression  $p_e$  nécessaire pour maintenir la roche dans un état élastique (paragraphe 2.6), autrement dit lorsque le taux de déconfinement  $\lambda$  atteint une valeur critique  $\lambda_e$  telle que :

$$(1 - \lambda_e) \sigma_0 = p_e$$

Pour un critère de rupture de Mohr-Coulomb,  $\lambda_e$  a donc pour expression :

$$\lambda_e = (1 - \sin\phi) \sigma_c / 2 \sigma_0 + \sin\phi = (\mathbf{K}_p - 1 + 2/\mathbf{N}) / (\mathbf{K}_p + 1)$$

Cette rupture peut se produire avant ou après le passage du front. Lorsque le critère de rupture est atteint, la contrainte orthoradiale  $\sigma_\theta$  n'augmente plus, mais se met à diminuer et la rupture se propage dans le massif, jusqu'à une distance  $R_p$  du centre de la galerie où la contrainte radiale  $\sigma_r$  atteint la valeur  $p_e$ . Cette distance définit la limite entre la zone plastifiée et la zone restée élastique. Si la roche a un comportement plastique parfait,  $\sigma_\theta$  diminue progressivement au fur et à mesure que  $\sigma_R$  diminue. En l'absence de soutènement,  $\sigma_R$  devient nul et  $\sigma_\theta$  atteint la valeur  $\sigma_c$ . Si, au contraire, la roche est fragile,  $\sigma_\theta$  chute brutalement jusqu'à une valeur correspondant au critère de résistance résiduelle, puis diminue progressivement. En l'absence de soutènement, l'équilibre est théoriquement impossible et la rupture se propage à l'infini. En pratique, elle peut se propager jusqu'à ce que la cavité se referme complètement, grâce au foisonnement de la roche brisée, ou qu'une voûte se forme. Une pression de soutènement est donc nécessaire pour que la propagation s'arrête, mais la convergence peut être très forte à cause de la dilatance. Le soutènement doit donc être suffisamment déformable. De nombreuses roches ont un comportement élastoplastique avec radoucissement, intermédiaire entre les deux comportements précédents. Dans ce cas, une zone plastique radoucissante apparaît d'abord autour de la galerie, puis, éventuellement, une zone plastique résiduelle.

### 1.1.2. Front

Suivant le modèle bidimensionnel du déconfinement, l'état de contrainte au niveau du front est moins critique qu'en section courante. En section courante, la condition de rupture en l'absence de soutènement peut s'écrire :

$$N = \frac{2\sigma_0}{\sigma_c} > 1$$

Panet (1995) considère que la zone de rupture atteint le front si  $N$  est supérieur à 2, et que la stabilité du front devient critique si  $N$  est supérieur à 5 (figure 3-1). Cependant, Descoedres (1989) assimile la concentration de contrainte au front à celle à la paroi d'une cavité sphérique ( $1,5\sigma_0$ ) et considère que la rupture affecte le front dès que  $N$  est supérieur à  $4/3$ .

## DEVELOPPEMENT DE LA ZONE EN RUPTURE

(d'après Panet, 1995)

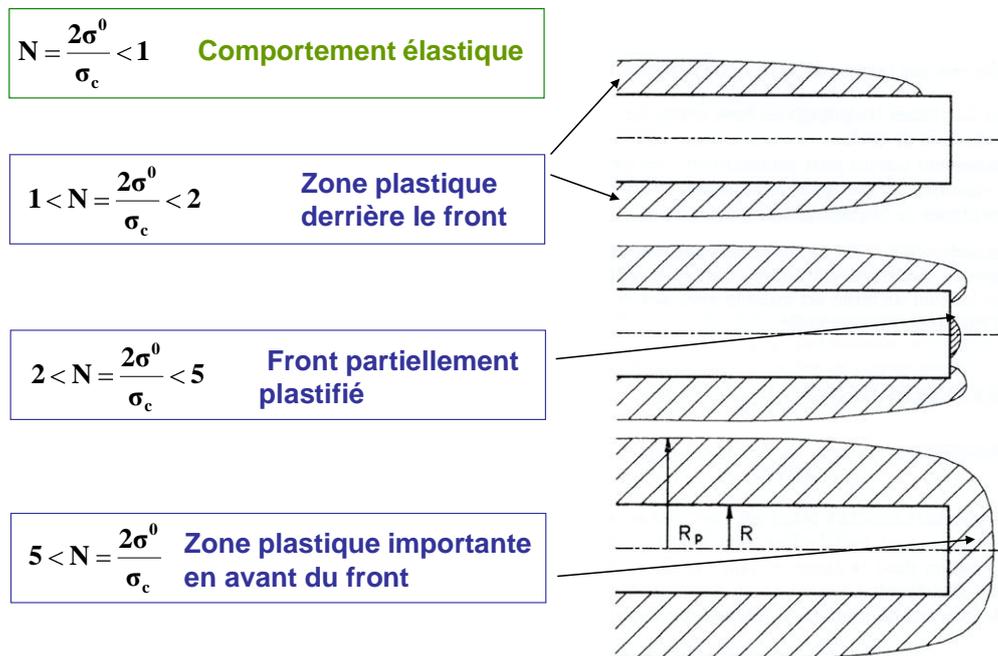


FIGURE 3-1

### 1.2. Calcul des contraintes et des déplacements en déformations planes, en négligeant le poids de la zone plastique

Le calcul des contraintes et des déformations dans la zone plastique peut se faire analytiquement si les conditions de symétrie de révolution sont remplies. Pour cela, il faut que l'état de contraintes initial soit isotrope et homogène dans la zone d'influence de la galerie. Cela signifie que le tunnel doit être suffisamment profond pour que l'on puisse négliger les variations des contraintes dans cette zone. Il faut aussi négliger le poids de l'anneau plastique.

#### 1.2.1. Comportement élastoplastique parfait (critère de Mohr-Coulomb)

Critère de Mohr-Coulomb dans le plan de Mohr :  $\tau = \sigma \tan \phi + c$

$\phi$  : angle de frottement interne.  $c$  : cohésion.

Dans le plan ( $\sigma_1, \sigma_3$ ) :  $\sigma_1 = \sigma_c + K_p \sigma_3$

avec  $K_p = (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi) = \tan^2(\pi/4 + \phi/2) = \sigma_c / \sigma_t$

et  $\sigma_c = 2 c \tan(\pi/4 + \phi/2) = 2 c \cos \phi / (1 - \sin \phi)$

Dans l'espace des contraintes, cette équation définit la surface limite ou surface d'écoulement.

Si  $\sigma_\theta$  est la contrainte principale majeure ( $\sigma_\theta > \sigma_z$ ), le critère s'écrit :  $\sigma_\theta = \sigma_c + K_p \sigma_r$

D'autre part, du fait de la symétrie de révolution, les équations d'équilibre se ramènent à :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 ; \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} = 0 ; \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} = 0$$

Les contraintes appliquées aux limites étant normales,  $\tau_{r\theta}$  et  $\tau_{rz}$  sont nuls et  $r$ ,  $\theta$  et  $z$  sont directions principales. En combinant la première équation d'équilibre avec le critère de rupture, on obtient l'équation différentielle :

$$r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + (1 - K_p) \sigma_r - \sigma_c = 0$$

dont la solution générale est :

$$\sigma_r = A r^{K_p-1} - \sigma_c / (K_p-1)$$

La constante d'intégration  $A$  est déterminée par la condition à la limite :

$$\sigma_r(R) = \sigma^0 (1 - \lambda) = p$$

$\lambda$  étant le taux de déconfinement et  $p$  la pression de soutènement (réelle ou fictive).

On obtient finalement les expressions suivantes pour les contraintes radiale et orthoradiale dans la zone plastique :

$$\begin{aligned} \sigma_r &= (r/R)^{K_p-1} [\sigma^0(1-\lambda) + \sigma_c/(K_p-1)] - \sigma_c / (K_p-1) \\ \sigma_\theta &= (r/R)^{K_p-1} [\sigma^0(1-\lambda) + \sigma_c/(K_p-1)] K_p - \sigma_c / (K_p-1) \\ \sigma_z &= \min(\sigma_\theta, \sigma_z^0) \end{aligned}$$

Le rayon de la zone plastique,  $R_p$ , est la valeur de  $r$  pour laquelle  $\sigma_r$  est égale à la pression nécessaire à la limite de la zone élastique,  $p_e = \sigma^0(1 - \lambda_e)$ .

$$(R_p/R)^{K_p-1} = [\sigma_c + \sigma^0(1 - \lambda_e)(K_p - 1)] / [\sigma_c + \sigma^0(1 - \lambda)(K_p - 1)] = 2\lambda_e / [(K_p + 1)\lambda_e - (K_p - 1)\lambda]$$

Dans la zone élastique :

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma^0 (1 - \lambda_e R_p^2 / r^2) \\ \sigma_\theta &= \sigma^0 (1 + \lambda_e R_p^2 / r^2) \\ \sigma_z &= \sigma_z^0 \end{aligned}$$

Remarque : si  $\sigma_c$  est nulle,

$$(R_p/R)^{K_p-1} = (1 - \lambda_e) / (1 - \lambda)$$

Si le déconfinement est total ( $\lambda \rightarrow 1$ ), le rayon plastique tend vers l'infini. En pratique, cela signifie que le tunnel ne peut être stable sans soutènement. C'est le cas dans un sol sans cohésion ou dans un massif très fracturé.

### 1.2.2. Comportement élastoplastique avec chute de résistance (élastoplastique fragile)

Dans la zone ayant atteint le critère de rupture de pic, les contraintes doivent respecter le critère de résistance résiduelle (voir figure correspondant au comportement élastoplastique fragile). Pour les roches et les sols, on considère généralement que la cohésion résiduelle est nulle ( $c_{rés} = 0$  et  $\sigma_{c\ rés} = 0$ ). Le rayon plastique est donc donné par l'équation :

$$(R_p/R)^{K_{rés}-1} = (1 - \lambda_e) / (1 - \lambda)$$

L'équilibre n'est possible que si le taux de déconfinement  $\lambda$  est strictement inférieur à 1 et, donc, si une pression de soutènement  $p$  est appliquée à la paroi.

Les contraintes dans la zone fracturée sont :

$$\begin{aligned} \sigma_r &= (r/R)^{K_{rés}-1} \sigma^0(1-\lambda) \\ \sigma_\theta &= (r/R)^{K_{rés}-1} \sigma^0(1-\lambda) K_{rés} \\ \sigma_z &= \min(\sigma_\theta, \sigma_z^0) \end{aligned}$$

Et dans la zone élastique :

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma^0 (1 - \lambda_e R_p^2 / r^2) \\ \sigma_\theta &= \sigma^0 (1 + \lambda_e R_p^2 / r^2) \\ \sigma_z &= \sigma_z^0 \end{aligned}$$

La pression  $p_e$  et le taux de déconfinement  $\lambda_e$  nécessaires pour maintenir le terrain dans un état élastique, dépendent uniquement du critère de pic :

$$\begin{aligned} p_e &= \sigma^0 (1 - \sin\phi_{pic}) - c \cos\phi_{pic} \\ \lambda_e &= (1 - \sin\phi_{pic}) \sigma_c / 2 \sigma_0 + \sin\phi_{pic} = (K_p - 1 + 2/N) / (K_p + 1) \end{aligned}$$

### 1.2.3. Comportement élastoplastique avec radoucissement

Ce cas est traité par Panet (1995, p.105-109).

### 1.2.4. Calcul des déplacements - Courbe caractéristique du terrain

Dans la zone élastique, de rayon intérieur  $R_p$  et soumise à une contrainte radiale  $p_e$ , le déplacement est (voir paragraphe II.2.7) :

$$\mathbf{u} = - (\sigma^0 - p_e) R_p^2 / 2 G \mathbf{r}$$

Sur la limite entre les zones élastique et plastique ( $r = R_p$ ) :

$$|\mathbf{u}| = u_R = (\sigma^0 - p_e) R_p / 2 G = \lambda_e \sigma^0 R_p / 2 G$$

Compte tenu de l'hypothèse de déformations planes ( $\varepsilon_2 = 0$ ), les déformations principales plastiques satisfont la relation :

$$K \varepsilon_1 + \varepsilon_3 = 0$$

Si  $K = 1$ , la déformation se produit à volume constant ; si  $K > 1$ , il se produit une augmentation de volume.

L'angle de dilatance  $\psi$  est défini par :

$$K = (1 + \sin\psi) / (1 - \sin\psi)$$

Si la loi d'écoulement est associée, le vecteur incrément de déformation plastique est normal à la surface d'écoulement, définie au paragraphe 1.2.1 ; dans ce cas,  $K = K_p$ .

En négligeant les déformations élastiques devant les déformations plastiques et en exprimant celles-ci en fonction des déplacements, en coordonnées cylindriques, on obtient l'équation différentielle :

$$du/dr + K u/r = 0$$

Avec la condition à la limite donnée précédemment, entre les zones plastique et élastique, l'expression du déplacement dans la zone plastique est :

$$|\mathbf{u}| = \lambda_e \sigma^0 R_p^{K+1} / 2 G r^K$$

A la paroi ( $r = R$ ) :

$$u_R = \lambda_e \sigma^0 R_p^{K+1} / (2 G R^K)$$

Le calcul exact des déplacements, sans négliger les déformations élastiques, est donné par Panet (1995, p.103-104).

Dans le plan ( $u_R, p$ ), la courbe caractéristique du terrain comporte une partie élastique rectiligne et une partie plastique dont la pente diminue (concavité vers le haut).

Si  $\sigma_c$  est nulle ou si la cohésion résiduelle est nulle dans le cas d'un comportement fragile, la courbe théorique a pour asymptote l'axe  $u_R$ , ce qui signifie que le tunnel ne peut être stable sans soutènement.

### **1.3. Loi de convergence d'un tunnel non soutenu**

Le problème tridimensionnel de la détermination de la convergence en fonction de la distance au front de taille doit être résolu numériquement. Corbetta et al. (1991) ont montré que la courbe de convergence du tunnel non soutenu peut être obtenue, avec une bonne approximation, par une simple homothétie à partir de la courbe de convergence du tunnel dans un milieu élastique (paragraphe 7.1). Cette homothétie a pour centre O et pour rapport  $1/\xi$ , rapport des convergences finales élastoplastique et élastique :

$$\frac{1}{\xi} = \lambda_e \left[ \frac{R_{p\infty}}{R} \right]^{K+1}$$

$R_{p\infty}$  étant le rayon plastique final ( $\lambda=1$ ), sans soutènement.

L'expression du déplacement de la paroi en fonction de la distance au front est donc:

$$u_R = \frac{1}{\xi} \left[ 1 - (1 - \alpha_0) \left( \frac{mR}{mR + \xi x} \right)^2 \right] \frac{\sigma^0 R}{2G}$$

avec  $\alpha_0 = 0,25$  et  $m = 0,75$ .

### **1.4. Méthode convergence confinement**

Panet (1995, p.125-138) donne plusieurs méthodes pour déterminer le déplacement de la paroi  $u_d$  au moment où le soutènement commence à exercer une pression pour s'opposer à la convergence.

La méthode la plus simple est fondée sur la courbe de convergence du tunnel non soutenu (étudiée au paragraphe 1.3). Elle suppose donc que le déplacement à la distance non soutenue du front de taille est le même dans le cas d'un tunnel soutenu et dans celui d'un tunnel non soutenu.

## **2. PRISE EN COMPTE DU POIDS DE LA ZONE PLASTIQUE**

Pour le calcul des contraintes et déplacements, nous avons négligé le poids des zones plastique et élastique situées à l'intérieur du modèle de cylindre épais. En effet, les forces volumiques (notamment de gravité) dans les équations d'équilibre ont été supposées nulles pour satisfaire à la symétrie de révolution. Seul le poids des terrains situés à l'extérieur du modèle intervient (indirectement par l'intermédiaire de la contrainte s'exerçant sur la surface extérieure du cylindre épais). En réalité, le poids de la zone plastique réduit la contrainte radiale en

voûte et l'augmente sous la galerie. Il en résulte que la zone plastique est plus importante au-dessus de la galerie qu'au-dessous. Mais pour un tunnel à grande profondeur, ces modifications sont petites par rapport aux contraintes (ou au déviateur). En effet la variation de la contrainte radiale sur un diamètre vertical est au maximum égale à  $\gamma(R_2 - R_1)$ , alors que la contrainte initiale  $\sigma^0$  est de l'ordre de  $\gamma H$  et que  $(R_2 - R_1)$  est petit devant la profondeur  $H$ . En revanche, l'influence du poids de la roche fracturée dans la zone en rupture n'est pas toujours négligeable dans le calcul de la pression de soutènement, qui dans la plupart des cas est inférieure à 0,2-0,3 MPa (AFTES, 1993).

Dans la voûte de la galerie, il faut donc ajouter à la pression de confinement  $p_c$  (qui mobilise le frottement dans la zone fracturée), une pression de soutènement  $p_m$  qui maintient les blocs en place. La pression de soutènement nécessaire  $p_s$ , pour une convergence donnée, est donc :  $p_s = p_c + p_m$ . La courbe caractéristique du terrain obtenue sans tenir compte du poids, doit donc être modifiée (figure 3-7).

Le modèle le plus simple et le plus sécuritaire pour calculer  $p_m$  conduit à l'expression suivante:

$$p_m = \gamma (R_p - R)$$

dans laquelle  $R_p$  dépend de  $p_c$ , donc de  $u_R$ . On constate que si l'épaisseur de la zone en rupture est de l'ordre de 1 m,  $p_m$  est de l'ordre de 0,025 MPa, ce qui n'est pas négligeable.

Des expressions issues de modèles moins simplistes sont données par Panet (1995, p.113).

D'autre part, il existe des méthodes empiriques pour évaluer la zone décomprimée au-dessus du tunnel (Panet, 1995, p.14-20). Notons enfin que la simulation numérique permet de prendre en compte directement le poids du terrain.

### PRISE EN COMPTE DU POIDS DE LA ZONE FRACTUREE

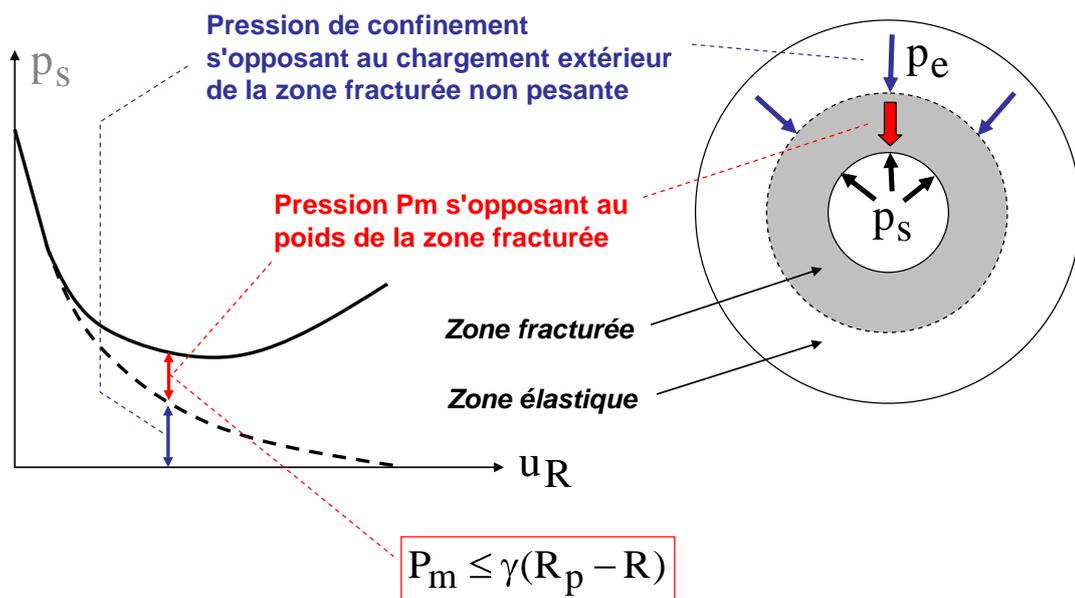


FIGURE 3-7

## 3. SIMULATION NUMERIQUE

### 3.1. Généralités

Les méthodes numériques (éléments finis, différences finies, éléments frontières, éléments distincts) permettent de calculer les champs de contrainte et de déplacement pour des cavités de formes quelconques, dans des terrains hétérogènes et discontinus, à faible profondeur et en considérant le poids du modèle (contrairement aux méthodes analytiques traitant des problèmes axisymétriques).

### **3.2. Creusement et soutènement d'un tunnel**

Dans le cas d'un tunnel, l'application de la méthode convergence-confinement permet de simuler le creusement et le soutènement en utilisant un modèle bidimensionnel. Pour un creusement en pleine section, la méthode comporte les phases suivantes.

a. *Constitution du modèle géométrique*, comportant les limites entre les différents terrains, les discontinuités, les phases d'excavation, les différentes structures de soutènement.

b. *Simulation de l'état de contraintes initial*. Il en résulte des contraintes  $\sigma^0$  sur la paroi du futur tunnel.

c. *Simulation du creusement avant la mise en place du soutènement*: les contraintes s'exerçant sur la paroi du tunnel sont diminuées de  $\lambda_d \sigma^0$ ,  $\lambda_d$  étant la valeur du taux de déconfinement à la distance  $d$  du front de taille, où est posé le soutènement.  $\lambda_d$  est déterminé par une des méthodes proposées par Panet (1995). La méthode la plus simple est celle fondée sur la courbe de convergence du tunnel non soutenu. Pendant cette phase, les terrains creusés sont désactivés (leur module de déformation est annulé).

d. *Simulation de la mise en place du soutènement et de l'avancée du front*: les structures de soutènement sont activées et les contraintes qui étaient imposées à la paroi du tunnel sont annulées.

## **4. INFLUENCE DE LA PROFONDEUR**

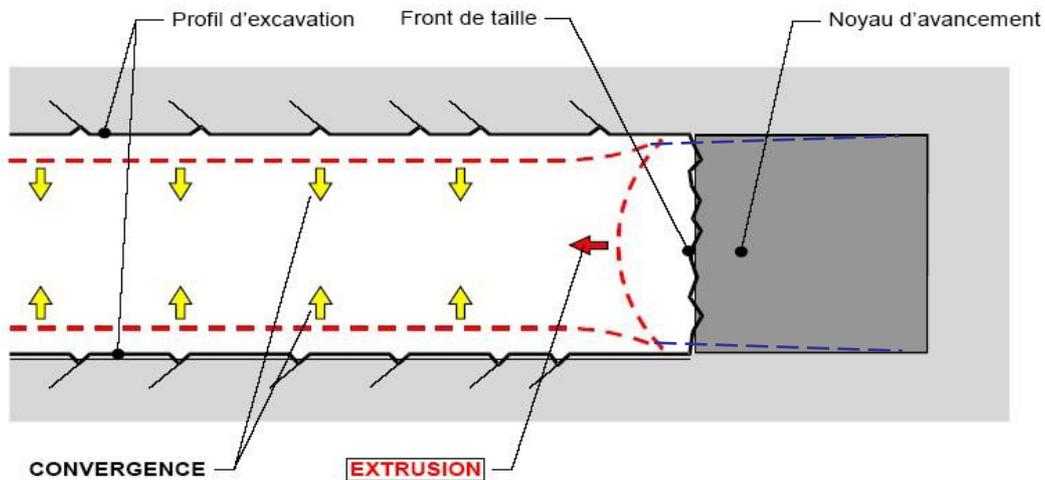
On considère qu'une galerie est à faible profondeur, si le rapport de la profondeur de l'axe de la galerie à sa largeur est inférieur à 2. A faible profondeur, les contraintes autour des cavités restent généralement faibles et les ruptures n'affectent que les roches peu résistantes et les sols. Dans les sols, le rapport entre les contraintes horizontale et verticale est généralement inférieur à 1. Par rapport à l'état de contrainte isotrope, la contrainte orthoradiale est plus forte sur les piedroits et plus faible en voûte (voire nulle si  $K_0$  est inférieur à 1/3). En l'absence de cohésion, elle est trop faible pour équilibrer le poids des terrains et la galerie ne peut pas être stable sans soutènement.

## CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

### 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

#### *Evolution de la convergence lors du déconfinement*

#### *Cas élastique*



2012

D. Hantz - Polytech'Grenoble

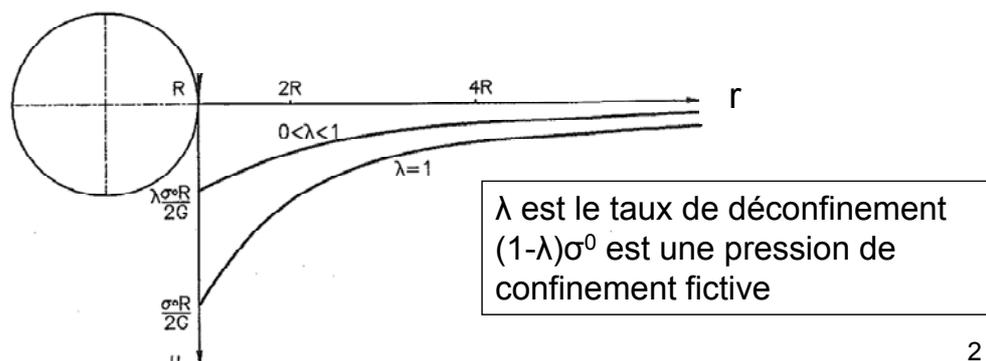
1

## CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

### 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

#### *Evolution de la convergence lors du déconfinement (d'après Panet, 1995)*

#### *Cas élastique*



2012

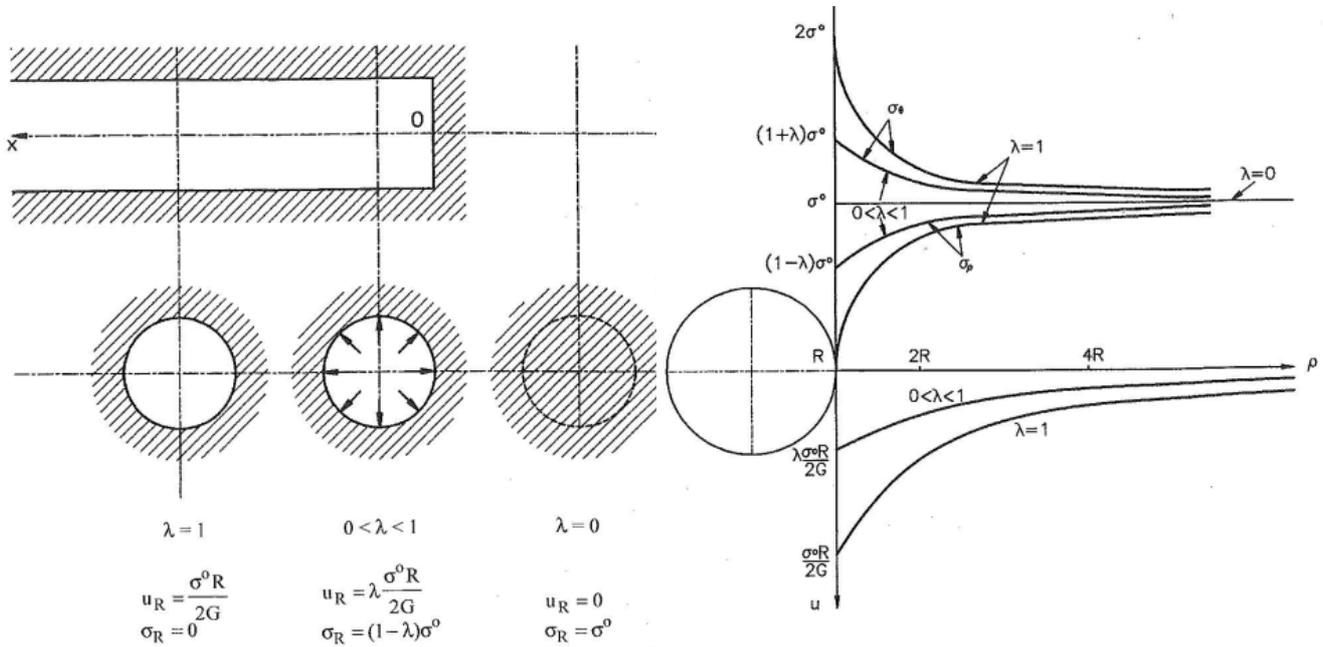
2

# CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

## 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

*Evolution des contraintes lors du déconfinement (d'après Panet, 1995)*

**Cas élastique**

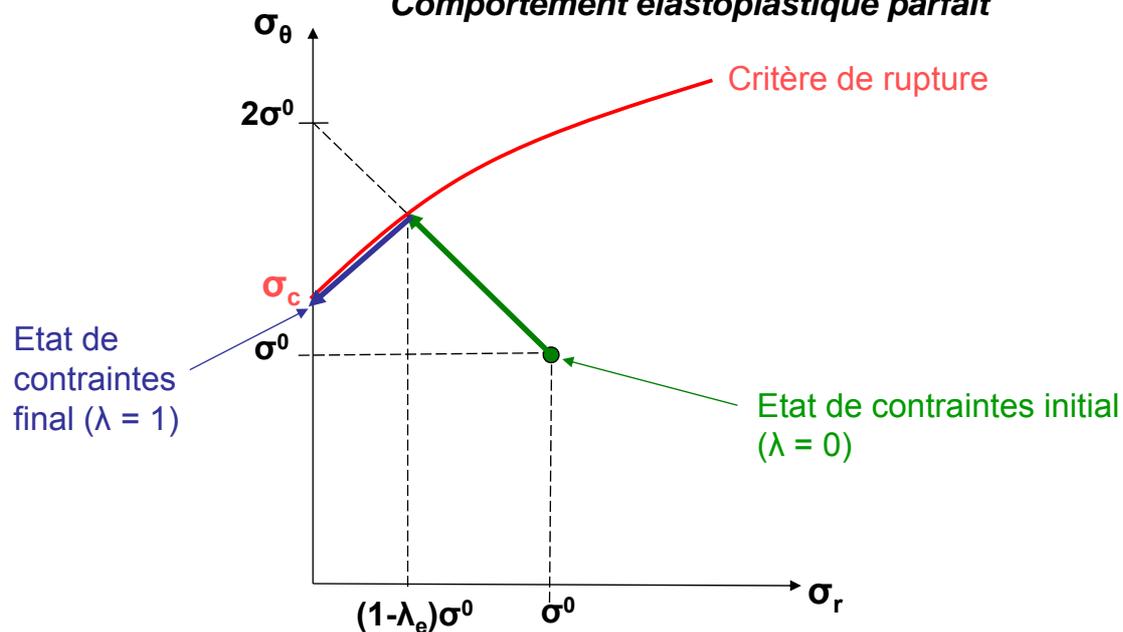


# CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

## 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

*Evolution de l'état de contraintes en un point de la paroi lors du déconfinement*

**Comportement élastoplastique parfait**



CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE  
**1. GALERIE CIRCULAIRE**  
**AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE**

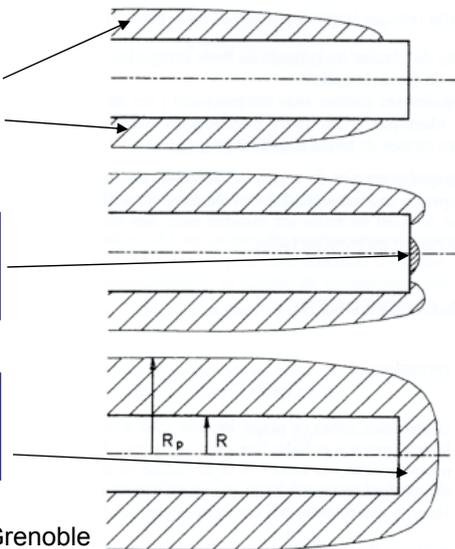
*Développement de la zone en rupture (d'après Panet, 1995)*

$N = \frac{2\sigma^0}{\sigma_c} < 1$     **Comportement élastique**

$1 < N = \frac{2\sigma^0}{\sigma_c} < 2$     **Zone plastique derrière le front**

$2 < N = \frac{2\sigma^0}{\sigma_c} < 5$     **Front partiellement plastifié**

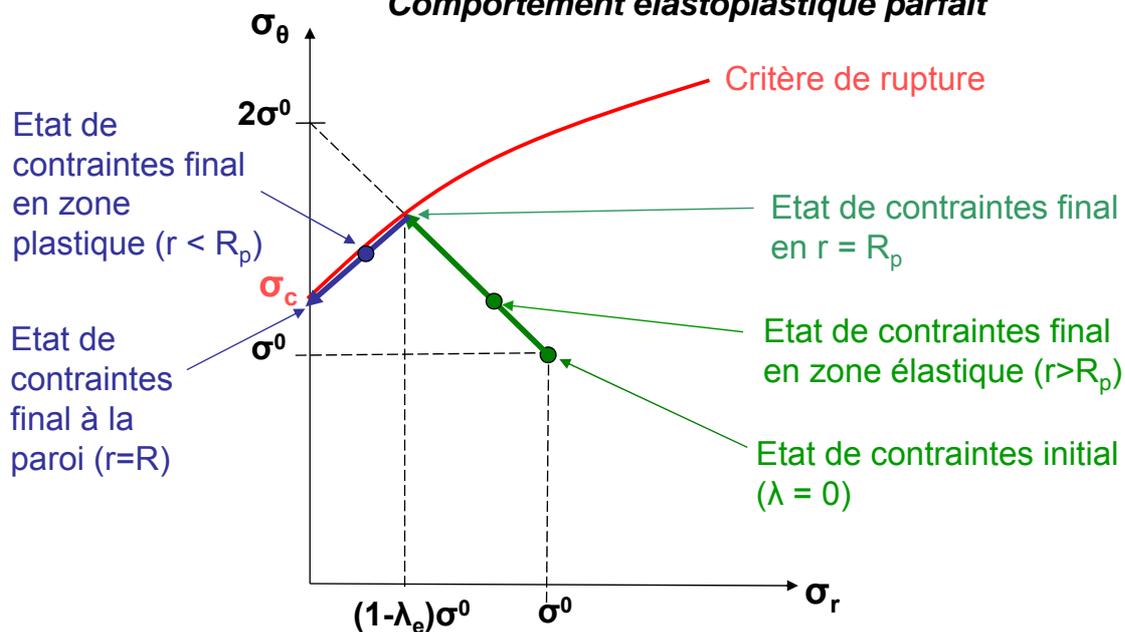
$5 < N = \frac{2\sigma^0}{\sigma_c}$     **Zone plastique importante en avant du front**



CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE  
**1. GALERIE CIRCULAIRE**  
**AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE**

*Variation de l'état de contraintes final le long d'un axe radial*

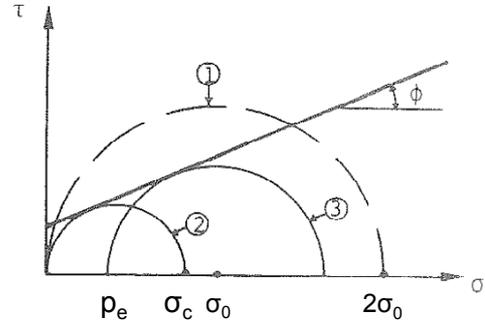
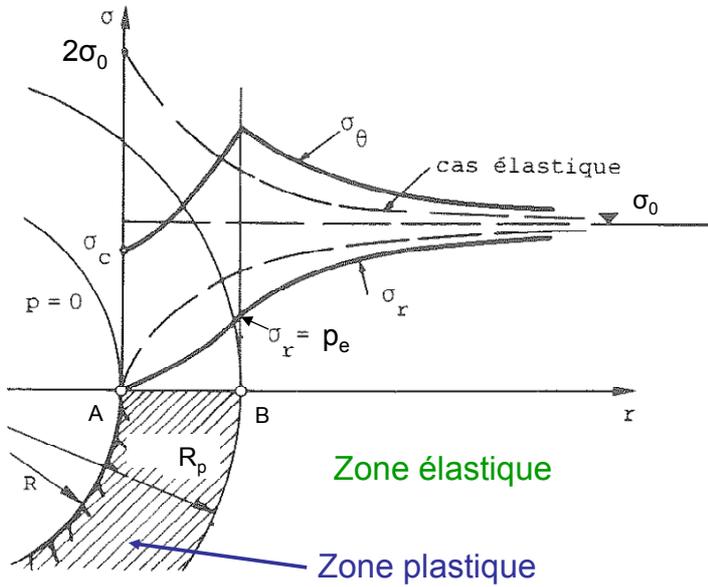
**Comportement élastoplastique parfait**



CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

1. GALERIE CIRCULAIRE  
AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

Etat de contraintes final - Comportement élastoplastique parfait  
(d'après Descoedres, 1989)



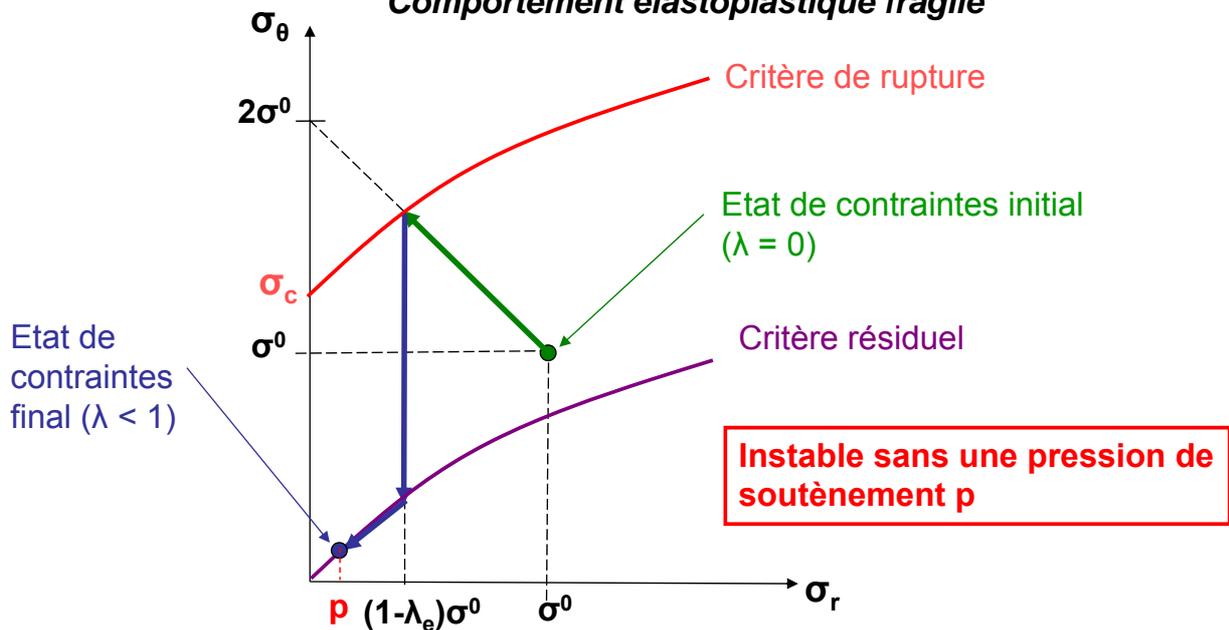
- 1 Etat de contr. en A (élastique)
- 2 Etat de contr. en A (él.-plast)
- 3 Etat de contr. en B (él.-plast)

CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

1. GALERIE CIRCULAIRE  
AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

Evolution de l'état de contraintes en un point de la paroi lors du déconfinement

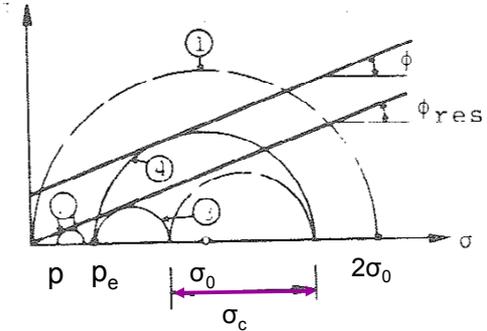
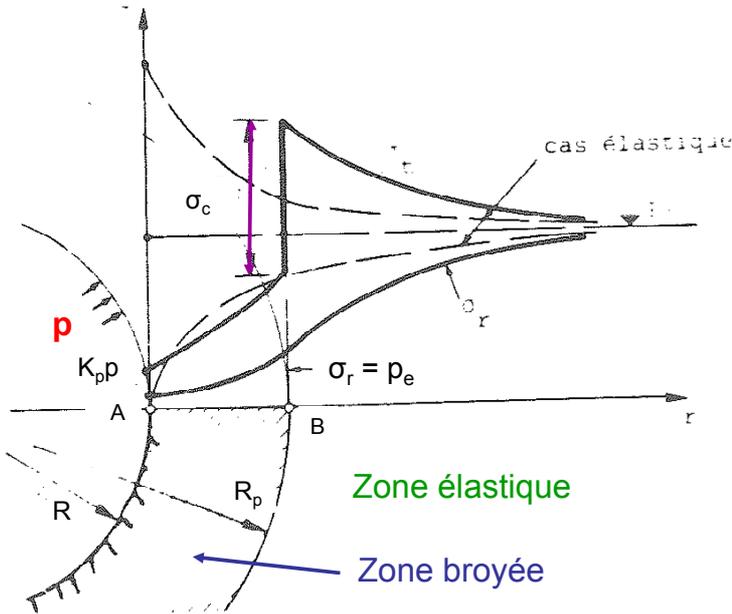
Comportement élastoplastique fragile



## CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

### 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

*Etat de contraintes final - Comportement élastoplastique fragile  
critère de Mohr-Coulomb (d'après Descoedres, 1989)*



- ① Etat de contr. en A (élastique)
- ② Etat de contr. en A (él.-fragile)
- ③ Etat de contr. en B } (él.-fragile)
- ④ Etat de contr. en B }

2012

D. Hantz - Polytech'Grenoble

9

## CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

### 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

*Calcul des contraintes dans la zone plastique*

Equations d'équilibre :  $\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$  ;  $\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} = 0$  ;  $\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} = 0$

Critère de rupture de Mohr-Coulomb :  $\sigma_\theta = \sigma_c + K_p \sigma_r$   
avec  $K_p = (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi) = \tan^2(\pi/4 + \phi/2) = \sigma_c / \sigma_t$   
et  $\sigma_c = 2 c \tan(\pi/4 + \phi/2) = 2 c \cos \phi / (1 - \sin \phi)$

Condition limite :  $\sigma_r(R) = p = \sigma_0 (1 - \lambda)$

$$\sigma_r = (r/R)^{K_p-1} [\sigma^0 (1 - \lambda) + \sigma_c / (K_p - 1)] - \sigma_c / (K_p - 1)$$

$$\sigma_\theta = (r/R)^{K_p-1} [\sigma^0 (1 - \lambda) + \sigma_c / (K_p - 1)] K_p - \sigma_c / (K_p - 1)$$

$$\sigma_z = \min(\sigma_\theta, \sigma_z^0)$$

2012

D. Hantz - Polytech'Grenoble

10

CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE  
**1. GALERIE CIRCULAIRE**  
**AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE**

*Rayon de la zone plastique*

Le rayon de la zone plastique,  $R_p$ , est la valeur de  $r$  pour laquelle  $\sigma_r$  est égale à la pression nécessaire à la limite de la zone élastique :

$$p_e = \sigma^0(1-\lambda_e)$$

$$(R_p/R)^{K_p-1} = [\sigma_c + \sigma^0(1-\lambda_e)(K_p-1)] / [\sigma_c + \sigma^0(1-\lambda)(K_p-1)] = 2\lambda_e / [(K_p+1)\lambda_e - (K_p-1)\lambda]$$

Si  $\sigma_c$  est nulle,

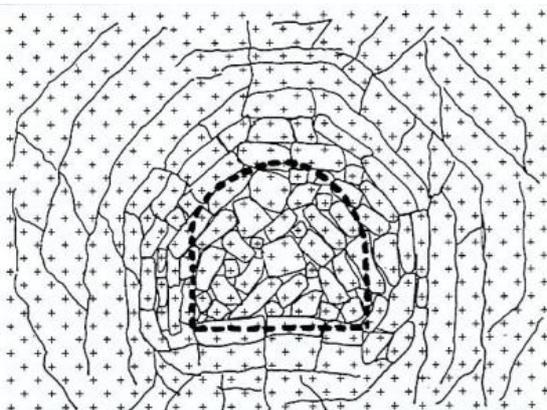
$$(R_p/R)^{K_p-1} = (1-\lambda_e) / (1-\lambda)$$

Si le déconfinement est total ( $\lambda \rightarrow 1$ ), le rayon plastique tend vers l'infini.

CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE  
**1. GALERIE CIRCULAIRE**  
**AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE**

*Rayon de la zone plastique*

En pratique, cela signifie que le tunnel ne peut être stable sans soutènement



(extrait de *Fine, le soutènement des galeries minières, Armines, 1993*)

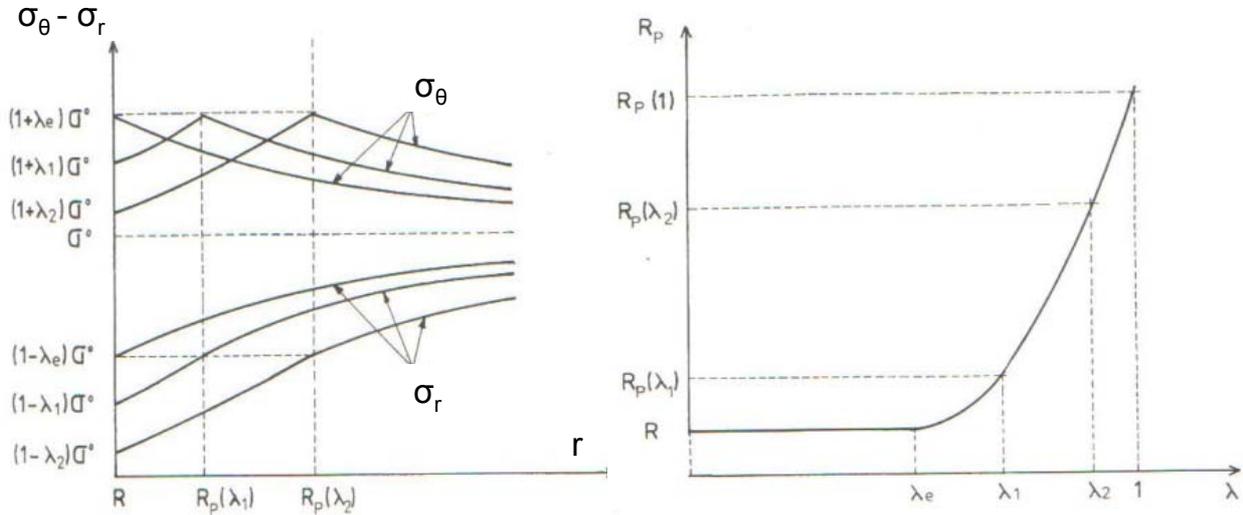


(photo Mount Isa Mines)

## CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

### 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

*Distribution des contraintes et variation du rayon plastique lors du déconfinement avec un critère de Tresca et  $N = 0,5$  (d'après Panet, 1995)*



2012

D. Hantz - Polytech'Grenoble

13

## CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

### 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

#### *Calcul simplifié des déplacements dans la zone plastique*

En déformations planes ( $\epsilon_2=0$ ) les déformations plastiques satisfont la relation :  $\mathbf{K}\epsilon_{1p} + \epsilon_{3p} = \mathbf{0}$

avec  $K = (1+\sin\psi) / (1-\sin\psi)$   
 $\psi$  étant l'angle de dilatance

Si  $K=1$ , la déformation se fait à volume constant (sans dilatance)

$$\epsilon_{3p} = \frac{du}{dr} \quad \text{et} \quad \epsilon_{1p} = \frac{u}{r}$$

Condition limite en  $r = R_p$  :

$$u_{R_p} = \frac{(\sigma^0 - p_e)R_p}{2G} = \frac{\lambda_e \sigma^0 R_p}{2G}$$

2012

D. Hantz - Polytech'Grenoble

14

## CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

### 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

#### *Calcul simplifié des déplacements dans la zone plastique*

En négligeant les déformations élastiques de la zone plastique devant les déformations plastiques, on obtient :

$$|u| = \lambda_e \sigma^0 R_p^{K+1} / 2 G r^K$$

Remarque :  $R_p$  dépend du taux de déconfinement  $\lambda$

A la paroi ( $r = R$ ) :

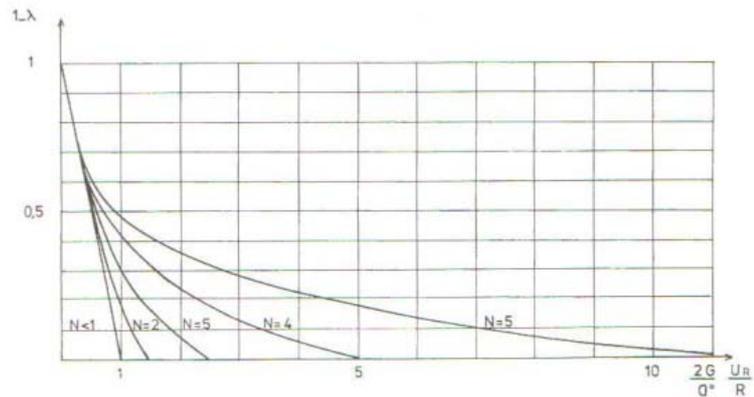
$$u_R = \lambda_e \left( \frac{R_p}{R} \right)^{K+1} \frac{\sigma^0 R}{2G} = \frac{1}{\xi} u_{Re}$$

*Le calcul exact des déplacements est donné par Panet (1995)*

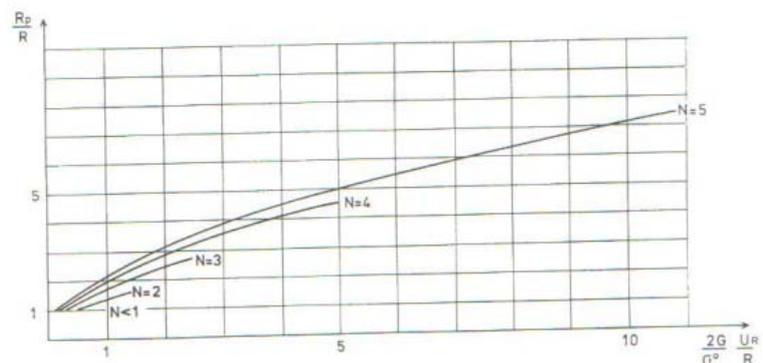
## CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

### 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

Exemples de courbes caractéristiques de terrains pour différentes valeurs de  $N$  (critère de Tresca)  
(d'après Panet, 1995)



*Figure 4.11. Massif élastoplastique parfait – Critère de Tresca. Courbes caractéristiques du massif pour différentes valeurs de  $N$ .*

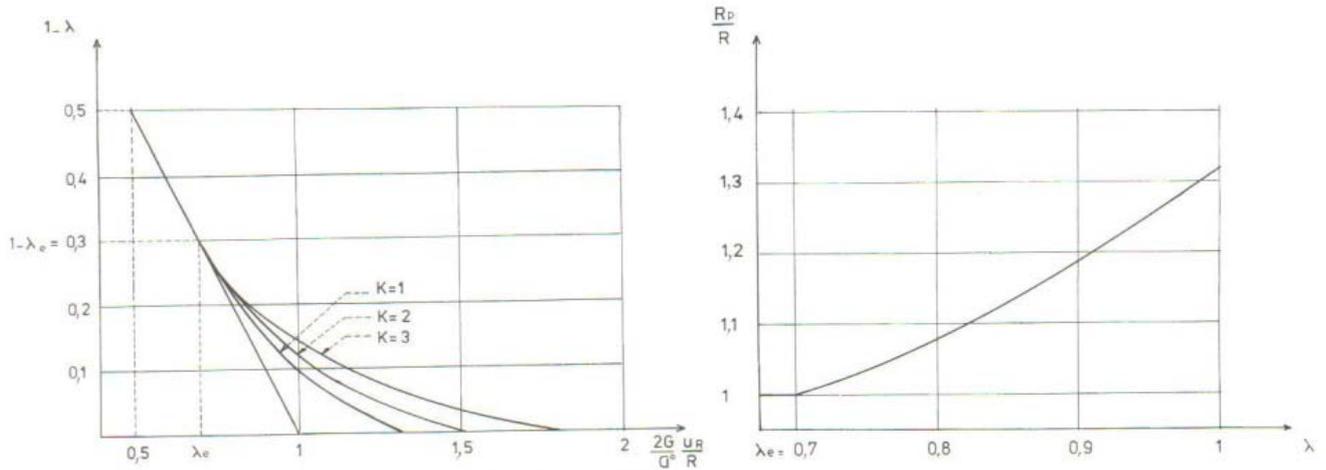


## CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

### 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

Exemples de courbes caractéristiques de terrains  
Critère de Mohr-Coulomb ( $\Phi = 30^\circ$  ;  $K_p = 3$  ;  $\lambda_e = 0,7$ )

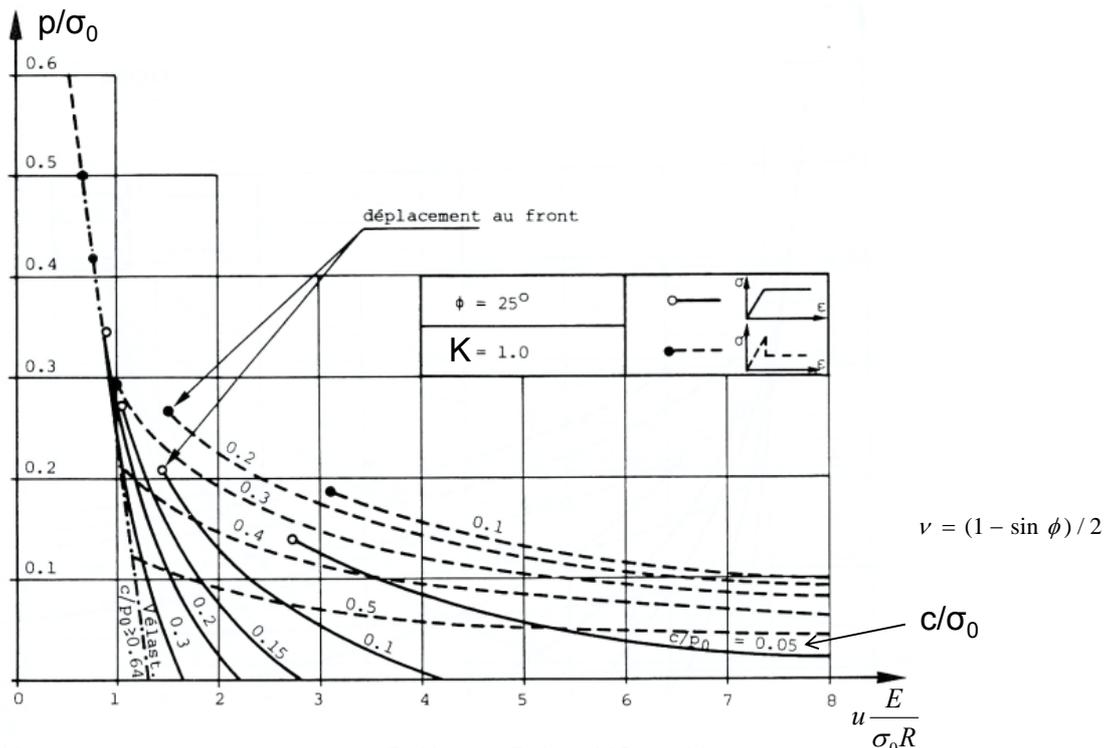
(d'après Panet, 1995)



## CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

### 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

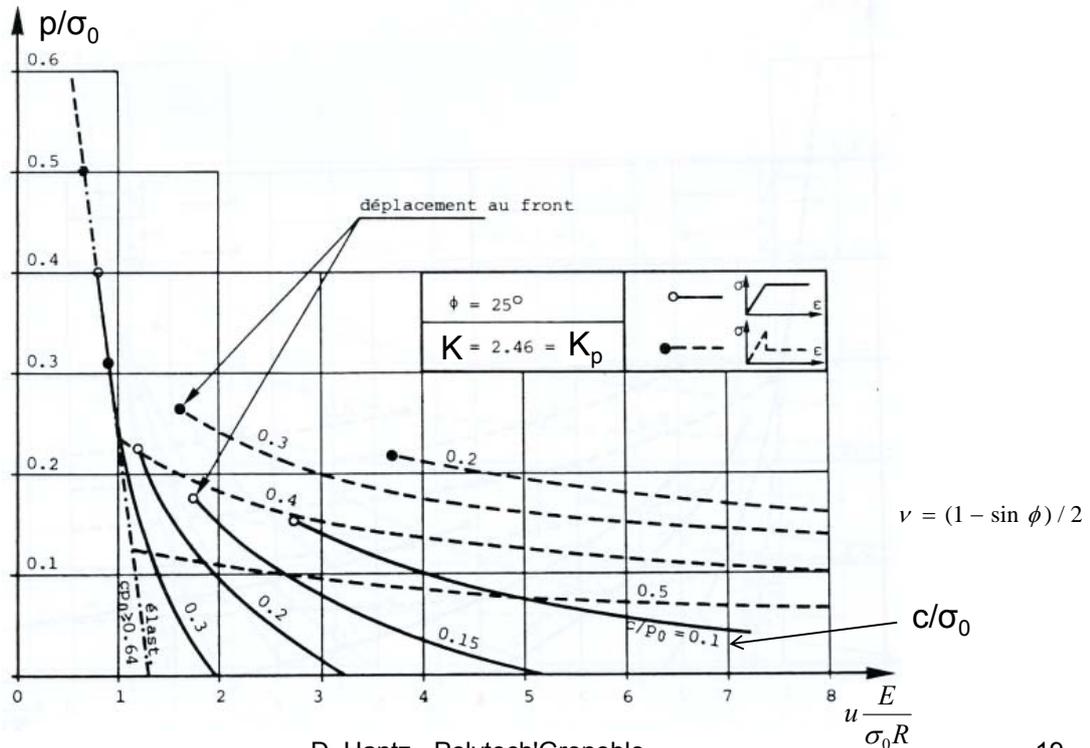
**Exemples de courbes caractéristiques de terrains** (d'après Descoedres, 1989)



# CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

## 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

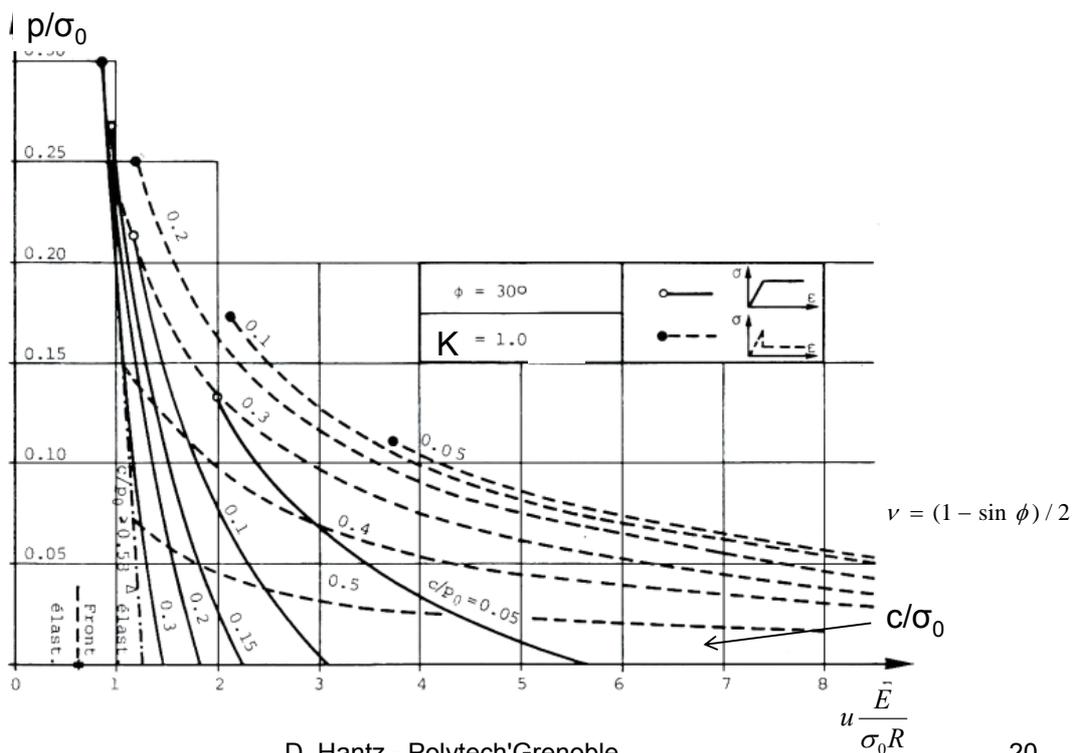
Exemples de courbes caractéristiques de terrains (d'après Descoedres, 1989)



# CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

## 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

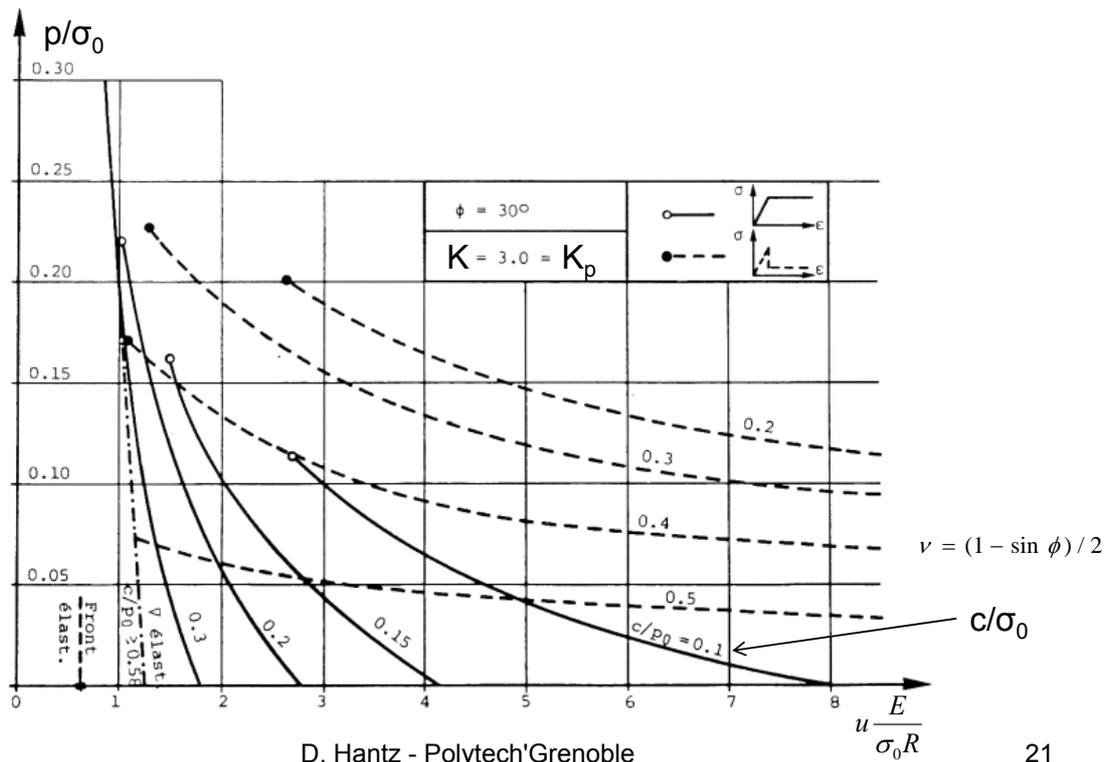
Exemples de courbes caractéristiques de terrains (d'après Descoedres, 1989)



## CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

### 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

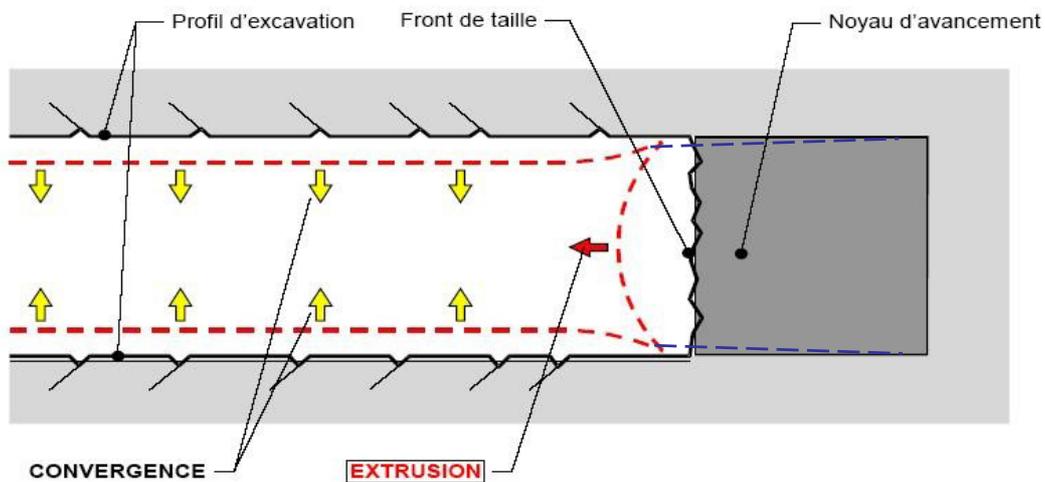
*Exemples de courbes caractéristiques de terrains (d'après Descoedres, 1989)*



## CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

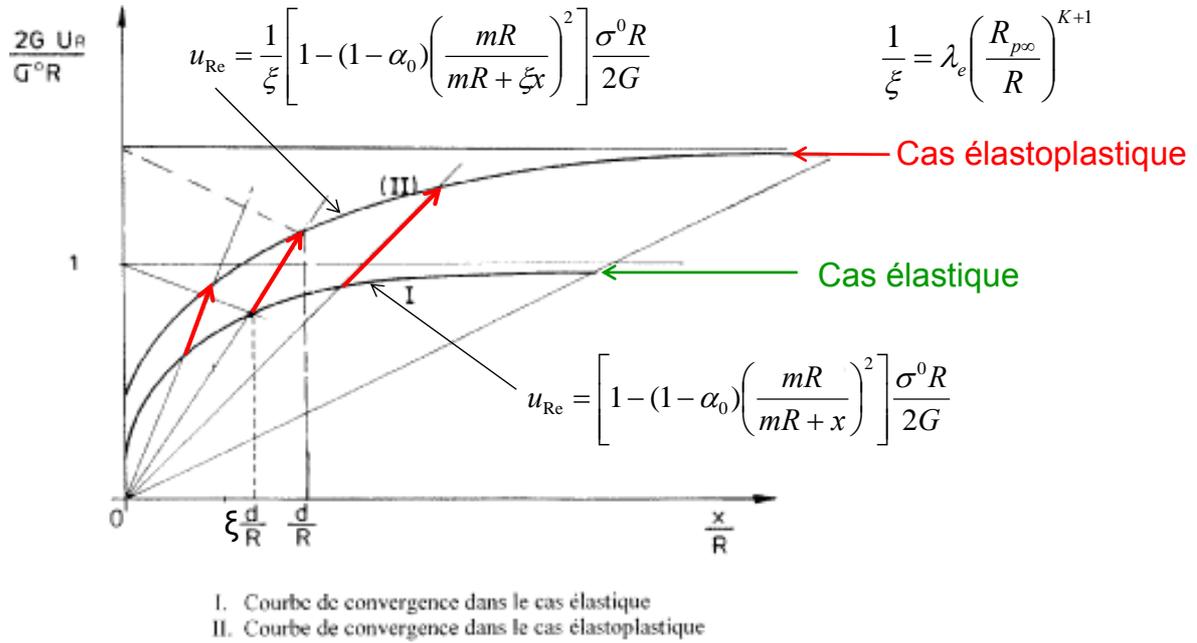
### 1. GALERIE CIRCULAIRE AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

*Evolution de la convergence lors du déconfinement*

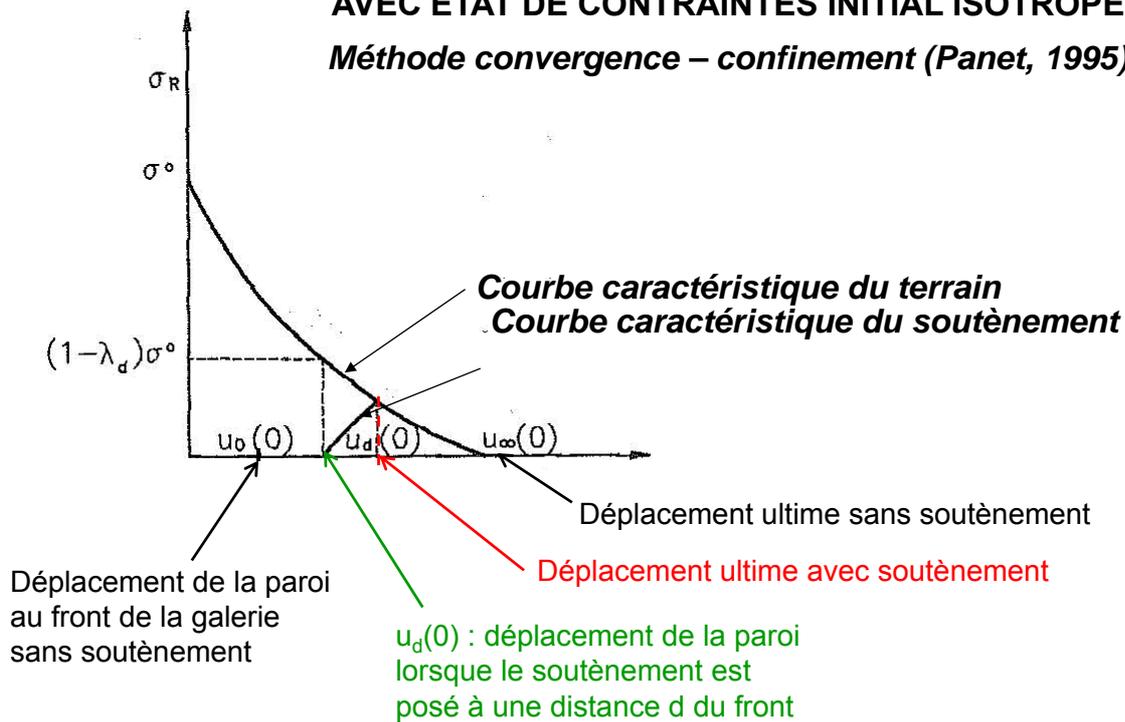


CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE  
**1. GALERIE CIRCULAIRE  
 AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE**

*Convergence en fonction de la distance au front*

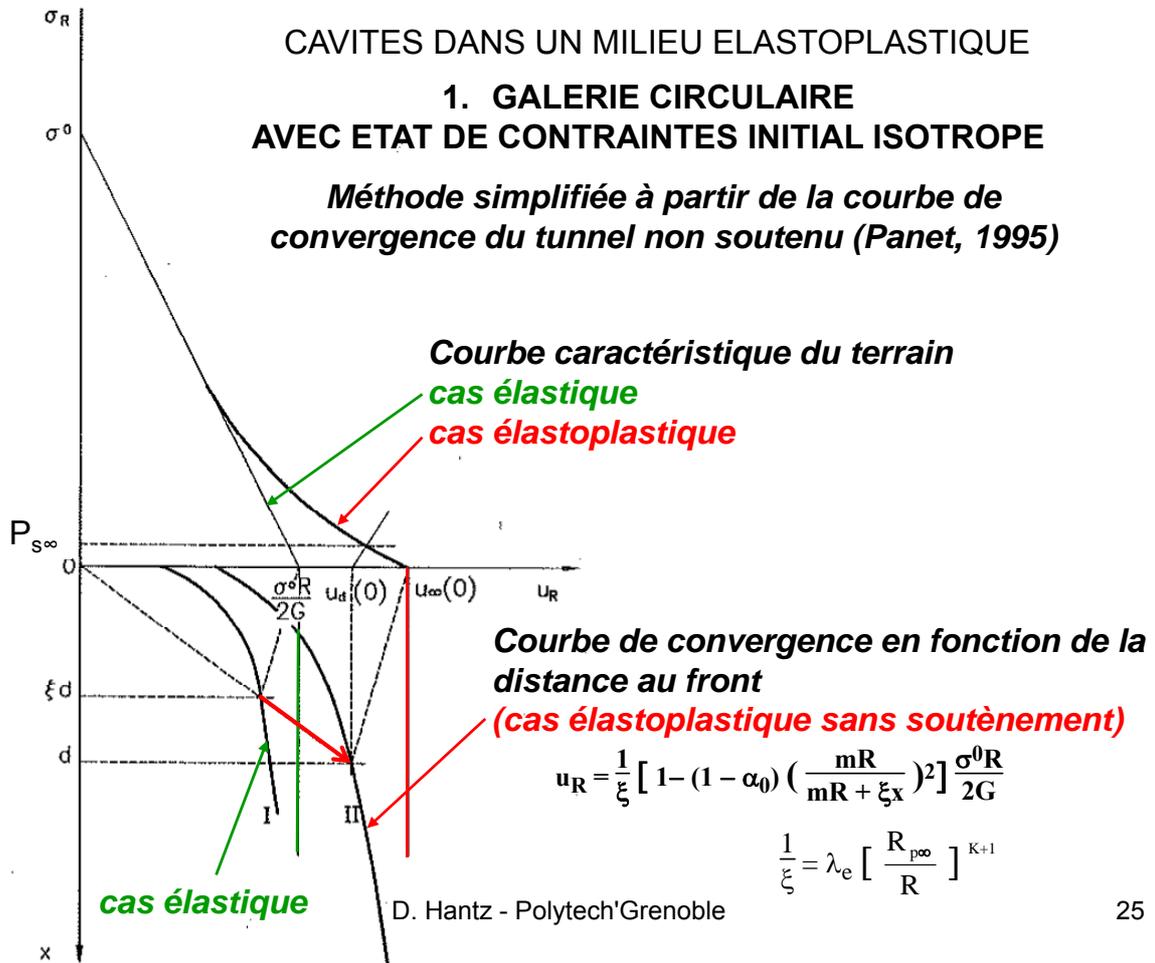


CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE  
**1. GALERIE CIRCULAIRE  
 AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE**  
*Méthode convergence – confinement (Panet, 1995)*



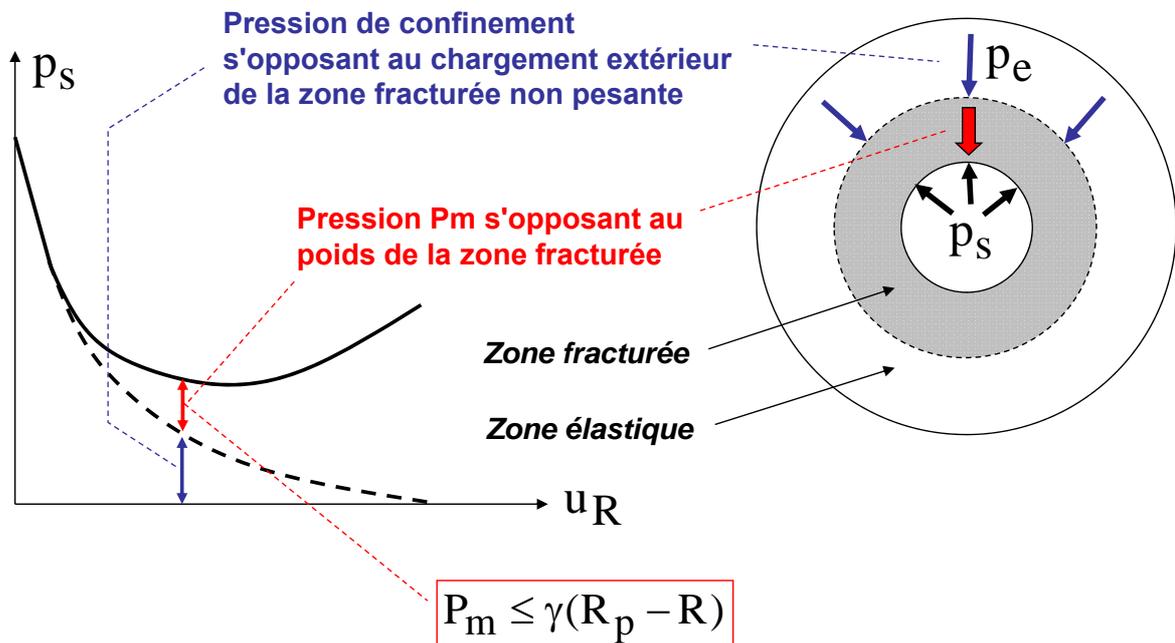
CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE  
 1. GALERIE CIRCULAIRE  
 AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

*Méthode simplifiée à partir de la courbe de convergence du tunnel non soutenu (Panet, 1995)*



CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE  
 1. GALERIE CIRCULAIRE  
 AVEC ETAT DE CONTRAINTES INITIAL ISOTROPE

*Prise en compte du poids de la zone fracturée*



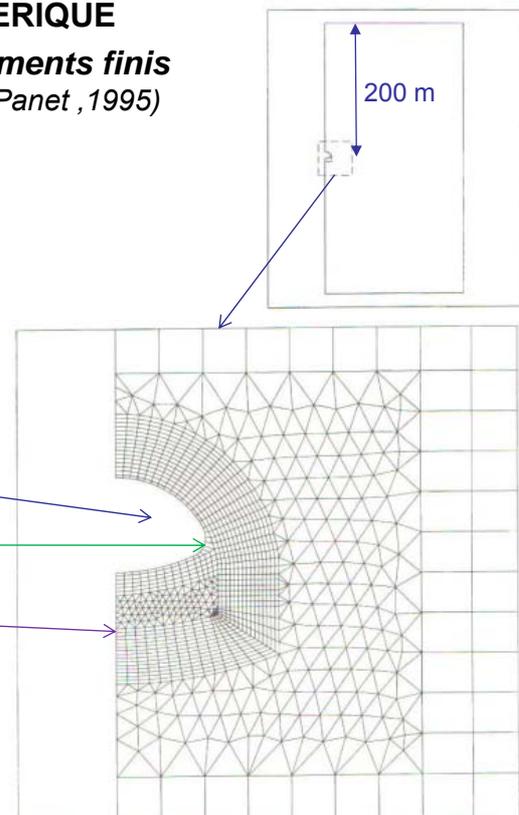
## 2. SIMULATION NUMERIQUE

- a. **Constitution du modèle géométrique**, comportant les limites entre les différents terrains, les discontinuités, les phases d'excavation, les différentes structures de soutènement.
- b. **Simulation de l'état de contraintes initial**. Il en résulte des contraintes  $\sigma^0$  sur la paroi du futur tunnel.
- c. **Simulation du creusement avant la mise en place du soutènement**: les contraintes s'exerçant sur la paroi du tunnel sont diminuées de  $\lambda_d \sigma^0$ ,  $\lambda_d$  étant la valeur du taux de déconfinement à la distance  $d$  du front de taille, où est posé le soutènement.  $\lambda_d$  est déterminé par une des méthodes proposées par Panet (1995). La méthode la plus simple est celle fondée sur la courbe de convergence du tunnel non soutenu. Pendant cette phase, les terrains creusés sont désactivés (leur module de déformation est annulé).
- d. **Simulation de la mise en place du soutènement et de l'avancée du front**: les structures de soutènement sont activées et les contraintes qui étaient imposées à la paroi du tunnel sont annulées.

## 2. SIMULATION NUMERIQUE

**Exemple de calcul par éléments finis**  
(code CESAR-LCPC, d'après Panet, 1995)

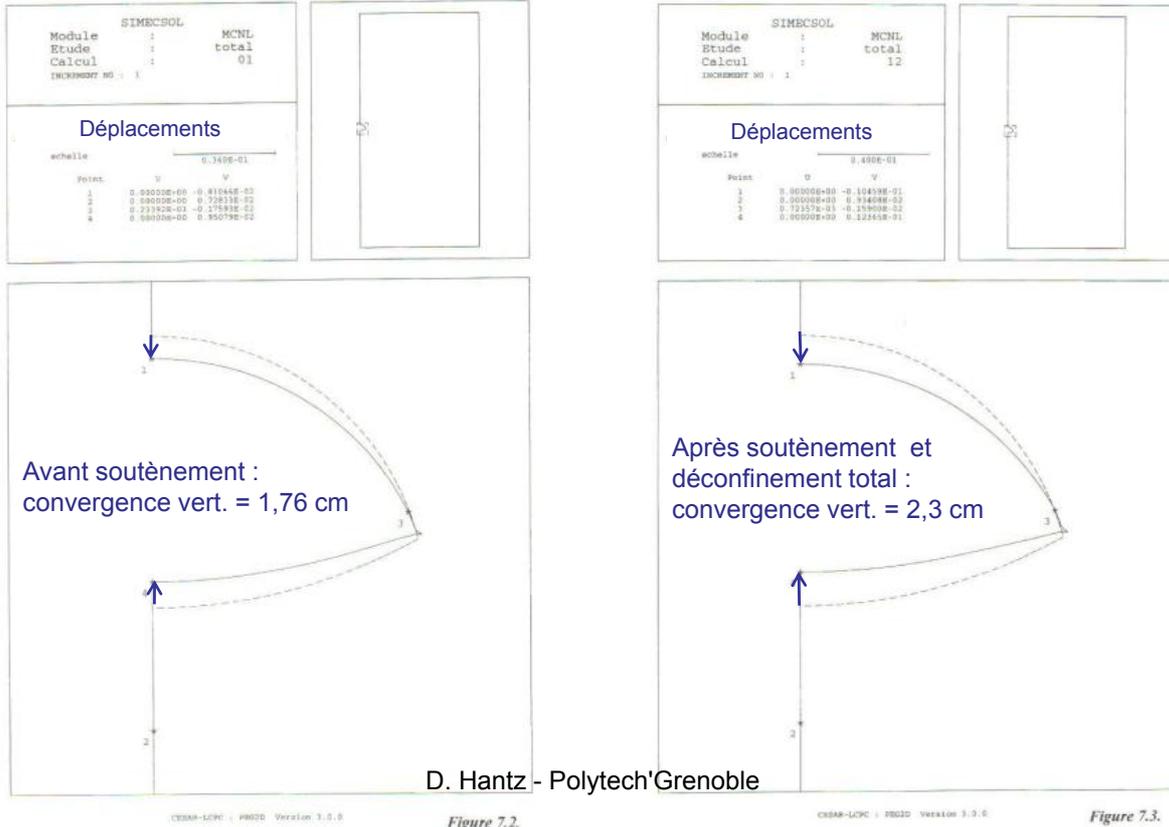
- Tunnel à 200 m de profondeur dans des **marnes homogènes**
- Contrainte verticale initiale : 4,5 Mpa
- Contrainte horizontale : 2,25 Mpa
- $E_{\text{court terme}} = 2200 \text{ Mpa}$  ;  $\nu = 0,3$
- $E_{\text{long terme}} = 1200 \text{ Mpa}$
- $\sigma_{c \text{ court terme}} = 5 \text{ Mpa}$  ;  $\sigma_{c \text{ long terme}} = 2,5 \text{ MPa}$
- $\Phi = 26^\circ$  ; Coefficient de dilatance : 1,5
- Demi-section supérieure semi-circulaire de rayon 5 m
- **Soutènement** : 15 cm de béton projeté
- $E = 15\,000 \text{ Mpa}$  ;  $\nu = 0,2$
- **Revêtement** : 35 cm de béton coffré
- $E_{\text{court terme}} = 30\,000 \text{ Mpa}$  ;  $\nu = 0,2$
- $E_{\text{long terme}} = 20\,000 \text{ Mpa}$
- **Taux de déconfinement** à la pose du soutènement : 0,55



# CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

## 2. SIMULATION NUMERIQUE

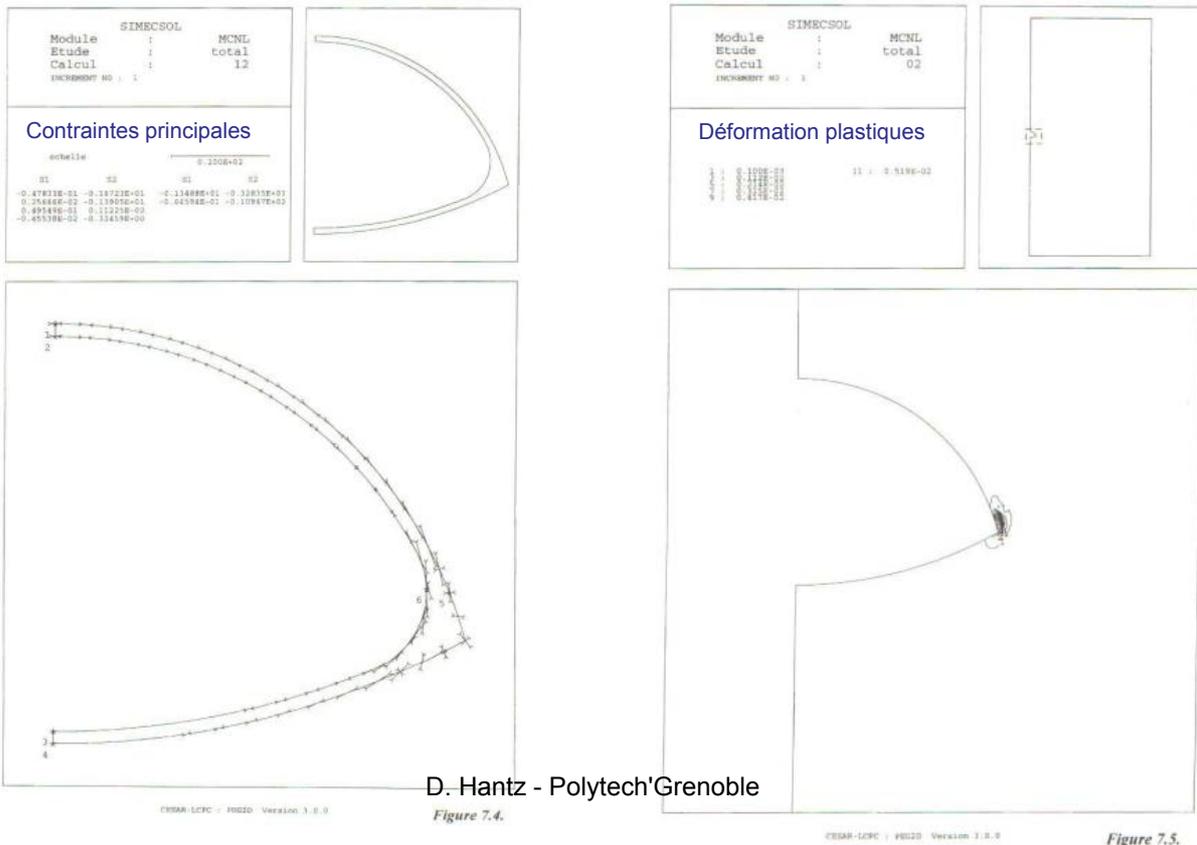
Exemple de calcul par éléments finis (code CESAR-LCPC, d'après Panet, 1995)



# CAVITES DANS UN MILIEU ELASTOPLASTIQUE

## 2. SIMULATION NUMERIQUE

Exemple de calcul par éléments finis (code CESAR-LCPC, d'après Panet, 1995)



## CHAPITRE IV

### COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES

#### 1. INTRODUCTION

Le comportement différé des terrains autour des cavités est attesté par deux observations (Panet, 1995):

- on a constaté dans de nombreux tunnels que, pendant un arrêt prolongé du front de taille, la convergence continue à croître;
- l'auscultation des tunnels anciens a mis en évidence des pressions de soutènement sur des revêtements qui ont été mis en place très loin derrière le front de taille, longtemps après la période de creusement.

Ce comportement est dû à deux phénomènes, qui peuvent agir simultanément:

- le fluage du squelette solide des terrains;
- l'établissement d'une nouvelle distribution des pressions interstitielles.

Pour prévoir le comportement à long terme des cavités, on utilise souvent des modèles simplifiés, qui supposent un comportement rhéologique global du terrain, englobant ces deux phénomènes.

Dans ce chapitre, les modèles rhéologiques les plus simples seront appliqués au cas d'une galerie circulaire, afin de décrire les différents types de comportement qui en résultent.

#### 2. INTERPRETATION DES MESURES DE CONVERGENCES

En pratique, les mesures initiales de convergence sont généralement réalisées au front de taille. La convergence est alors :

$$C(x) = u_R(x) - u_R(0)$$

(ou  $C(x) = 2 [u_R(x) - u_R(0)]$  si l'on considère la variation du diamètre du tunnel).

Pour de nombreux ouvrages, l'analyse des courbes de convergence a montré que celle-ci dépend également du temps  $t$  et l'expression suivante a été proposée (Sulem, 1983) :

$$C(x,t) = A_1 f(x) [1 + A_2 g(t)]$$

où  $A_1$  et  $A_2$  sont des constantes, et  $f$  et  $g$  des fonctions égales à 0 pour  $x=0$  ou  $t=0$ , et qui tendent vers 1 pour  $x$  ou  $t$  infiniment grand.

Pour  $x$  et  $t$  infiniment grands, la convergence finale est donc  $C_\infty = A_1 (1 + A_2)$ .

$f(x)$  a la même forme que les fonctions décrivant les courbes de convergence décrites pour les comportements élastique et élastoplastique :

$$f(x) = 1 - \left( \frac{X}{X+x} \right)^2$$

Pour  $g(t)$ , deux expressions ont été proposées :

$$g(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right)$$

$$g(t) = 1 - \left( \frac{T}{T+t} \right)^n$$

La première expression peut s'expliquer avec un modèle viscoélastique, mais la seconde est mieux ajustée aux données analysées par Panet (1995), qui a obtenu les valeurs suivantes pour les paramètres  $X$ ,  $T$ ,  $A_2$  et  $n$  ( $B$  étant la largeur du tunnel).

Ouvrage	Massif	X/B	T (jours)	$A_2$	$n$
Fréjus	Schistes lustrés	1,3	3,75	4	0,3
Las Planes	Marnes	0,45	2,3	2,75	0,3
Penly	Argile du Gault	0,54	25	4,3	1,15
Chamoise	Marnes du Jurassique	0,4	12,3	6,8	0,3
Monaco	Marnes du Cénomaniien	0,45	24,5	1,58	1,5

### 3. LE COMPORTEMENT DIFFERE DES ROCHES

Les essais classiques réalisés en laboratoire se déroulent sur quelques minutes et sont donc représentatifs du comportement à court terme du matériau (vitesse de l'ordre de 0,1 mm/mn ou 0,5-1,0 Mpa/s). La figure 4.1 représente une courbe contrainte-déformation obtenue lors d'un tel essai (courbe  $t=0$ ), ainsi que l'évolution de la déformation si la contrainte est maintenue constante pendant un certain temps, ce qui constitue un essai de fluage. On peut observer différents types de comportement.

Si la contrainte appliquée n'est pas trop proche de la résistance de pic, on peut observer un **fluage primaire** ou transitoire, caractérisé par une stabilisation de la déformation. Le modèle de Kelvin est souvent utilisé pour représenter ce type de comportement, qualifié parfois d'élasticité différée.

Si la contrainte appliquée est supérieure à une certaine valeur appelée résistance à long terme, la déformation ne se stabilise pas, mais finit par accélérer jusqu'à la rupture, c'est le **fluage tertiaire** ou accéléré. La rupture se traduit par une chute de la contrainte admissible jusqu'à une valeur appelée résistance résiduelle. Le fluage tertiaire peut être précédé d'un fluage à vitesse constante, appelé fluage secondaire.

Pour certaines roches (roches salines, argiles, glace), le fluage primaire observé sous faible contrainte est suivi d'un **fluage secondaire** ou stationnaire, qui peut se poursuivre pendant plusieurs mois sans rupture (comportement fluide visqueux). Certaines observations à l'échelle des ouvrages souterrains montrent qu'il peut se poursuivre pendant des décennies. D'autre part, il permet d'expliquer certains phénomènes géologiques caractérisés par de très grandes déformations (diapirisme). Le fluage secondaire est représenté par le modèle linéaire de Newton ou le modèle non linéaire de Norton-Hoff.

### 4. ELASTICITE DIFFEREE (VISCOELASTICITE)

#### 4.1. Modèle viscoélastique de Kelvin

Le comportement élastique différé peut être représenté par le modèle unidimensionnel viscoélastique de Kelvin, associant un ressort et un amortisseur en parallèle (caractérisés par un module  $G_1$  et une viscosité  $\eta_1$ ). Comme les roches présentant cette propriété ont aussi une élasticité instantanée, il faut ajouter à ce modèle un ressort en série (caractérisé par un module  $G_0$ ). Lorsqu'un tel corps est soumis à une contrainte constante  $\tau$ , sa déformation  $\gamma$  tend vers une valeur asymptotique, qui est la déformation d'un corps élastique de module  $G_\infty$ , tel que :

$$\frac{1}{G_\infty} = \frac{1}{G_0} + \frac{1}{G_1}$$

$G_\infty$  caractérise donc le comportement à long terme du corps viscoélastique.

La déformation augmente suivant la loi :

$$\gamma(t) = \frac{\tau}{G_0} + \frac{\tau}{G_1} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) \right]$$

Le paramètre  $T_1 = \eta_1 / G_1$  caractérise la vitesse à laquelle la déformation se rapproche de sa valeur asymptotique (pour  $t = T_1$ , elle atteint 63% de la valeur finale) .

#### 4.2. Galerie circulaire (état de contrainte initial isotrope) : creusement instantané par rapport aux déformations différées

Si on peut considérer que la durée du déconfinement est petite devant le temps  $T_1$ , l'évolution de la convergence en fonction du temps est donnée par l'expression :

$$u_R(t) = \frac{\sigma^0 R}{2G_0} + \frac{\sigma^0 R}{2G_1} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) \right]$$

La convergence correspondant au premier terme est atteinte dès que la galerie a été creusée.

#### 4.3. Galerie circulaire (état de contrainte initial isotrope) : cas général

Si le creusement ne peut pas être considéré comme instantané par rapport aux déformations différées,

$$u_R(x) = \alpha(x) \frac{\sigma^0 R}{2G_0} + \alpha(x) \frac{\sigma^0 R}{2G_1} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) \right]$$

avec  $x = V_a t$

$V_a$  étant la vitesse d'avancement du front du tunnel.

Un modèle viscoélastique permet donc d'expliquer une des expressions empiriques données au paragraphe précédent. Mais le choix des paramètres constitue une grande difficulté car les valeurs données par des essais de laboratoire ne sont pas représentatives à l'échelle du massif.

#### 4.4. Méthode convergence-confinement

Si un soutènement est mis en place, la méthode convergence-confinement peut être appliquée en utilisant une courbe caractéristique du terrain à court terme (module  $G_0$ ) et une courbe à long terme (module  $G_\infty$ ). La pression de soutènement et la convergence tendent vers des valeurs finales correspondant à la courbe à long terme.

## 5. FLUAGE (VISCOSITE ET VISCOPLASTICITE)

Certaines roches (argileuses et salines) présentent le comportement d'un fluide visqueux, à partir d'un certain niveau de contrainte, qui peut être très faible. Nous étudierons d'abord des milieux se comportant de manière fluide, quel que soit le niveau de contrainte. Cela signifie que le seul état de contrainte stable à l'équilibre est l'état hydrostatique. Nous décrirons ensuite des milieux viscoplastiques, qui se comportent de manière fluide si un certain critère est rempli par les contraintes (seuil viscoplastique).

### 5.1. Galerie circulaire dans un fluide de Maxwell (état de contrainte initial isotrope)

#### 5.1.1. Modèle de Maxwell

Ce type de comportement est symbolisé par un modèle unidimensionnel associant un ressort et un amortisseur en série (caractérisés par un module  $G_0$  et une viscosité  $\eta$ ). Lorsque ce modèle est soumis à une contrainte de cisaillement constante  $\tau$ , il subit d'abord une déformation élastique instantanée  $\gamma(0) = \tau / G_0$ , puis une déformation visqueuse à vitesse constante  $\dot{\gamma} = \tau / \eta$ .

#### 5.1.2. Galerie non soutenue

Les déplacements instantanés sont les mêmes que pour un terrain élastique (chapitre II). Pour le calcul des déplacements différés, il ne faut pas considérer la variation de contrainte à la paroi, associée au creusement (chargement intérieur  $\Delta p_1$ ), mais la contrainte à l'infini (chargement extérieur  $p_2$ ). La relation reliant le tenseur déviateur des contraintes à celui des déformations pour un milieu visqueux, est la même que pour un milieu élastique, en remplaçant les déformations par les taux de déformation et le module de cisaillement  $G$  par la viscosité  $\eta$ . D'autre part, le module  $K$ , qui intervient dans la relation entre contrainte moyenne et déformation moyenne, doit prendre une valeur infinie, qui exprime l'incompressibilité du modèle visqueux. Cela implique également  $\nu = 0,5$  et  $\lambda \rightarrow \infty$ . En ajoutant le déplacement instantané (élastique) et le déplacement différé (visqueux), on obtient finalement l'expression suivante :

$$u_R(t) = \frac{\sigma^0 R}{2G_0} + \frac{\sigma^0 R t}{2\eta}$$

La convergence ne se stabilise pas. Ce type de comportement est observé dans la glace, mais avec une loi de viscosité non linéaire, qui conduit à une expression plus complexe.

#### 5.1.3. Galerie soutenue

Avec une pression appliquée à la paroi, le déplacement devient :

$$u_R(t) = (\sigma^0 - p) R \left( \frac{1}{2G_0} + \frac{t}{2\eta} \right)$$

La courbe caractéristique du terrain évolue donc au cours du temps, et tend asymptotiquement vers la droite  $p = \sigma^0$ . Son intersection avec la courbe caractéristique du soutènement tend vers un point dont les coordonnées sont les valeurs limites de la pression de soutènement et du déplacement subi par le soutènement :

$$\begin{aligned} p &\rightarrow \sigma^0 \\ u_{Rs} &\rightarrow \sigma^0 R / K_s \end{aligned}$$

En supposant, pour simplifier les calculs, que le soutènement agit dès le début du déconfinement, les évolutions de la pression et du déplacement sont les suivantes :

$$p(t) = \frac{\sigma^0 K_s (\eta + G_0 t)}{(K_s + 2G_0)\eta + K_s G_0 t}$$

$$u_R(t) = \frac{\sigma^0 R (\eta + G_0 t)}{(K_s + 2G_0)\eta + K_s G_0 t}$$

L'état de contrainte dans le terrain tend asymptotiquement vers un état hydrostatique correspondant à l'état initial ( $\sigma^0$ ), mais à condition que le soutènement puisse supporter une pression égale à  $\sigma^0$ .

Dans le cas théorique d'un revêtement infiniment rigide, posé loin derrière le front, le déplacement est empêché et la pression évolue suivant la loi :

$$p = \sigma^0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \right]$$

avec  $T = \frac{\eta}{G_0}$

### 5.2. Modèle de Burgers

En général, les roches visqueuses se caractérisent par une déformation élastique instantanée, un fluage primaire et un fluage secondaire. Pour représenter simplement leur comportement à court, moyen et long terme, on utilise le modèle de Burgers, qui associe en série les modèles de Kelvin et de Maxwell.

### 5.3. Lois de viscosité non linéaires

Jusqu'ici, nous avons utilisé des lois linéaires, qui ont l'avantage de permettre de calculer relativement simplement les contraintes et les déplacements. Mais le comportement fluide de la plupart des matériaux géologiques est régit par des lois non linéaires, de type Norton-Hoff, qui peuvent être illustrées par l'expression de la vitesse de déformation visqueuse en compression uniaxiale :

$$\dot{\epsilon} = A \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \sigma^n$$

Q est une énergie d'activation ( $\text{J.mol}^{-1}$ ) ;  $R=8,314$  ( $\text{J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ) ; T est la température (K) ; A est une constante ( $\text{Mpa}^n.\text{s}^{-1}$ ).

Pour des sels, sous une contrainte comprise entre 5 et 15 Mpa et à une température comprise entre 300 et 400 K, n varie entre 3 et 6, Q/R entre 5 000 et 10 000 K, et A entre 1 et  $10^5$   $\text{Mpa}^n.\text{an}^{-1}$ .

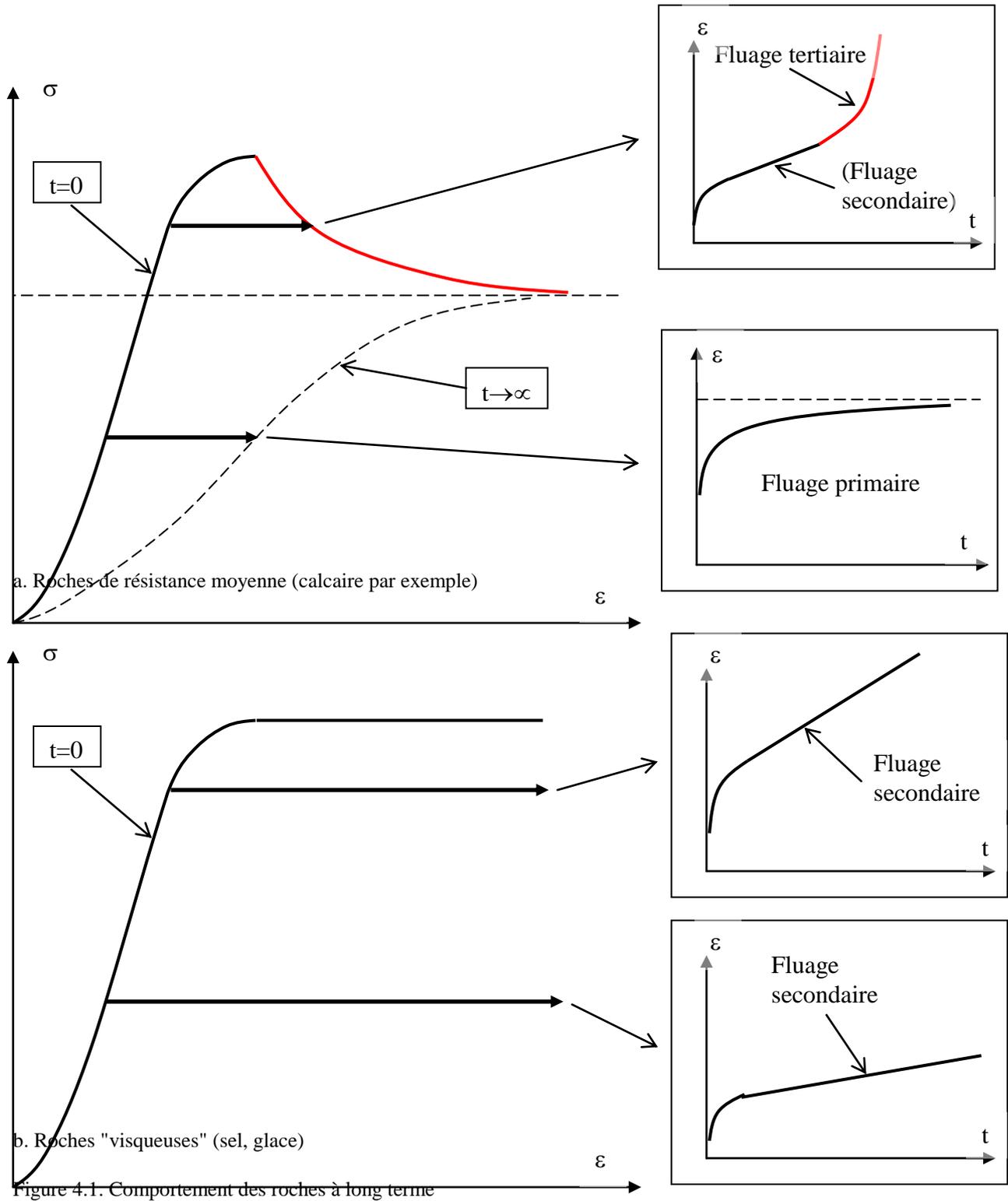
Pour la glace, sous faible contrainte et à une température comprise entre  $-40^\circ\text{C}$  et  $-3^\circ\text{C}$ , n = 3, Q/R = 7300 K et C =  $8,8.10^5$   $\text{Mpa}^{-3}.\text{s}^{-1}$ .

### 5.4. Modèle viscoplastique

Pour représenter un comportement visqueux à partir d'un certain seuil de contrainte  $K_{vp}$ , on utilise le modèle viscoplastique de Bingham, qui associe, en parallèle, un modèle visqueux et un modèle plastique.

## 6. RUPTURE PROGRESSIVE

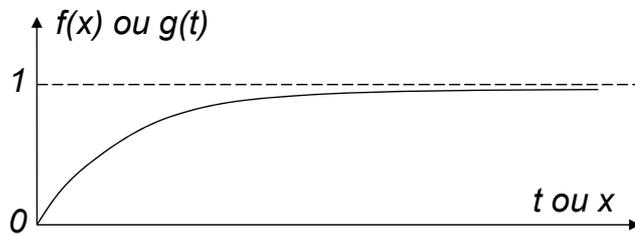
Lorsque l'état de contrainte est proche du critère de rupture de pic, qui est un critère à court terme, il peut se produire une lente dégradation de la roche qui se traduit par une accélération de la déformation (fluage tertiaire) et une diminution de la résistance jusqu'à un critère résiduel. Il est possible de tenir compte de cette chute de résistance en considérant deux courbes caractéristiques du terrain : une courbe à court terme, déterminée à partir du critère de pic, et une courbe à long terme, déterminée à partir du critère de résistance ultime.



**COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES**  
**INTERPRETATION DES MESURES DE CONVERGENCES**

Convergence mesurée :  $C(x) = u_R(x) - u_R(0)$

Analyse des courbes de convergence :  $C(x,t) = A_1 f(x) [1 + A_2 g(t)]$



$$C_\infty = A_1 (1 + A_2)$$

$$f(x) = 1 - \left( \frac{X}{X+x} \right)^2$$

$$g(t) = 1 - \left( \frac{T}{T+t} \right)^n \quad \text{ou} \quad g(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right)$$

Ouvrage	Massif	X/B	T (jours)	A <sub>2</sub>	n
Fréjus	Schistes lustrés	1,3	3,75	4	0,3
Las Planes	Marnes	0,45	2,3	2,75	0,3
Penly	Argile du Gault	0,54	25	4,3	1,15
Chamoise	Marnes du Jurassique	0,4	12,3	6,8	0,3
Monaco	Marnes du Cénomanién	0,45	24,5	1,58	1,5

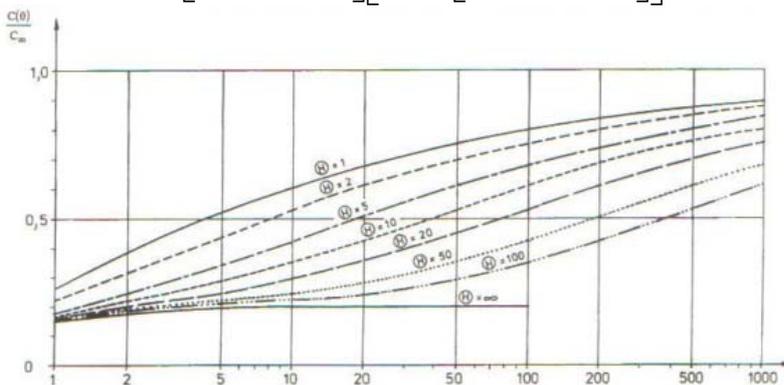
(d'après Panet, 1995)

**COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES**  
**INTERPRETATION DES MESURES DE CONVERGENCES**

$$f(x) = 1 - \left( \frac{X}{X+x} \right)^2 \quad \text{avec } x = V_a t, \text{ donc : } f(x) = 1 - \left( \frac{T_x}{T_x+t} \right)^2 \quad \text{avec } T_x = X/V_a$$

$$C(t) = A_1 \left[ 1 - \left( \frac{T_x}{T_x+t} \right)^2 \right] \left[ 1 + A_2 \left[ 1 - \left( \frac{T}{T+t} \right)^n \right] \right]$$

$$\frac{C(\theta)}{C_\infty} = A_1 \left[ 1 - \left( \frac{1}{1+\theta} \right)^2 \right] \left[ 1 - a_2 \left[ 1 - \left( \frac{\Theta}{\Theta+\theta} \right)^n \right] \right] \quad \text{avec } \theta = t/T_x ; \Theta = T/T_x ; a_2 = A_2/(1+A_2)$$

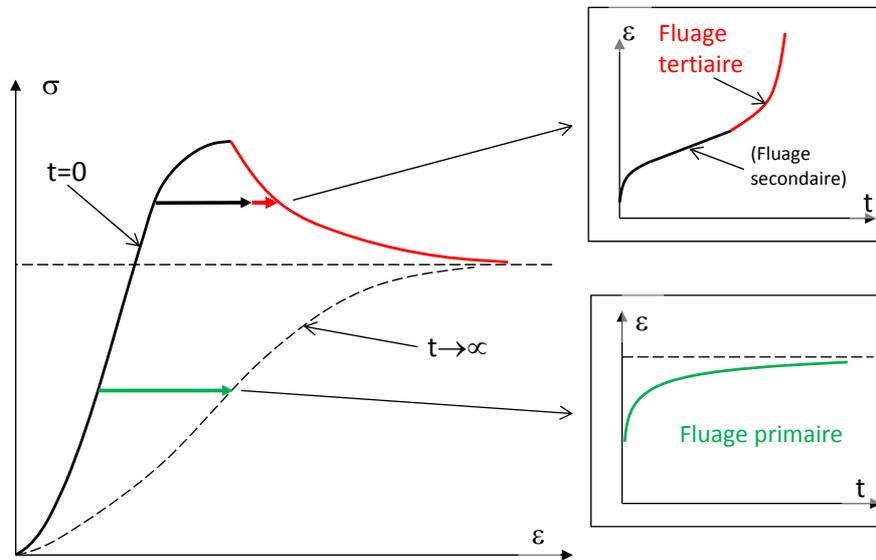


Variation de la convergence en fonction de  $\theta = t/T_x$  pour différentes valeurs de  $\Theta = T/T_x$  ( $a_2 = 0,8$ )  
(d'après Panet, 1995)

# COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES

## RAPPEL DE RHEOLOGIE DES ROCHES

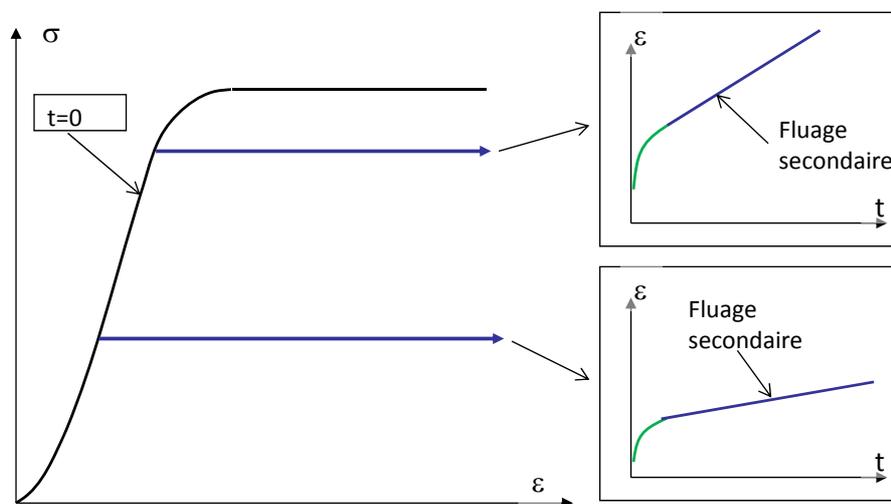
### Fluages primaire et tertiaire



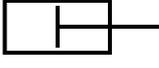
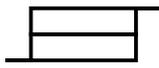
# COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES

## RAPPEL DE RHEOLOGIE DES ROCHES

### Fluage secondaire des roches visqueuses (sel, argilite, glace)



COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES  
**MODELES RHEOLOGIQUES ELEMENTAIRES (RAPPEL)**

Modèle	Symbole	Loi (1D)	Loi (3D)
<b>élastique</b> (Hook)		$\tau = G\gamma$	$s_{ij} = 2Ge_{ij}$ $s_m = 3Ke_m$
<b>visqueux</b> (Newton)		$\tau = \eta\dot{\gamma}$	$s_{ij} = 2\eta\dot{e}_{ij}$ $\dot{e}_m = 0$
<b>plastique</b> (Saint-Venant)		$\tau < K \Rightarrow \gamma = 0$ $\tau = K \Rightarrow \gamma_{quelconque}$	$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) < 0 \Rightarrow \gamma = 0$ $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \Rightarrow \gamma_{quelconque}$
<b>fragile</b> (Griffith)		$\tau < R \Rightarrow \gamma = 0$ $\tau = R \Rightarrow \tau = 0$	$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) < 0 \Rightarrow \gamma = 0$ $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \Rightarrow g(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$

$\tau$  : force 1D  
 $\gamma$  : déformation 1D ou 3D

$s_{ij}$  et  $e_{ij}$  : tenseurs déviateurs des contraintes et des déformations  
 $s_m$  et  $e_m$  : contrainte et déformation moyennes  
 $\sigma_i$  : contrainte principale

COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES  
**COMPLEMENTS DE RHEOLOGIE**

*Le fluage secondaire du sel a été étudié à travers des essais de laboratoire et des mesures in situ (mines, stockages, forages)  
 Il suit une loi de viscosité non linéaire (loi de Norton-Hoff), sans seuil*

Vitesse de déformation visqueuse en compression uniaxiale

$$\dot{\epsilon} = \left( Ae^{-\frac{Q}{RT}} \right) \sigma^n$$

Q est une énergie d'activation (J.mol<sup>-1</sup>) ; R=8,314 (J.mol<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>) ;  
 T est la température (K) ; A est une constante (Mpa<sup>-n</sup>.s<sup>-1</sup>).

*Cette loi est également utilisée pour la glace*

## COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES COMPLEMENTS DE RHEOLOGIE

Vitesse de déformation visqueuse en compression uniaxiale

$$\dot{\varepsilon}_v = Ae^{-\frac{Q}{RT}} \sigma^n$$

Q est une énergie d'activation (J.mol<sup>-1</sup>) ; R=8,314 (J.mol<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>) ;  
T est la température (K) ; A est une constante (Mpa<sup>-n</sup>.s<sup>-1</sup>).

### Roches salines :

*sous une contrainte comprise entre 5 et 15 Mpa, à une température comprise entre 300 et 400 K, n varie entre 3 et 6, Q/R entre 5000 et 10000 K, et A entre 1 et 10<sup>5</sup> Mpa<sup>-n</sup>.an<sup>-1</sup>*

### Glace :

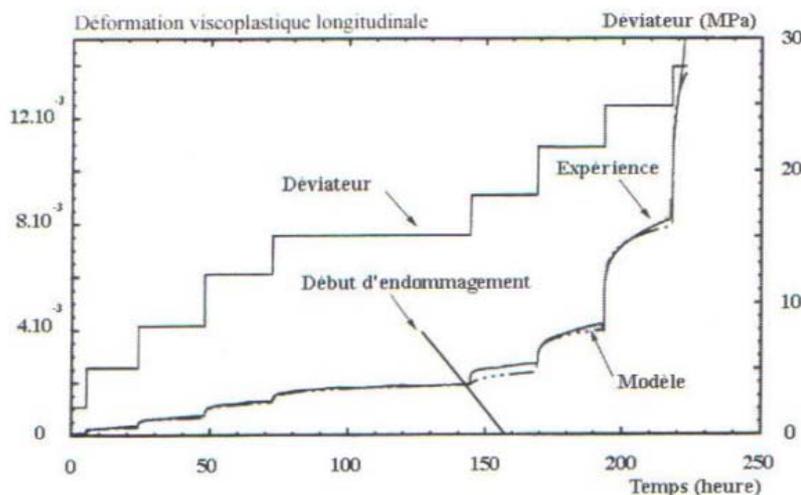
*sous faible contrainte, à une température comprise entre -40°C et -3°C, n = 3, Q/R = 7300 K et A = 8,8.10<sup>5</sup> Mpa<sup>-3</sup>.s<sup>-1</sup>*

## COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES COMPLEMENTS DE RHEOLOGIE

*Pour modéliser le **fluage primaire** du sel, on peut utiliser la loi de Lemaître, qui s'écrit en compression uniaxiale :*

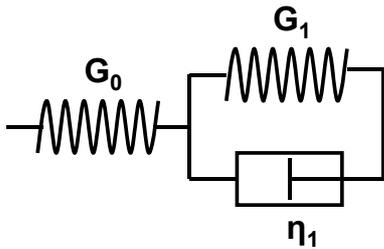
$$\dot{\varepsilon}_v = Ae^{-\frac{Q}{RT}} \varepsilon_v^{-m} \sigma^n \quad \text{avec } m < 1 \text{ et } \varepsilon_v \text{ un paramètre d'écrouissage}$$

*Cette loi est également utilisée pour certaines argilites :*



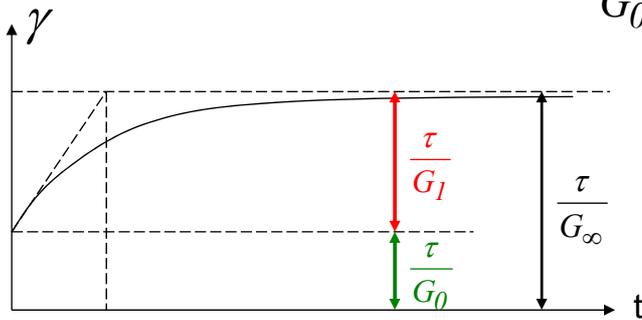
*Fluage d'une argilite  
(CFMR, 1999)*

COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES  
**MODELE ELASTIQUE AVEC ELASTICITE DIFFEREE (Hook + Kelvin)**



Réponse au fluage (1D)

$$\gamma(t) = \frac{\tau}{G_0} + \frac{\tau}{G_1} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) \right]$$



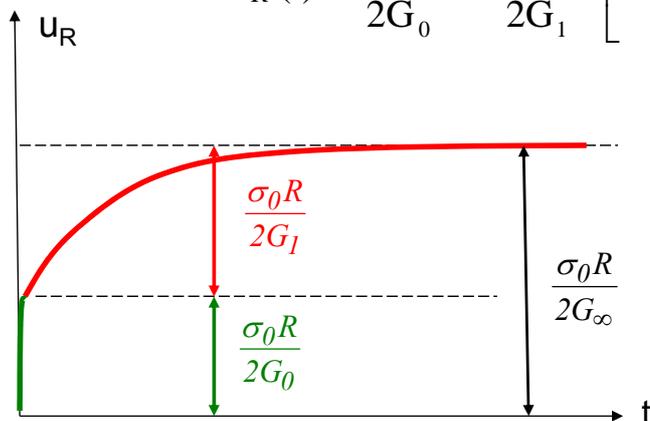
$$\frac{1}{G_\infty} = \frac{1}{G_0} + \frac{1}{G_1}$$

$$T_1 = \frac{\eta_1}{G_1} \quad (\text{temps caractéristique du modèle})$$

COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES  
**MODELE ELASTIQUE AVEC ELASTICITE DIFFEREE (Hook + Kelvin)**

*Galerie circulaire (état de contraintes initial isotrope)  
 Temps de creusement petit devant  $T_1$*

$$u_R(t) = \frac{\sigma^0 R}{2G_0} + \frac{\sigma^0 R}{2G_1} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) \right]$$

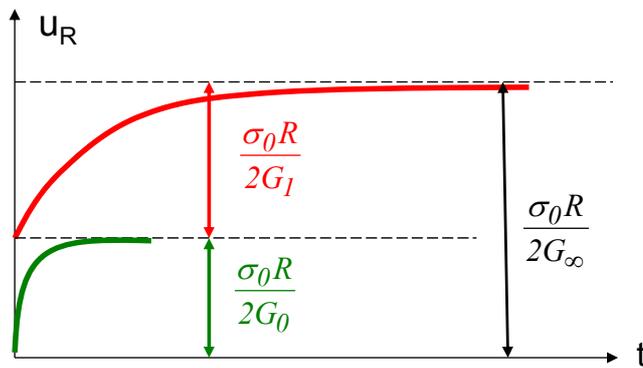


COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES  
**MODELE ELASTIQUE AVEC ELASTICITE DIFFEREE (Hook + Kelvin)**

*Galerie circulaire (état de contraintes initial isotrope) - Cas général*

$$u_R(x) = \alpha(x) \frac{\sigma_0 R}{2G_0} + \alpha(x) \frac{\sigma_0 R}{2G_1} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) \right]$$

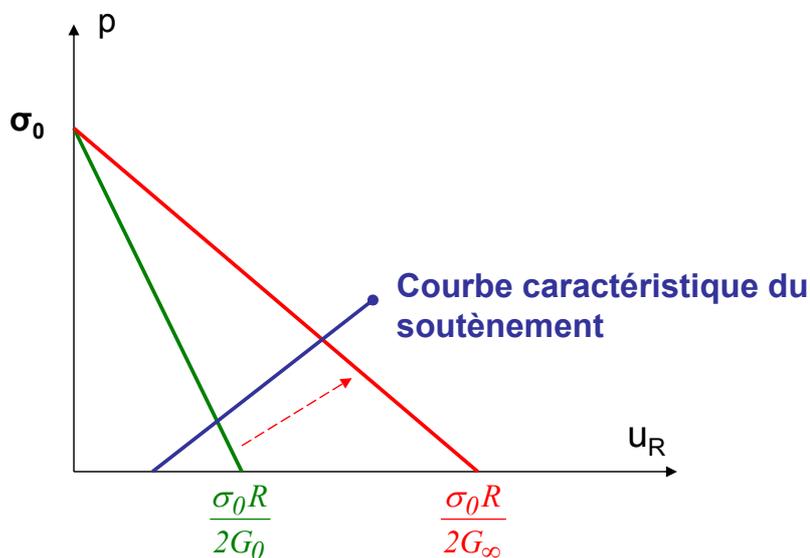
avec  $x = V_a t$



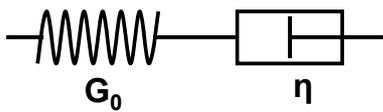
COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES  
**MODELE ELASTIQUE AVEC ELASTICITE DIFFEREE (Hook + Kelvin)**

*Galerie circulaire (état de contraintes initial isotrope)*

**Méthode convergence confinement**

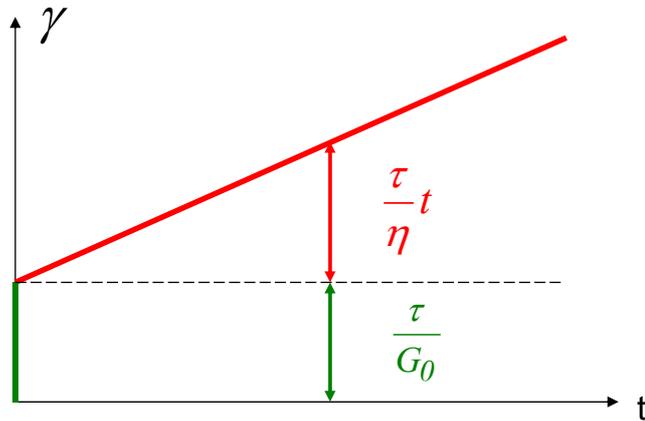


COMPOTEMENT DIFFERE DES CAVITES  
**MODELE FLUIDE VISCO-ELASTIQUE (Hook + Newton→Maxwell)**

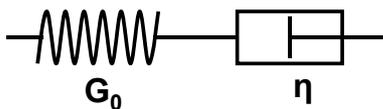


Réponse au fluage (1D)

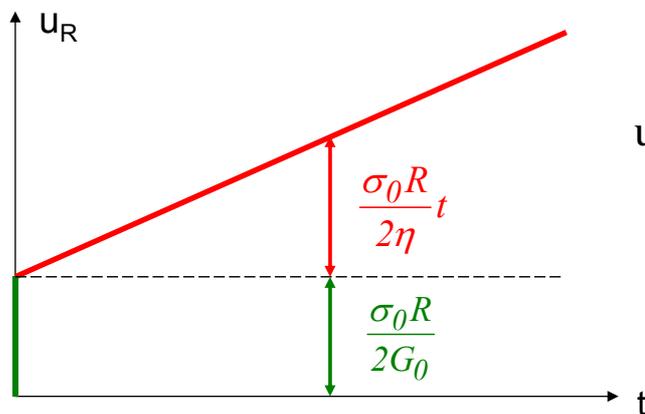
$$\gamma(t) = \frac{\tau}{G_0} + \frac{\tau}{\eta} t$$



COMPOTEMENT DIFFERE DES CAVITES  
**MODELE FLUIDE VISCO-ELASTIQUE (Hook + Newton→Maxwell)**



*Galerie circulaire non soutenue (état de contraintes initial isotrope)*

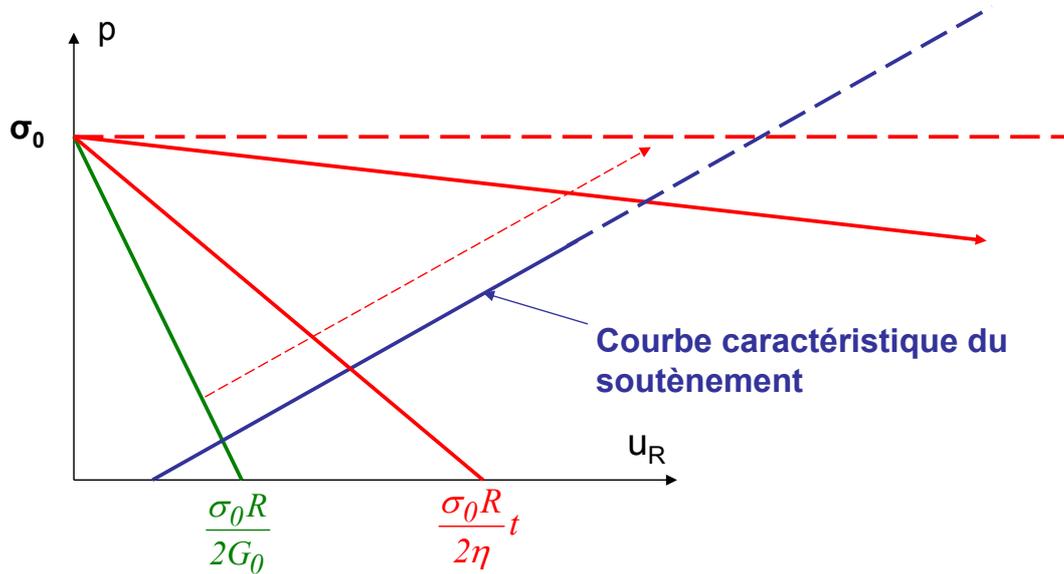


$$u_R(t) = \frac{\sigma^0 R}{2G_0} + \frac{\sigma^0 R t}{2\eta}$$

COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES  
**MODELE FLUIDE VISCO-ELASTIQUE (Hook + Newton→Maxwell)**

*Galerie circulaire non soutenue (état de contraintes initial isotrope)*

**Méthode convergence confinement**



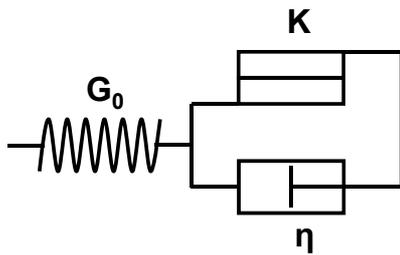
COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES  
**MODELE FLUIDE VISCO-ELASTIQUE (Hook + Newton→Maxwell)**

*Galerie circulaire soutenue (état de contraintes initial isotrope)*

$$u_R(t) = (\sigma^0 - p)R \left( \frac{1}{2G_0} + \frac{t}{2\eta} \right)$$

COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES  
**MODELE ELASTO-VISCO-PLASTIQUE**

**Modèle élastoviscoplastique linéaire 1D (Hook +Bingham)**



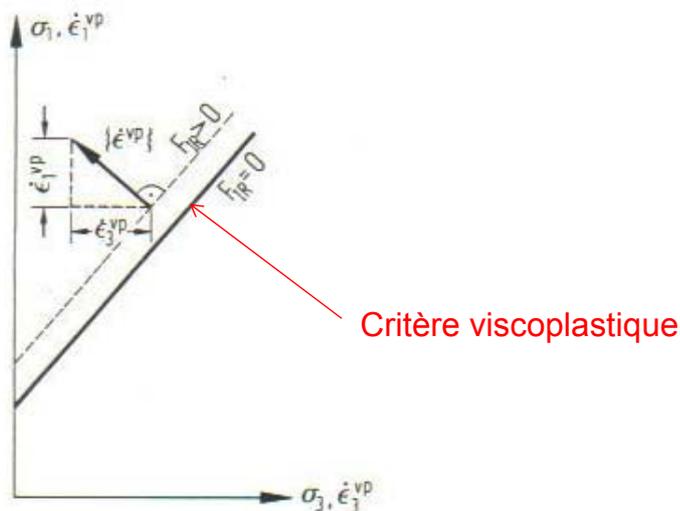
Elastique si  $\tau < K$   
 Visco-élastique si  $\tau > K$   
 avec  $\tau - K = \eta \dot{\gamma}$

**Modèle viscoplastique non-linéaire en compression uniaxiale**

$$\dot{\epsilon}_v = Ae^{-\frac{Q}{RT}} (\sigma - \sigma_s)^n \quad \sigma_s : \text{seuil viscoplastique}$$

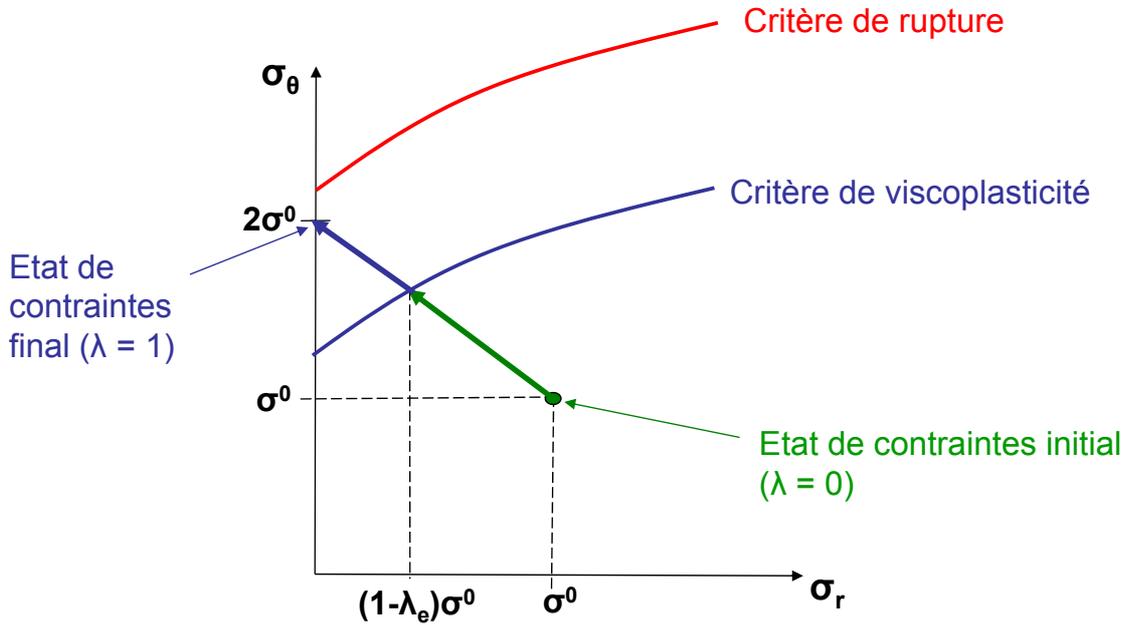
COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES  
**MODELE ELASTO-VISCO-PLASTIQUE**

**Modèle élastoviscoplastique linéaire 3D (loi associée)**



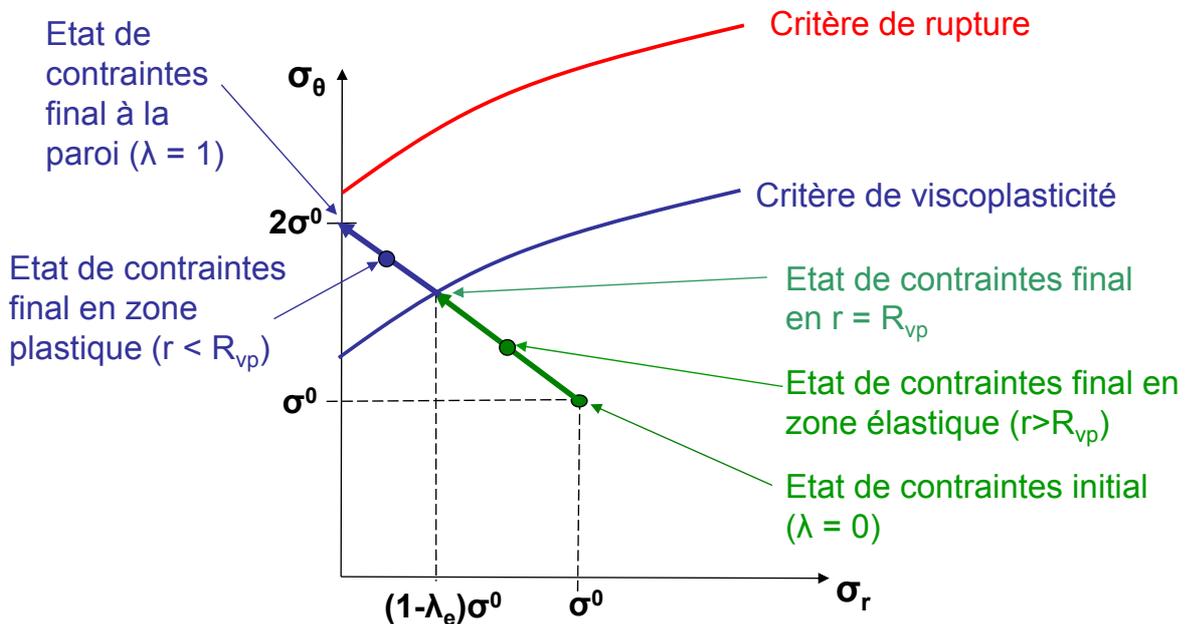
COMPOURTEMENT DIFFERE DES CAVITES  
 MODELE ELASTO-VISCO-PLASTIQUE (Hook +Bingham)

*Evolution de l'état de contraintes en un point de la paroi lors du déconfinement*  
 Comportement élasto-visco-plastique



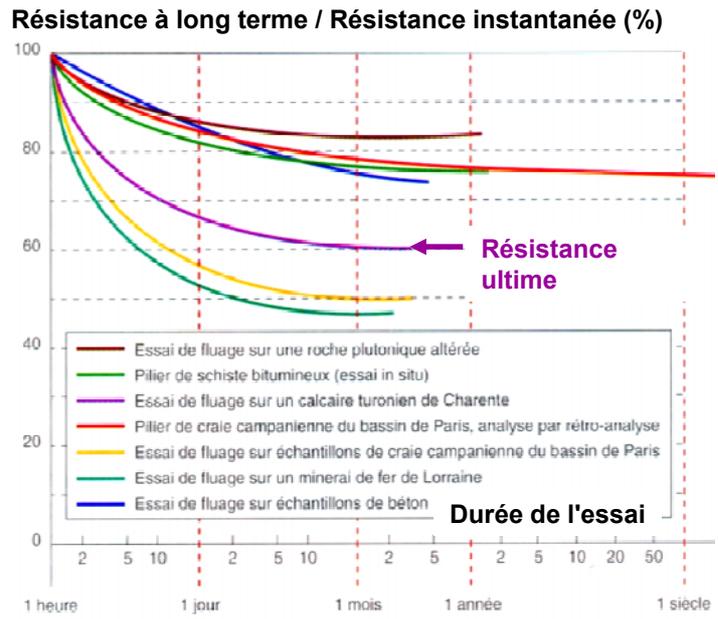
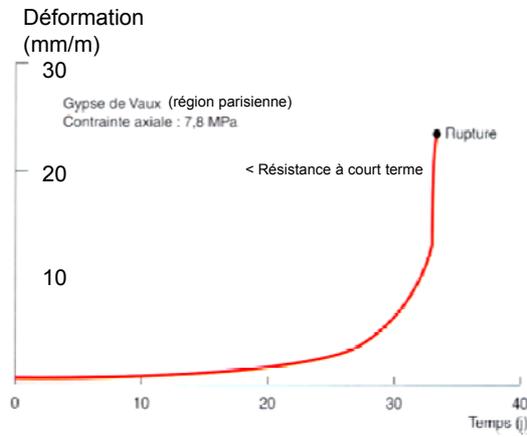
COMPOURTEMENT DIFFERE DES CAVITES  
 MODELE ELASTO-VISCO-PLASTIQUE (Hook +Bingham)

*Evolution de l'état de contraintes en différents points lors du déconfinement*  
 Comportement élasto-visco-plastique



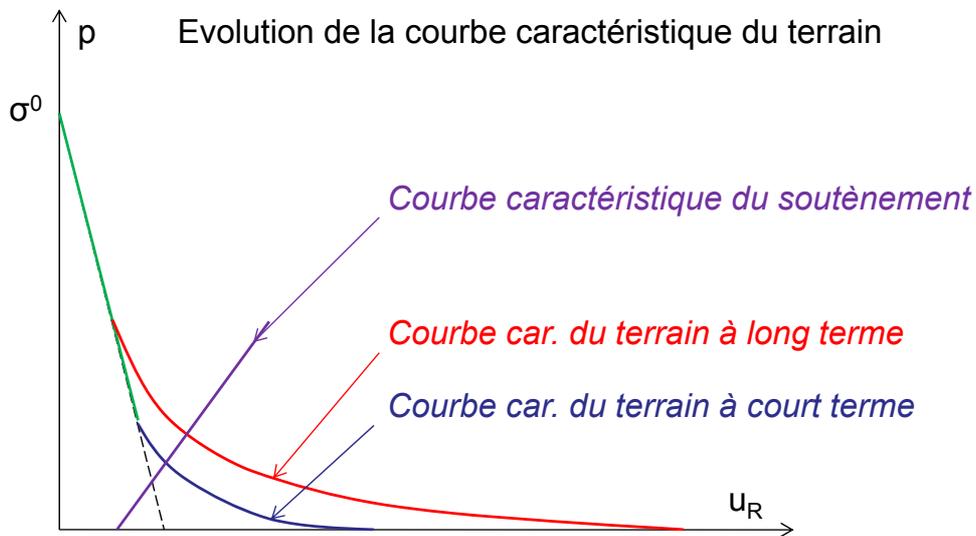
## COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES MODELE DE RUPTURE PROGRESSIVE

Un essai de fluage sous une charge supérieure à la **résistance à long terme** aboutit à la rupture de l'échantillon, après une phase de fluage tertiaire



(figures extraites de Evaluation des aléas liés aux cavités souterraines, INERIS, LCPC)

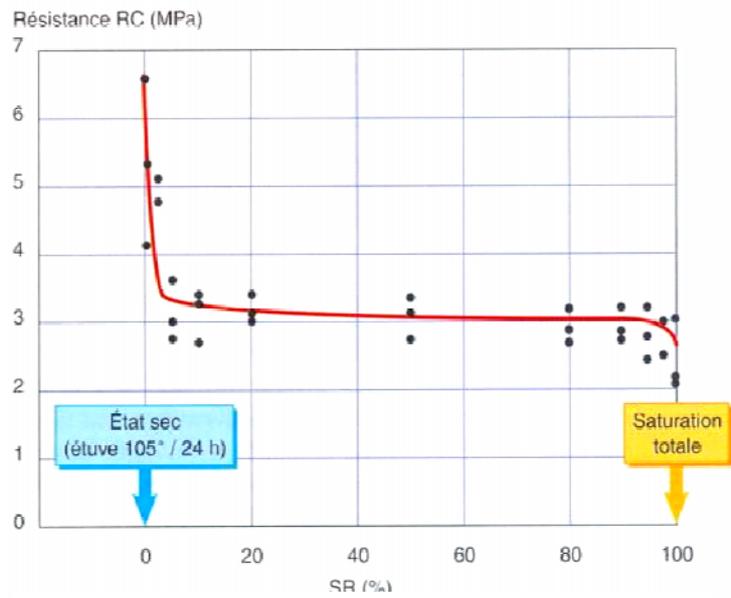
## COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES MODELE DE RUPTURE PROGRESSIVE



## COMPORTEMENT DIFFERE DES CAVITES MODELE DE RUPTURE PROGRESSIVE

La résistance peut également être diminuée par :

- une augmentation de la teneur en eau (figure ci-contre);
- l'altération de la roche ;
- des sollicitations mécaniques répétées (fatigue).



Résistance en fonction du degré de saturation en eau  
de la **craie** campanienne de Meudon

(figure extraite de *Evaluation des aléas liés aux cavités souterraines*, INERIS, LCPC)

## CHAPITRE V

### CAVITES DANS UN MILIEU STRATIFIE

Dans les chapitres précédents, le milieu dans lequel étaient creusées les cavités, était supposé continu. Dans ce chapitre, nous envisageons le cas d'un milieu stratifié, c'est à dire découpé par une famille de discontinuités parallèles.

#### 1. CISAILLEMENT DES DISCONTINUITES A LA PAROI D'UNE GALERIE

La contrainte normale s'exerçant sur la paroi d'une galerie non soutenue est nulle. Si la contrainte principale tangente à la paroi et perpendiculaire à l'axe de la galerie est une compression (cas le plus fréquent), on montre que le vecteur contrainte s'exerçant sur une facette quelconque de normale perpendiculaire à l'axe de la galerie est parallèle à la paroi (figure 1). Si le milieu est découpé par une famille de discontinuités sans cohésion, parallèles à l'axe de la galerie, il y a rupture par cisaillement de celles-ci lorsque la tangente à la paroi est située à l'extérieur du cône de frottement associé aux discontinuités. Il y a, en général, deux zones de rupture sur le périmètre de la galerie.

Si les discontinuités ont une cohésion, la condition de rupture dépend de la contrainte principale tangente à la paroi  $\sigma_t$  (donc de l'état de contraintes initial). Elle est donnée par Descoedres (p. 182). Elle est remplie sur quatre zones du périmètre de la galerie. Les ruptures peuvent alors modifier la forme de la section en dégageant des parois planes confondues avec les discontinuités. Ces parois peuvent ensuite être sujettes à flambement sous l'effet d'une contrainte tangente très élevée (voir la figure 19.3, page 162 du manuel de mécanique des roches, tome 2).

On peut aussi déterminer les zones où la condition de rupture des joints est remplie à l'intérieur du massif, à partir des contraintes élastiques calculées pour un milieu continu (figure 7.4 de Goodman).

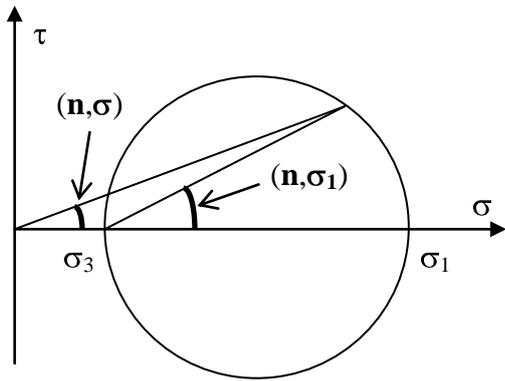


Figure 1a. Cas général ( $\sigma_3 \neq 0$ ) :  
 $(\mathbf{n}, \sigma) \neq (\mathbf{n}, \sigma_1)$

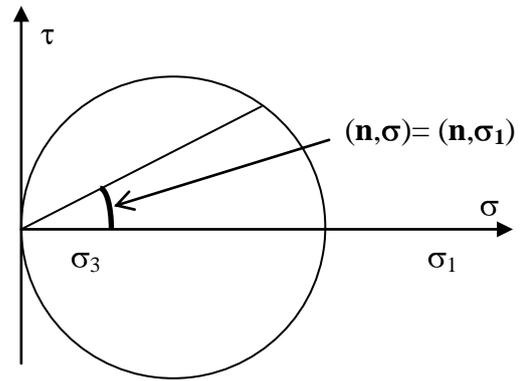
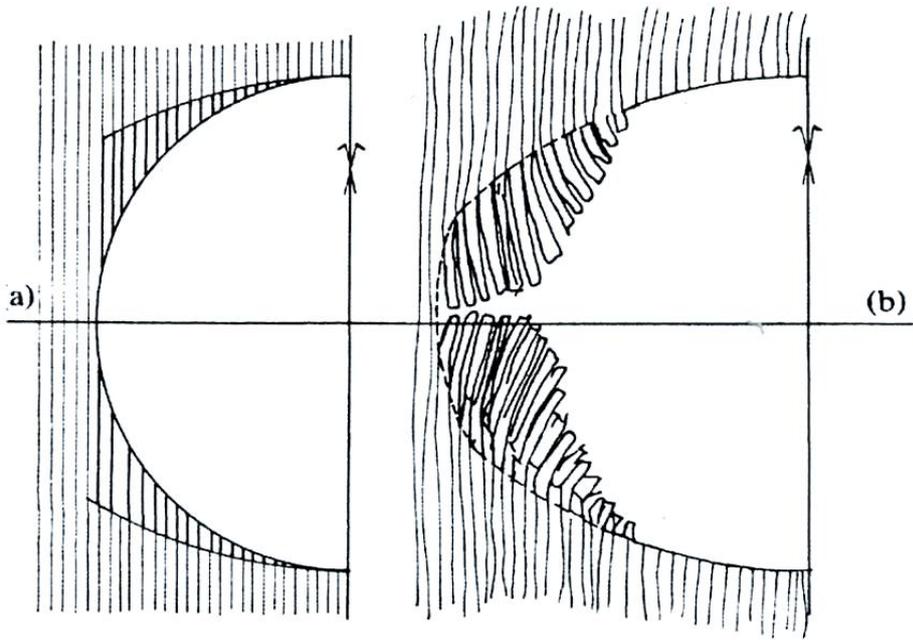
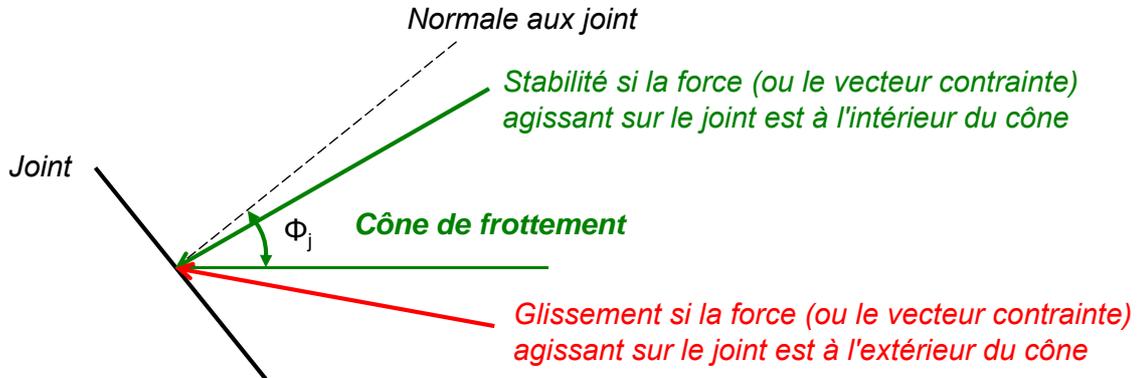


Figure 1b. Cas d'une surface libre ( $\sigma_3 = 0$ ) :  
 $(\mathbf{n}, \sigma) = (\mathbf{n}, \sigma_1) \Rightarrow \sigma // \sigma_1 // \text{paroi}$

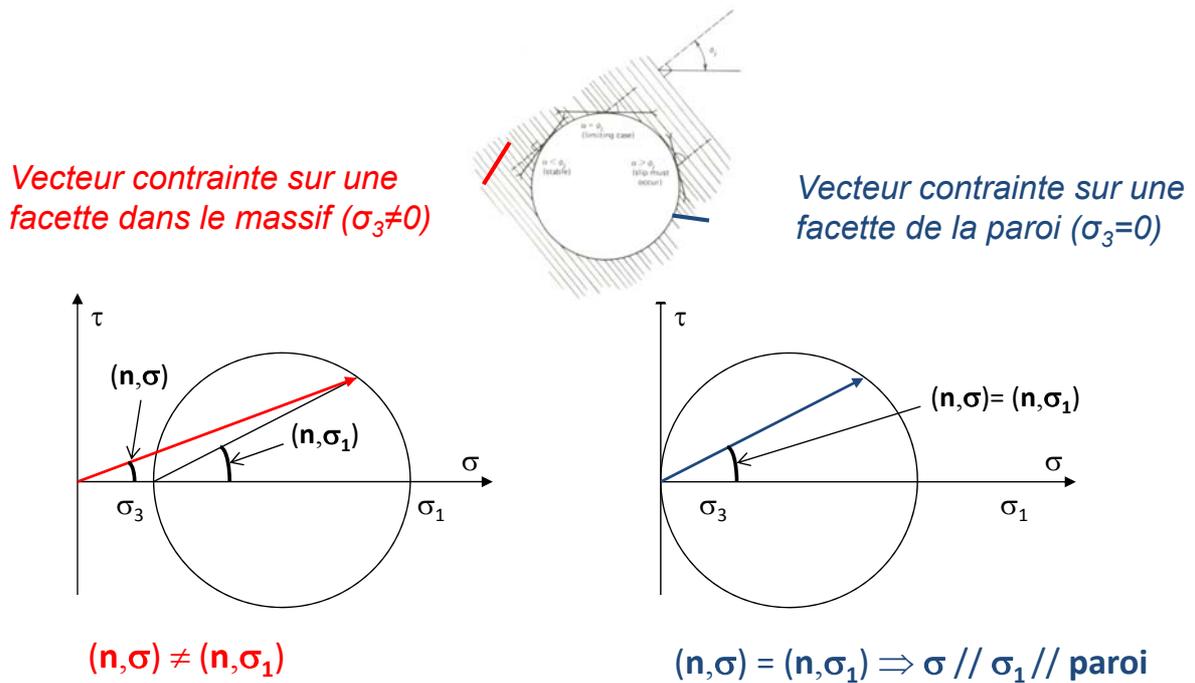


CAVITES DANS UN MASSIF STRATIFIE

Rappel : cône de frottement pour un joint sans cohésion



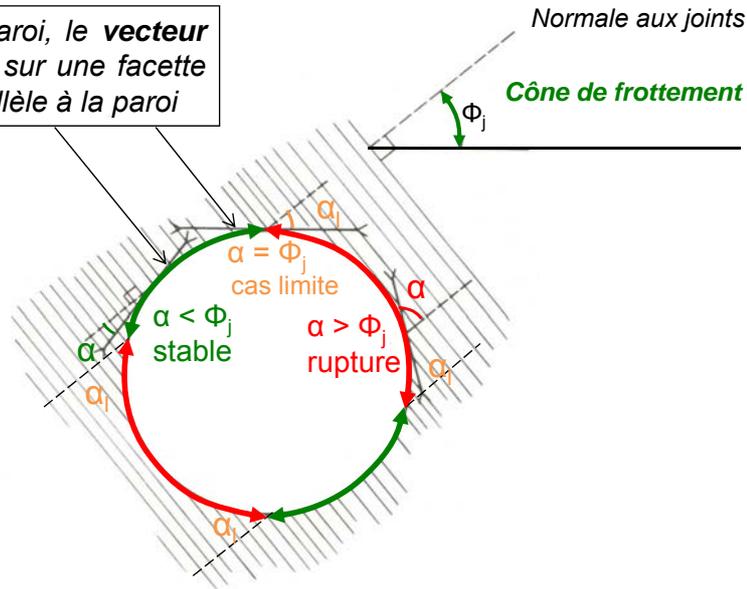
CAVITES DANS UN MASSIF STRATIFIE



CAVITES DANS UN MASSIF STRATIFIE

Condition de rupture à la paroi d'une cavité cylindrique dans un massif découpé par des joints sans cohésion

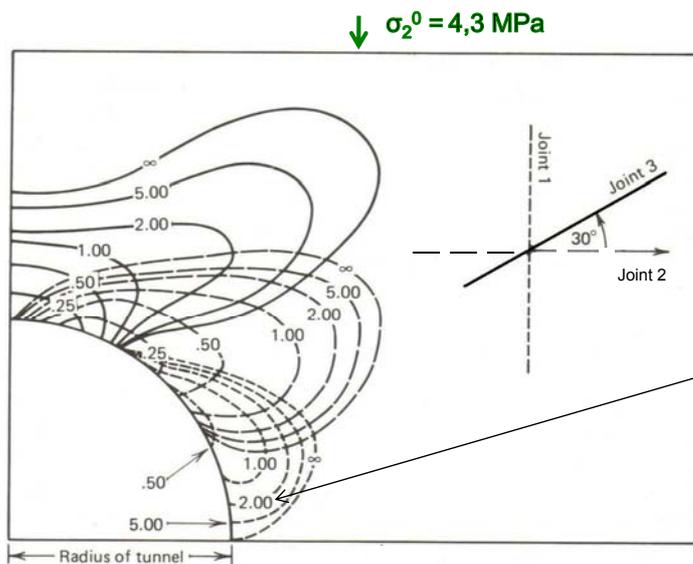
En un point de la paroi, le **vecteur contrainte** agissant sur une facette quelconque est parallèle à la paroi



CAVITES DANS UN MASSIF STRATIFIE

Condition de rupture des joints au voisinage d'une cavité cylindrique dans un milieu élastique

(d'après Goodman, 1989, figure 7.4)



Calcul des **contraintes** dans un milieu **élastique** en supposant que les joints se déforment comme la roche

$\sigma_1^0 = 10 \text{ MPa}$

Les nombres donnent le coefficient de sécurité au glissement des joints, pour différentes orientations dans le cas où  $\sigma_2^0/\sigma_1^0 = 0,43$  et  $\Phi_j = 31^\circ$

The extent of slip on joints of several orientations around a circular tunnel whose state of stress is given for a continuous elastic medium. Contour values give the number of times the indicated boundary stresses must be multiplied to cause slip. Multiply the contour values by the joint cohesion  $c_j$

CAVITES DANS UN MASSIF STRATIFIE

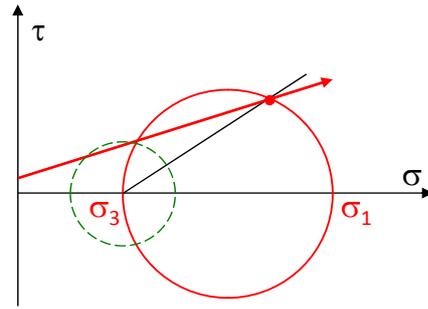
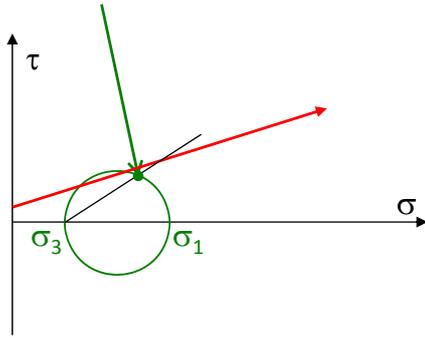
Condition de rupture des joints au voisinage d'une cavité cylindrique dans un milieu élastique

(d'après Goodman, 1989, figure 7.4)

Signification du coefficient de sécurité

Etat de contrainte calculé en un point P quelconque  
Le critère de rupture des joints n'est pas atteint

Pour l'atteindre, les contraintes doivent être multipliées par le coefficient  $F$  indiqué sur la figure précédente (coefficient de sécurité)



CAVITES DANS UN MASSIF STRATIFIE

Condition de rupture au voisinage d'une cavité cylindrique dans un milieu élastique

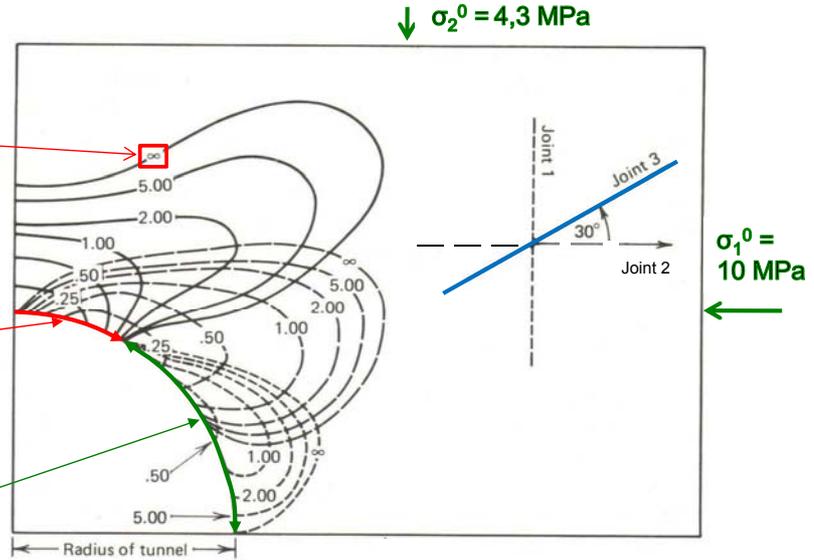
(d'après Goodman, 1989)

Exemple pour la famille 3

Si la cohésion est nulle, la zone instable s'étend jusqu'à la ligne  $\infty$

Zone instable

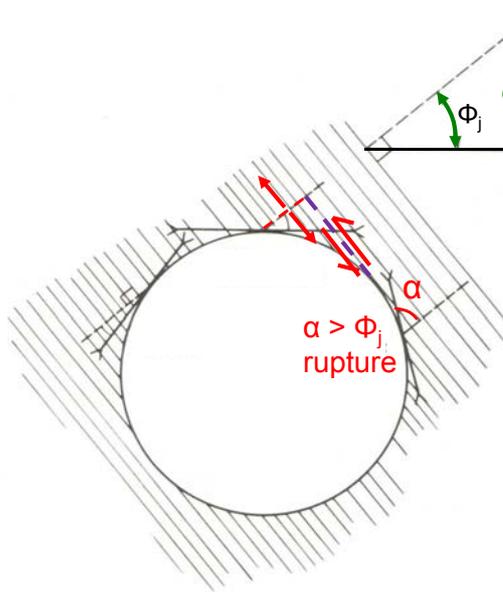
Zone stable



The extent of slip on joints of several orientations around a circular tunnel whose state of stress is given for a continuous elastic medium. Contour values give the number of times the indicated boundary stresses must be multiplied to cause slip. Multiply the contour values by the joint cohesion  $c_j$

## CAVITES DANS UN MASSIF STRATIFIE

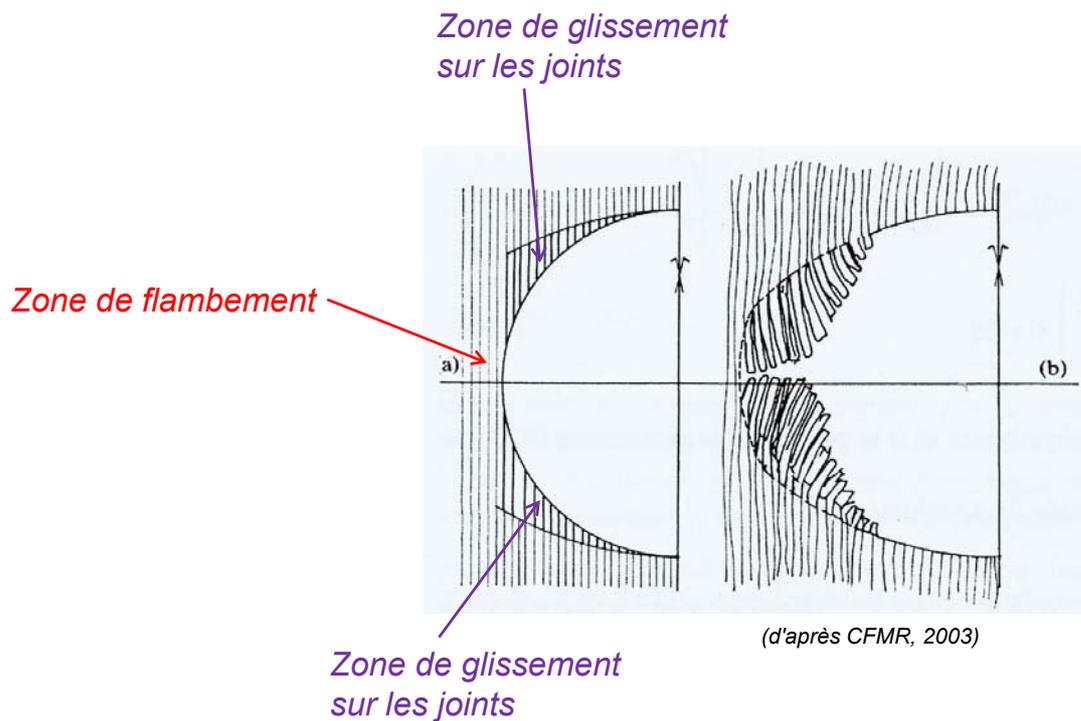
### Condition de rupture à la paroi d'une cavité cylindrique



Dans la zone instable, le glissement des joints peut entraîner seulement des déplacements plastiques contenus (**plasticité contenue**) ou au contraire provoquer la **rupture** en traction des strates et la **chute de blocs**.

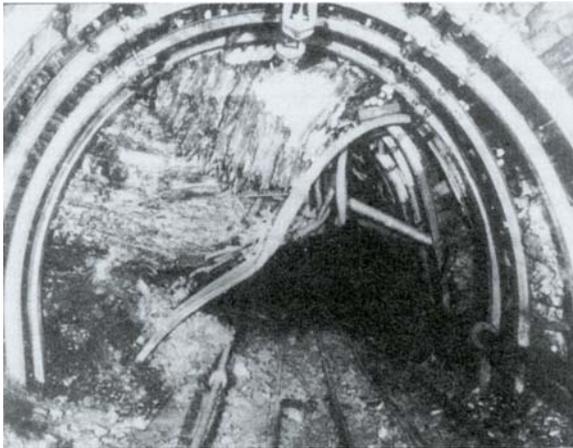
## CAVITES DANS UN MASSIF STRATIFIE

### Rupture par flambement (massif finement lité ou schisteux)



## CAVITES DANS UN MASSIF STRATIFIE

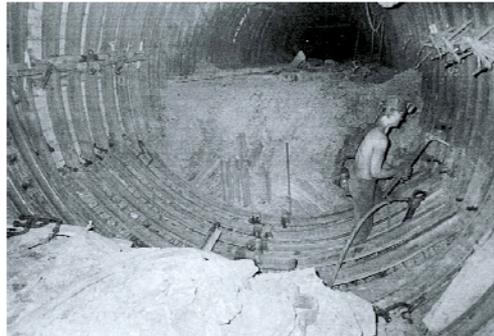
### Rupture par flambement (massif finement lité ou schisteux)



Remise à section d'une galerie minière affectée par le flambage des lits schisteux (*Revue de l'industrie minière*).

Contrainte théorique provoquant le flambage d'une plaque de longueur  $L$ , d'épaisseur  $t$  et de module  $E$ , encastree à ses extrémités :

$$\sigma_{\max} = (\pi^2 E t^2) / (3 L^2)$$



Flambage du mur dans une galerie minière polonaise, à 955 m de profondeur, et réalisation d'une contre-voûte (*photos B. Kozek et P. Gluch*)

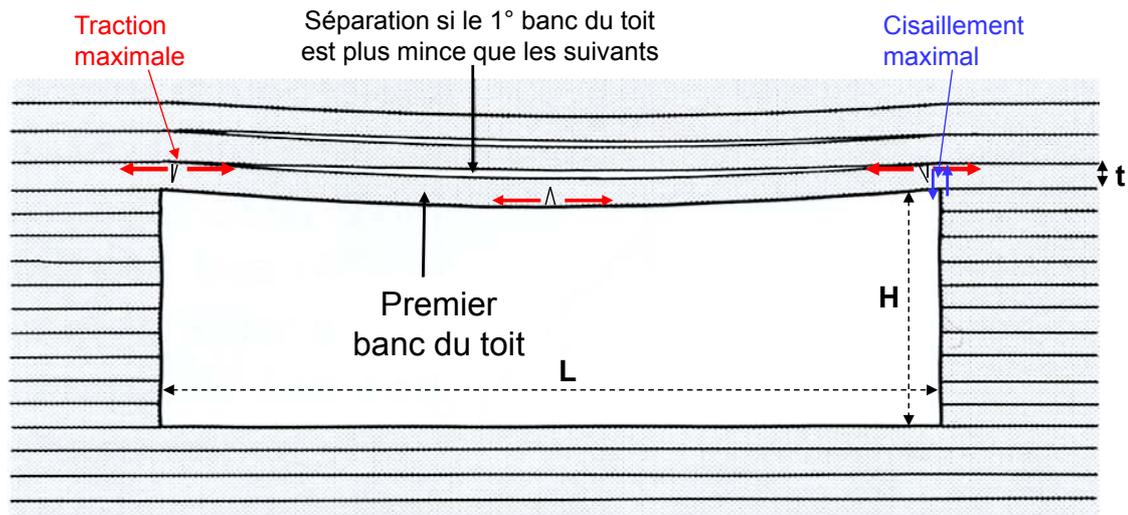
## CAVITES DANS UN MASSIF STRATIFIE

### Rupture du toit par flexion en terrain stratifié horizontalement



Chute de toit dans une carrière de gypse triasique du Jura.  
Les étais en bois soutiennent difficilement la dalle de toit.  
(*extrait de Evaluation des aléas liés aux cavités souterraines, INERIS, LCPC*).

## Rupture du toit par flexion en terrain stratifié horizontalement



Les valeurs de la traction maximale et du cisaillement maximal sont données par la théorie des poutres :

$$\sigma_{\max} = \gamma L^2 / 2 t ; \tau_{\max} = \gamma L / 2 ; \gamma \text{ étant le poids volumique du terrain.}$$

La rupture se produit généralement par traction.

Remarque : la contrainte horizontale (compression) réduit la traction et joue donc dans un sens favorable, sauf si elle est suffisamment élevée pour provoquer un flambage.

## CHAPITRE VI

# CAVITES DANS UN MILIEU DECOUPE EN BLOCS

L'analyse de la stabilité d'une cavité dans un massif fracturé en blocs nécessite une modélisation géométrique et mécanique. La modélisation géométrique consiste généralement à définir des familles de discontinuités (ou joints) planes, caractérisées par leur orientation, leur espacement et leur extension. La modélisation mécanique concerne les lois de comportement des joints et de la matrice rocheuse, ainsi que le chargement appliqué au modèle.

On peut distinguer deux familles de méthodes. Les méthodes les plus simples sont basées sur l'analyse de la stabilité de certains blocs, susceptibles de se détacher des parois de la cavité (blocs-clefs). Les seules forces prises en compte dans l'analyse d'un bloc sont généralement le poids de celui-ci, les résistances au cisaillement des joints qui le délimitent et, éventuellement, une force de soutènement. Les forces dues aux contraintes régnant initialement dans le massif sont le plus souvent négligées.

Les méthodes les plus complexes permettent de calculer les déplacements de l'ensemble des blocs du modèle, ainsi que les contraintes dans les blocs. On peut les regrouper sous le terme de méthodes d'éléments discrets, la plus utilisée étant la méthode des éléments distincts (programme UDEC).

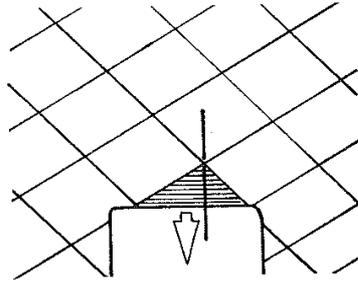
### 1. STABILITE DES BLOCS-CLES

Une méthode rigoureuse de détermination et d'analyse de la stabilité des blocs-clés a été formalisée par Goodman et Shi (Goodman, 1989). Elle prend seulement en compte l'orientation moyenne des familles de joints, sans considérer leur espacement ni leur extension. Elle permet donc de déterminer les blocs les plus gros susceptibles de se détacher des parois. Elle se décompose en plusieurs étapes.

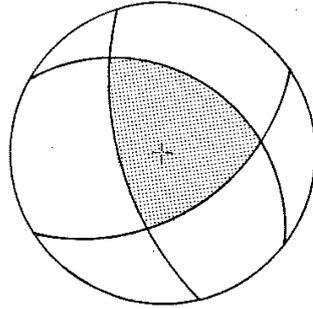
- a. L'identification des blocs pouvant se détacher des parois (blocs amovibles), uniquement à partir des données géométriques concernant les joints et la cavité, et indépendamment des forces appliquées.
- b. L'identification des blocs potentiellement instables compte tenu des forces appliquées, indépendamment de la résistance des discontinuités. Les modes d'instabilité potentielle pouvant être déterminés sont: le détachement ou chute libre (ouverture de tous les joints), le glissement sur un plan et le glissement sur deux plans.
- c. L'analyse de la stabilité des blocs potentiellement instables, avec éventuellement le calcul d'un coefficient de sécurité ou la détermination de la force stabilisatrice nécessaire.

**Bloc instable au toit d'une galerie – Chute libre**

(d'après Hoek et Brown, 1980)



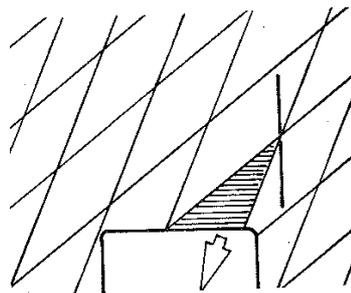
*Condition nécessaire pour une chute libre (suffisante si la cohésion des joints est nulle)*



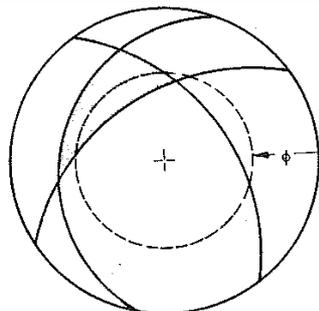
*La cohésion et la résistance en traction des joints s'opposent à la chute (elles sont généralement négligées dans les études d'ouvrages)*

**Bloc instable au toit d'une galerie – Glissement**

(d'après Hoek et Brown, 1980)



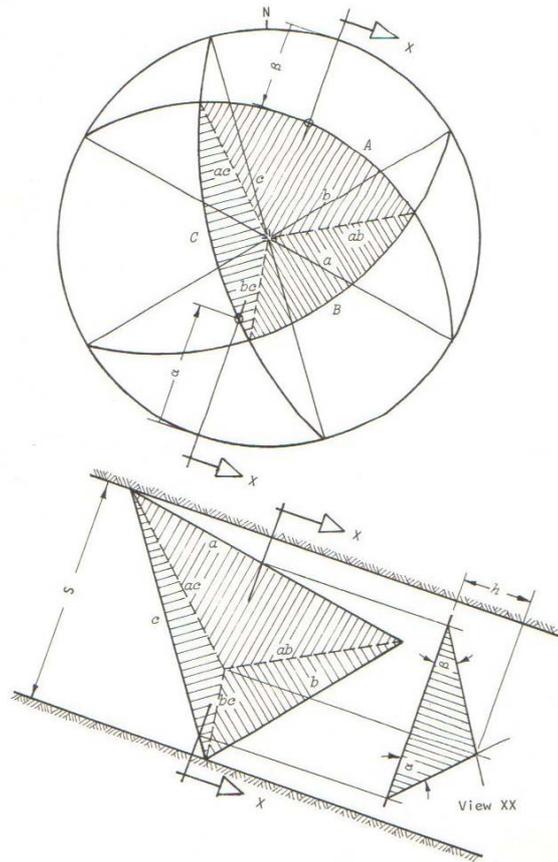
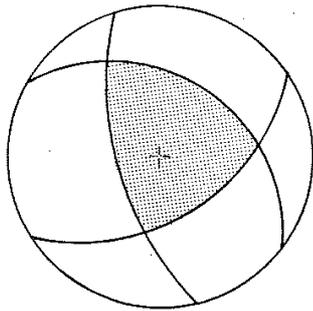
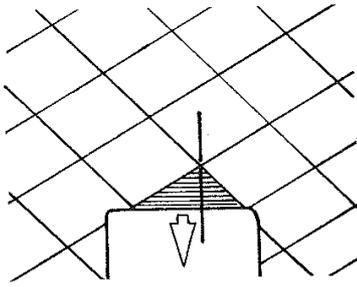
*Condition nécessaire pour un glissement*



*La cohésion et l'angle de frottement des joints s'opposent à la chute (la cohésion est généralement négligée dans les études d'ouvrages)*

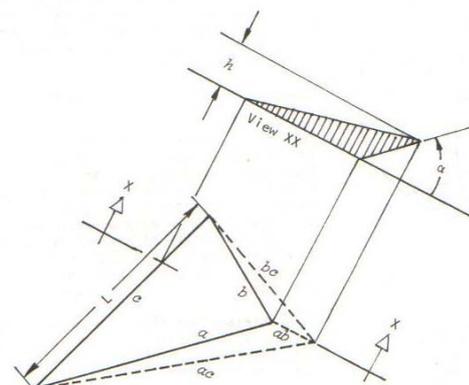
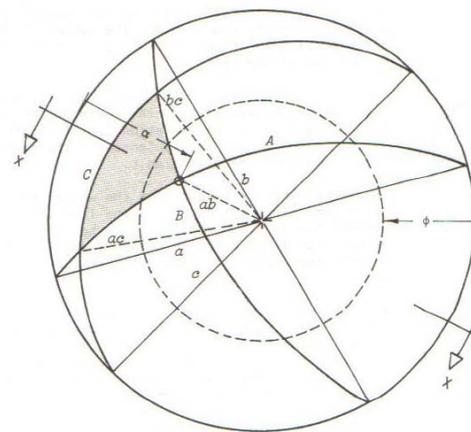
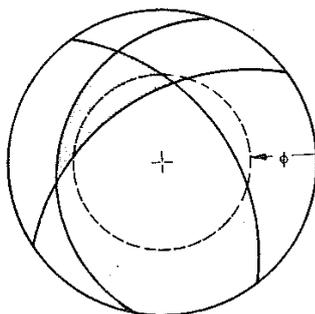
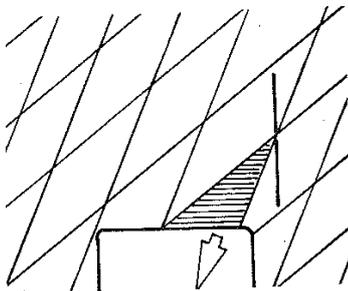
CAVITES DANS UN MASSIF FRACTURE

**Bloc instable au toit d'une galerie Chute libre** (d'après Hoek et Brown, 1980)



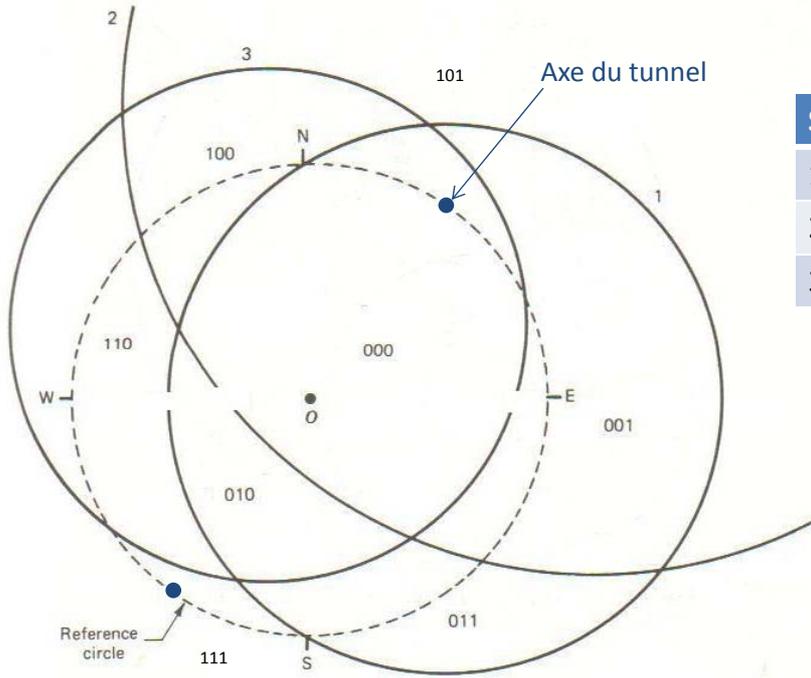
CAVITES DANS UN MASSIF FRACTURE

**Bloc instable au toit d'une galerie Glissement sur 1 ou 2 plan** (d'après Hoek et Brown, 1980)



### CAVITES DANS UN MASSIF FRACTURE

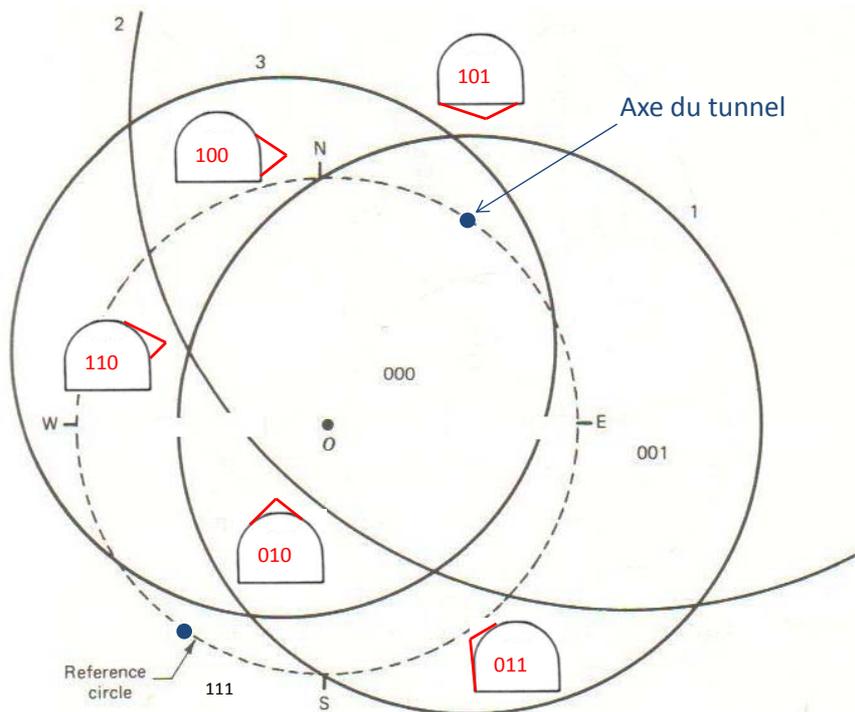
Quelle pyramide de joint définit des blocs amovibles en voûte, au sol et aux piédroits ?



Set	Dip	Dip dir.	$\phi$
1	30	270	25
2	60	225	16
3	20	150	35

### CAVITES DANS UN MASSIF FRACTURE

Pyramides de joint définissant des blocs amovibles en voûte, au sol et aux piédroits



CAVITES DANS UN MASSIF FRACTURE

Blocs maximaux amovibles en voûte pour d'autres directions de tunnel (d'après Goodman, 1989)

Force nécessaire pour s'opposer au glissement

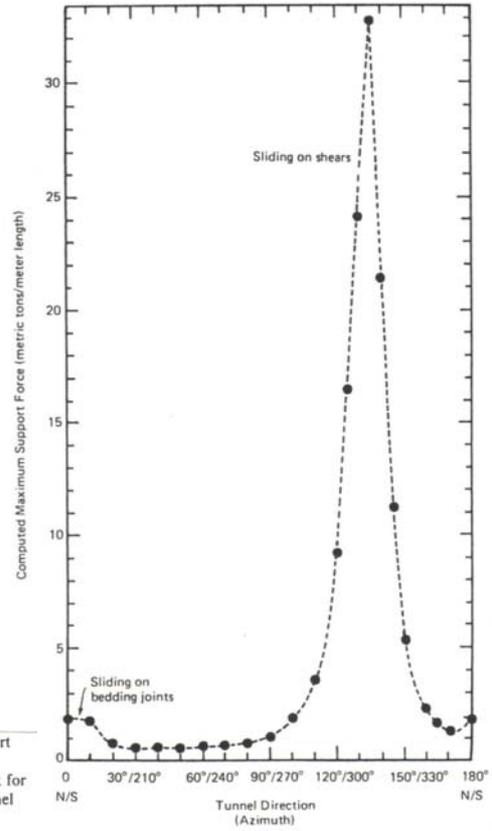
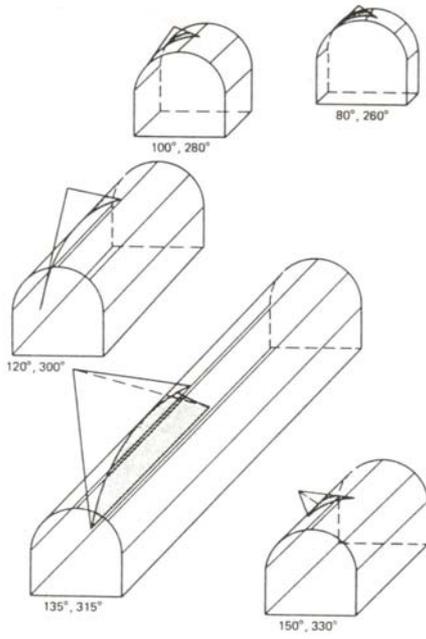
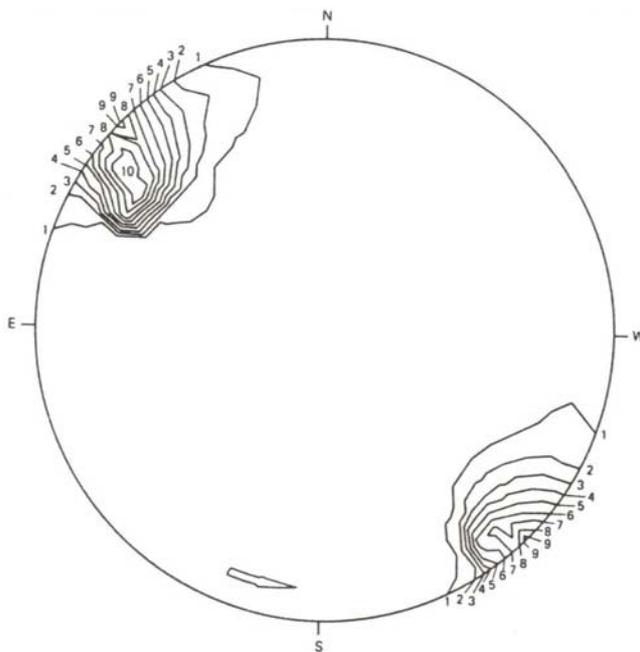


Figure 7.32 The "tunnel support spectrum"—the support force, directed opposite to the sliding direction, to reach limiting equilibrium for the most critical removable block for horizontal tunnels in all directions—for a horseshoe tunnel 6m wide by 5.4 m high.

CAVITES DANS UN MASSIF FRACTURE

Force nécessaire pour s'opposer au glissement pour des tunnels ou puits inclinés (d'après Goodman, 1989)



Set	Dip	Dip dir.	$\phi$
1	30	270	25
2	60	225	16
3	20	150	35

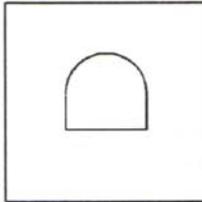
Figure 7.33 The support force as in Fig. 7.32 for all tunnel and shaft directions for the rock mass with three joints sets; multiply the contour values by 3.3 metric tons per meter of tunnel length.

## MODELISATION DU MASSIF ROCHEUX

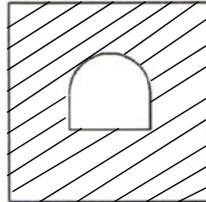
### Modélisation géométrique

Le choix du modèle dépend de la fracturation du massif et de la taille de la zone d'intérêt.

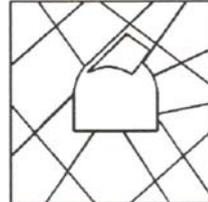
#### Cas d'un tunnel



**Milieu continu**  
(roche massive)



**Milieu stratifié**  
(1 famille de joints)



**Milieu fracturé**  
(2 ou 3 familles de joints, faible densité)

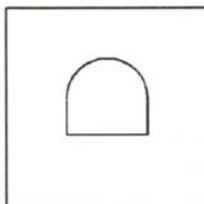


**Milieu continu équivalent**  
(forte densité de fracturation)

## MODELISATION DU MASSIF ROCHEUX

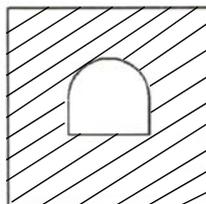
### Modélisation mécanique

#### Propriétés mécaniques



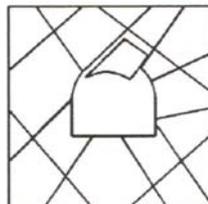
Milieu continu

Propriétés de la **matrice rocheuse**



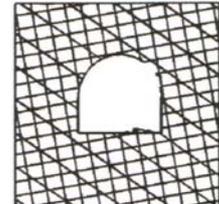
Milieu stratifié

Propriétés des **joints** et de la **matrice rocheuse**



Milieu fracturé

Propriétés des **joints** et de la **matrice rocheuse**

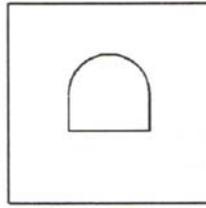


Milieu continu équivalent

Propriétés du **milieu continu équivalent**

# MODELISATION DU MASSIF ROCHEUX

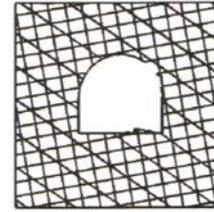
## Critères de rupture de la matrice rocheuse et du massif rocheux (Hoek et Brown)



Milieu continu

**Critère de rupture de la matrice rocheuse**

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_c \left( m_i \frac{\sigma'_3}{\sigma_c} + 1 \right)^{1/2}$$



Milieu continu équivalent

**Critère de rupture du massif rocheux**

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_c \left( m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_c} + s \right)^a$$

$\sigma'_1, \sigma'_3$  : contraintes principales effectives à la rupture

$\sigma_c$  : résistance en compression uniaxiale de la roche intacte

$m_i$  : constante du matériau pour la roche intacte

$m_b, s$  : constantes dépendant du massif rocheux

$a$  : constantes dépendant du massif rocheux

## MODELISATION DU MASSIF ROCHEUX

### Paramètres de rupture et de déformation du massif rocheux

(Hoek, Kaiser, Bawden, 1995)

La résistance du massif dépend de:

- la résistance de la roche intacte ( $\sigma_c, m_i$ )
- la fracturation du massif (structure)
- les propriétés des discontinuités (surface condition)
- la pression interstitielle

GENERALISED HOEK-BROWN CRITERION		SURFACE CONDITION				
		VERY GOOD Very rough, unweathered surfaces	GOOD Rough, slightly weathered, iron stained surfaces	FAIR Smooth, moderately weathered or altered surfaces	POOR Slackensided, highly weathered surfaces with compact coatings or fillings containing angular rock fragments	VERY POOR Slackensided, highly weathered surfaces with soft clay coatings or fillings
STRUCTURE						
	BLOCKY -very well interlocked undisturbed rock mass consisting of cubical blocks formed by three orthogonal discontinuity sets	$m_i/m_i$ 0.60 $s$ 0.190 $a$ 0.5 $E_v$ 75,000 $v$ 0.2 GSI 85	0.40 0.062 0.5 40,000 0.2 75	0.26 0.015 0.5 20,000 0.25 62	0.16 0.003 0.5 9,000 0.25 48	0.08 0.0004 0.5 3,000 0.25 34
	VERY BLOCKY-interlocked, partially disturbed rock mass with multifaceted angular blocks formed by four or more discontinuity sets	$m_i/m_i$ 0.40 $s$ 0.062 $a$ 0.5 $E_v$ 40,000 $v$ 0.2 GSI 75	0.29 0.021 0.5 24,000 0.25 65	0.16 0.003 0.5 9,000 0.25 48	0.11 0.001 0.5 5,000 0.25 38	0.07 0 0.5 2,500 0.3 25
	BLOCKY/SEAMY-folded and faulted with many intersecting discontinuities forming angular blocks	$m_i/m_i$ 0.24 $s$ 0.012 $a$ 0.5 $E_v$ 18,000 $v$ 0.25 GSI 60	0.17 0.004 0.5 10,000 0.25 50	0.12 0.001 0.5 6,000 0.25 40	0.08 0 0.5 3,000 0.3 30	0.06 0 0.55 2,000 0.3 20
	CRUSHED-poorly interlocked, heavily broken rock mass with a mixture of angular and rounded blocks	$m_i/m_i$ 0.17 $s$ 0.004 $a$ 0.5 $E_v$ 10,000 $v$ 0.25 GSI 50	0.12 0.001 0.5 6,000 0.25 40	0.08 0 0.5 3,000 0.3 30	0.06 0 0.55 2,000 0.3 20	0.04 0 0.60 1,000 0.3 10

## MODELISATION DU MASSIF ROCHEUX (ROCHE DURE)

Caractéristiques du massif rocheux, méthodes d'essai et considérations théoriques d'après Hoek, Kaiser, et Bawden (1995)

Description	Strength characteristics	Strength testing considerations	Theoretical
 Intact rock	Brittle, elastic and generally <u>isotropic</u> behaviour	Triaxial testing of core specimens relatively simple and inexpensive and results are usually reliable	Behaviour of elastic isotropic rock is adequately understood for most practical applications
 Intact rock with a single inclined discontinuity	<u>Highly anisotropic</u> , depending on shear strength and inclination of discontinuity	Triaxial tests difficult and expensive. Direct shear tests preferred. Careful interpretation of results required	Behaviour of discontinuities adequately understood for most practical applications
 Massive rock with a few sets of discontinuities	<u>Anisotropic</u> , depending on number, orientation and shear strength of discontinuities	Laboratory testing very difficult because of sample disturbance and equipment size limitations	Behaviour of complex block interaction in sparsely jointed rock masses poorly understood
 Heavily jointed rock masses	<u>Reasonably isotropic, highly dilatant at low stress levels with particle breakage at high stress levels</u>	Triaxial testing of representative samples extremely difficult because of sample disturbance	Behaviour of interlocking angular pieces poorly understood
 Compacted rock-fill or weakly cemented conglomerates	Reasonably isotropic, <u>less dilatant and lower strength than in situ rock due to destruction of fabric</u>	Triaxial testing simple but expensive due to large equipment required to accommodate samples	Behaviour reasonably well understood from soil mechanics studies on granular materials
 Loose waste rock or gravel	Poor compaction and grading allow particle movement resulting in mobility and low strength	Triaxial or direct shear testing simple but expensive due to large size of equipment	Behaviour of loosely compacted waste rock and gravel adequately understood for most applications

## MODELISATION DU MASSIF ROCHEUX

### Module de déformation du massif (Hoek, Kaiser et Bawden, 1995)

