

Module M1 STE4212
Géodynamique Interne
TD 1 de volcanologie :

1 Théorie :

1.1 Le transport de magma

Deux mécanismes principaux ont été proposés pour le transport de magma à travers la lithosphère :

- l’ascension d’un diapir dans une lithosphère qui est alors considérée comme un fluide visqueux. La force motrice est la poussée d’Archimède. Ce transport est régit par la vitesse de Stokes. Donnez l’expression de cette vitesse.
Estimez la vitesse de remonté d’1 km³ de magma silicique à travers le manteau lithosphérique et la croûte superficielle.
Quelle est la principale limitation de ce mécanisme ?
- le transport par propagation de dyke : fracturation de la roche et injection du magma par déformation élastique de l’encaissant.

1.2 La propagation des dykes

Lister and Kerr (1991) ont identifié quatre échelles de pression qui permettent de quantifier les forces favorisant ou s’opposant à la propagation de dykes.

- la pression élastique qui caractérise la force à exercer pour déformer de manière élastique l’encaissant :

$$P_e \sim \frac{E}{2(1-\nu^2)} \frac{b}{a} \quad (1)$$

avec E et ν , les paramètres élastiques, respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson.

- la pression d’Archimède due au contraste de densité entre le magma moins dense et l’encaissant.

$$P_b \sim \Delta\rho g L \quad (2)$$

pour un dyke se propageant verticalement

- la perte de charge due à l’écoulement visqueux le long du dyke

$$P_v \sim \frac{\mu v L}{b^2} \quad (3)$$

avec μ la viscosité du magma et v la vitesse de l’écoulement.

- la pression correspondant à la résistance à la fracturation

$$P_f \sim \frac{K_c}{\sqrt{L}} \quad (4)$$

avec K_c le facteur d’intensité des contraintes critique de la roche encaissante.

Si on considère la remontée d’un volume fixe de magma, l’unique force motrice est la pression d’Archimède. Lorsque l’on est suffisamment loin de la tête du dyke, la pression de fracturation peut être négligée et l’effet de l’élasticité également. Il y a alors un ajustement entre la pression d’Archimède et la pression de perte visqueuse. Donnez l’ouverture du dyke dans ce cas particulier.

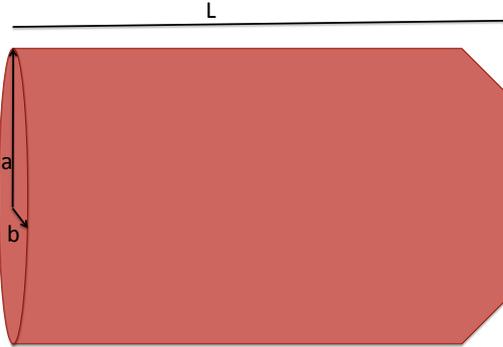


FIGURE 1 – Géométrie d'un dyke de longueur maximale L , de largeur a et d'épaisseur b .

1.3 Aspect thermique

La solidification d'un magma se propageant verticalement sous l'effet de la force d'Archimède par un écoulement laminaire dans un dyke de longueur H et d'épaisseur initiale uniforme w est contrôlée par 3 paramètres :

$$B = \frac{g\Delta\rho w^4}{\mu\kappa H} \quad (5)$$

qui représente le rapport entre l'advection de chaleur par l'écoulement et la perte par conduction sur les parois, avec κ la diffusivité thermique ($8 * 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$), et les deux nombres de Stefan :

$$S_\infty = \frac{L}{c(T_w - T_\infty)} \quad (6)$$

$$S_m = \frac{L}{c(T_m - T_w)} \quad (7)$$

avec L la chaleur latente de solidification, c la capacité thermique massique, T_∞ la température de la croûte en champ lointain, T_m la température initiale du magma et T_w la température de solidification.

Il a été montré que l'évolution thermique dépend d'un seul paramètre :

$$\lambda = BS_\infty^6/S_m^3 \quad (8)$$

Le dyke se solidifie avant de transporter une quantité significative de magma si $\lambda < 1.5$. En déduire une épaisseur critique de dyke w_c .

La figure 2 donne cette épaisseur critique. Commentez là.

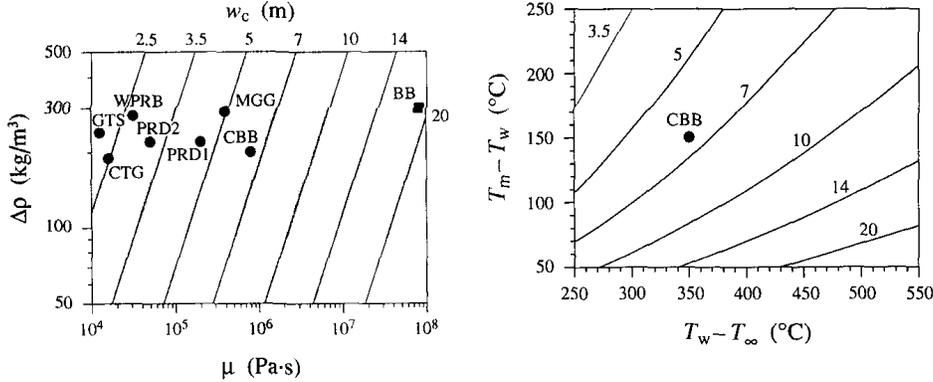


FIGURE 2 – Épaisseur de dyke critique en dessous de laquelle il y a solidification. La figure de gauche est obtenue avec une longueur de dyke de 30 km, une chaleur latente de 300J/g, une capacité thermique de $1.2 \text{ Jg}^{-1}\text{K}^{-1}$ et des température $T_m = 900^\circ\text{C}$, $T_s = 750^\circ\text{C}$ et $T_\infty = 400^\circ\text{C}$. La figure de droite est obtenue avec une viscosité de 10^6 Pas et une variation de densité de 200 kg/m^3 .

2 Trois exemples de modélisation de propagation de dyke permettant de quantifier la surpression dans un réservoir

2.1 Interprétation de la migration de la sismicité avec un modèle analytique-Krafla (Islande)

Cet exemple est basé sur Einarsson and Brandsdottir (1980).

2.1.1 Les données

Un épisode de rifting a eu lieu au Krafla de 1975 à 1984, le Krafla étant situé au Nord de la zone volcanique Est de l'Islande (voir figure 3). Au cours de cet épisode, plusieurs injections latérales de dyke ont eu lieu. Ces injections se faisaient sur des distances allant jusqu'à 65 km à partir d'un réservoir situé sous le Krafla. Nous allons, ici, nous focaliser sur une intrusion de magma observée en juillet 1978. La caldera du Krafla a alors subi une subsidence (déflation) de 60 cm en 3 jours. L'interprétation proposée est la vidange d'un réservoir magmatique situé sous la caldera, cette vidange ayant alimenté un dyke se propageant latéralement vers le Nord sur 30 km. Cette propagation a induit une sismicité décrite en carte sur la figure 4 et dont l'évolution temporelle apparaît sur la figure 5.

Décrivez l'évolution temporelle de la sismicité. Comment peut-on interpréter cette migration de sismicité ?

2.1.2 Le modèle

On considère que le réservoir alimentant le dyke possède une surpression $\Delta P(t)$ par rapport à l'encaissant. Le dyke est considéré comme un cylindre de rayon constant a et de longueur $L(t)$. Pour le dyke on considère une symétrie axiale et on se place en coordonnées

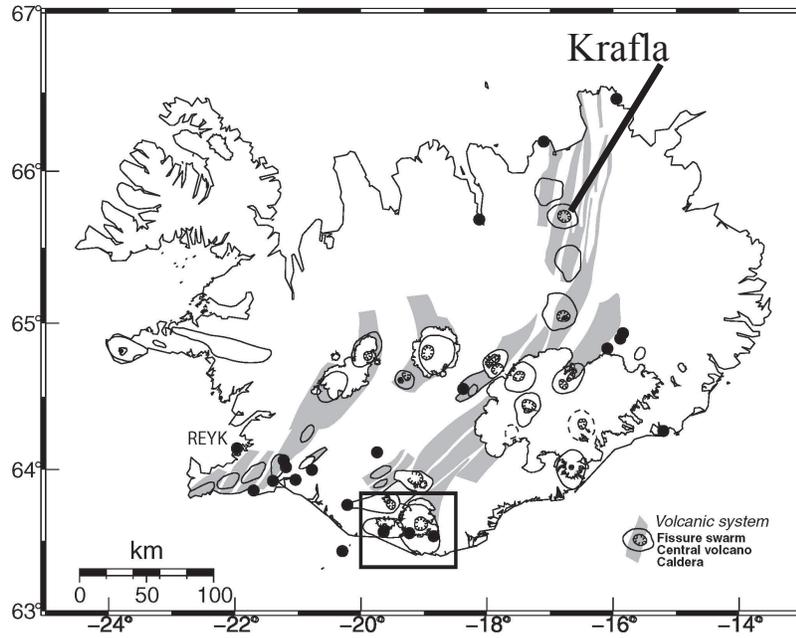


FIGURE 3 – Carte de l’Islande avec les zones volcaniques.

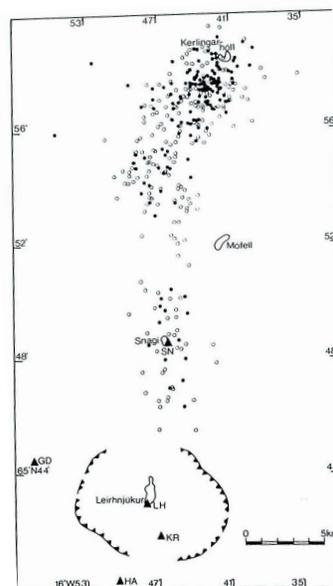


FIGURE 4 – Carte des épicentres de l’essaim de séismes ayant eu lieu en juillet 1978 au Krafla. D’après Einarsson and Brandsdottir (1980).

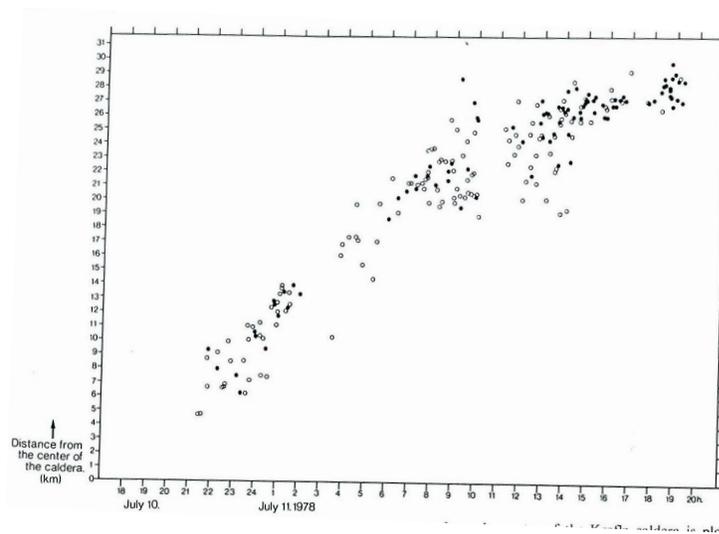


FIGURE 5 – Migration de la sismicité. La distance des épicentres au centre de la caldera du Krafla est représentée en fonction du temps. D’après Einarsson and Brandsdottir (1980).

cylindrique (z étant l’axe horizontal de propagation du dyke). Donnez les équations de Navier et Stokes en coordonnées cylindriques dans le cas du régime laminaire (c’est à dire non turbulent).

Dans notre cas, on peut considérer que $L \gg a$ ce qui induit $U_z \gg U_r$, par ailleurs du fait de l’hypothèse de lubrification, on a :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) \gg \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2}$$

On suppose que la valeur de la vitesse est indépendante du temps, donnez la valeur de U_z en fonction de r dans le cylindre (écoulement de Poiseuille).

Intégrez cette relation pour avoir le flux massique à travers la section du cylindre.

On suppose que la variation de pression dans le réservoir au cours du temps est négligeable (cas d’un réservoir grand par rapport au volume de magma injecté). Donner le flux au cours du temps en fonction de la longueur $L(t)$ du dyke.

Donner une autre expression pour le flux massique, en utilisant le fait que le dyke ne croit que par sa longueur $L(t)$.

En égalisant les deux expressions de flux, trouvez une équation différentielle et résolvez la pour obtenir L en fonction de t . Cette relation est-elle compatible avec les données de migration de la sismicité ?

2.1.3 L’application

En prenant une viscosité de 20 Pas et un rayon du dyke $a = 1$ m ou $a = 0.5$ m, donner la surpression dans le réservoir.

Einarsson and Brandsdottir (1980) avait considéré un dyke rectangulaire avec l'expression suivante pour le flux d'un écoulement de Poiseuille :

$$Q(t) = \frac{ab^3}{12\mu} \rho \frac{\Delta P}{L(t)} \quad (9)$$

Donnez l'équation différentielle dans ce cas et sa solution.

Ils trouvent alors pour une section du dyke de 1200 m^2 (d'après les données de déformation) une surpression dans le réservoir entre 10 et 40 bars.

Ce modèle simple permet d'expliquer les données. Vous semble-t'il cohérent ?

2.2 Interprétation de la trajectoire du dyke avec un modèle analogique- Etna (Italie)

Cet exemple est basé sur Watanabe et al. (2002) et sur Bonaccorso et al. (2010).

2.2.1 Les données

Les 15 et 17 juillet 2001, les données de déformation enregistrées à l'Etna suggèrent une accumulation de magma sous la forme d'un dyke (longueur verticale : 2.3 km, longueur latérale : 2.2 km et ouverture 3.5m) situé à environ 500 m sous la surface. Ce dyke a ensuite progressé latéralement vers la surface pendant 2 jours avant d'alimenter une éruption situé à une distance latérale de 1.4 km (figure 6 et figure 7). La déflexion du dyke (associée à un ralentissement) a été interprétée comme étant due à un effet de topographie.

2.2.2 Le modèle

Watanabe et al. (2002) ont effectué des expériences analogiques de propagation de dyke en injectant de l'air dans de la gélatine (analogue de la croûte terrestre). En utilisant les figures 8 et 9. Décrivez l'effet d'une charge appliquée en surface. De quoi va dépendre l'amplitude du changement d'orientation de la trajectoire du dyke.

2.2.3 L'application

Dans le cas de l'Etna, la distance latérale parcourue est de 1.4 km. Le rayon de la charge topographique est estimé autour de 1.5 km. D'après la figure 9, estimez le rapport entre la surpression dans le magma est la pression de la charge.

La topographie correspond à 1km de roche de densité 2.5. Donnez une estimation de la pression exercée par la charge et donc de la surpression dans le dyke.

Le dyke venait d'un réservoir plus profond. On peut montrer, dans le cas de l'Etna, que la surpression dans le réservoir vaut $5/3$ de la pression dans le dyke. Estimez cette surpression dans le réservoir.

2.3 Interprétation de l'évolution des taux de sismicité avec un modèle numérique- Piton de la Fournaise (Ile de la Réunion)

Cet exemple est basé sur Traversa et al. (2010).

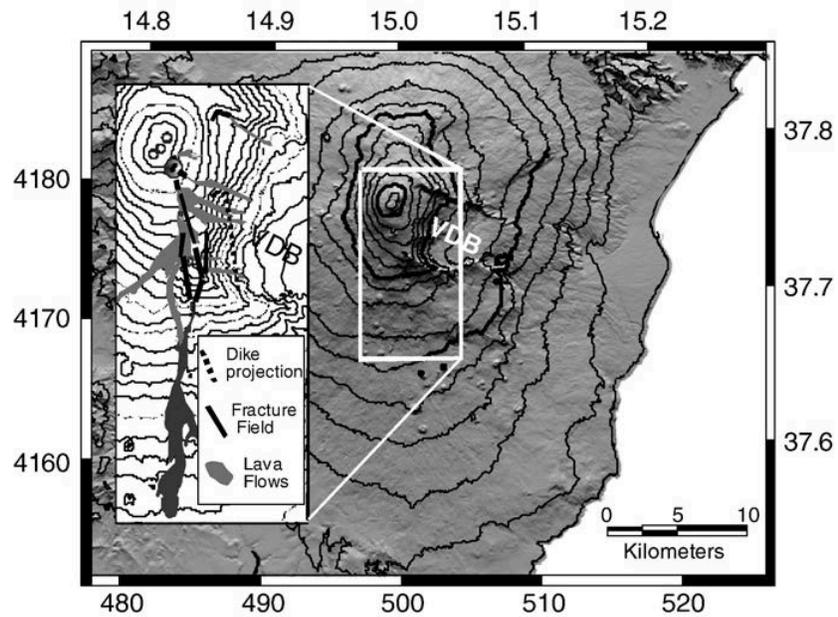


FIGURE 6 – Carte de l’Etna avec les fissures éruptives et les coulées de l’éruption de juillet-août 2001. D’après Bonaccorso et al. (2010).

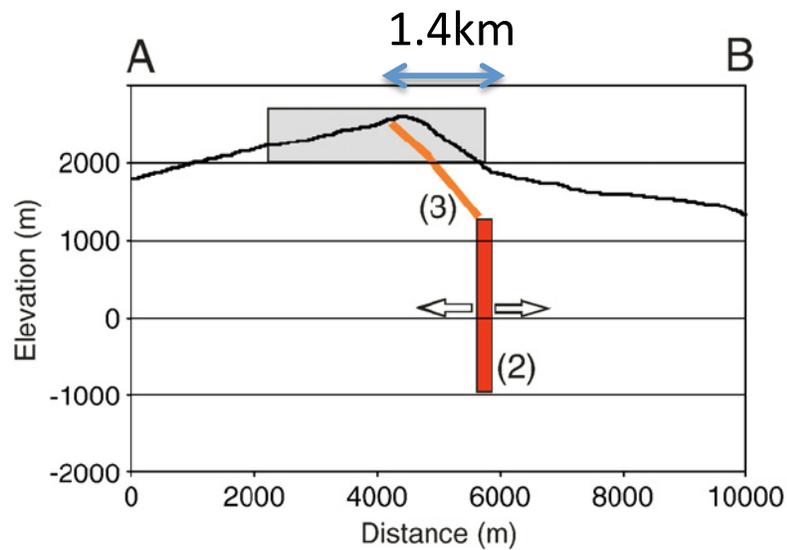


FIGURE 7 – Schéma sur la propagation du dyke alimentant l’éruption. D’après Bonaccorso et al. (2010).

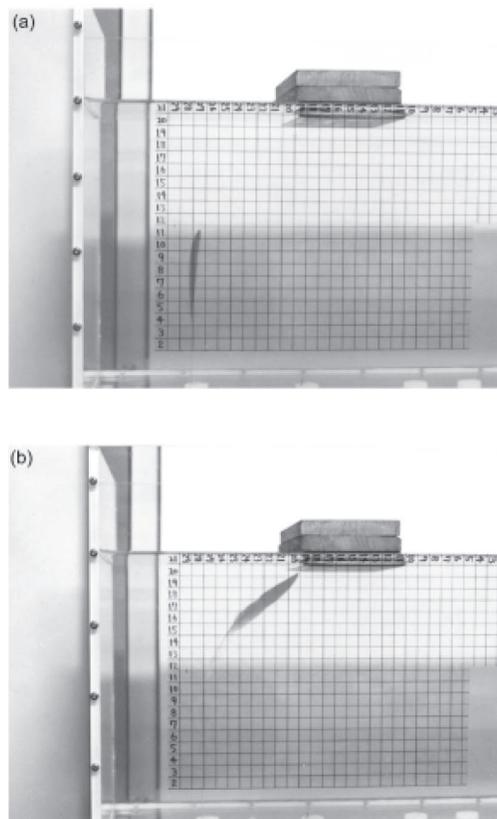


FIGURE 8 – Dispositif expérimental utilisé par Watanabe et al. (2002).

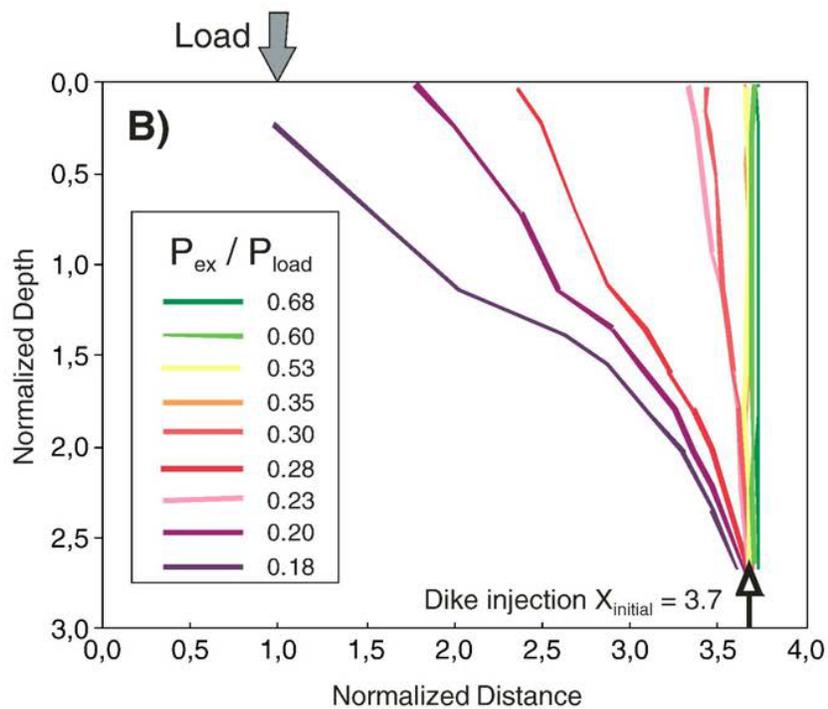
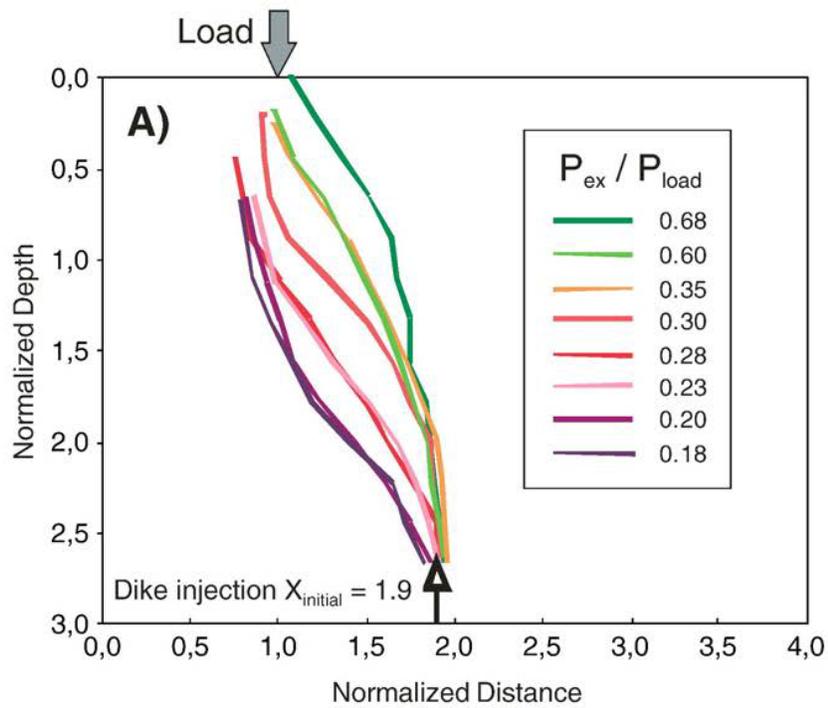


FIGURE 9 – Résultats expérimentaux obtenus par Watanabe et al. (2002). D'après Bonaccorso et al. (2010).

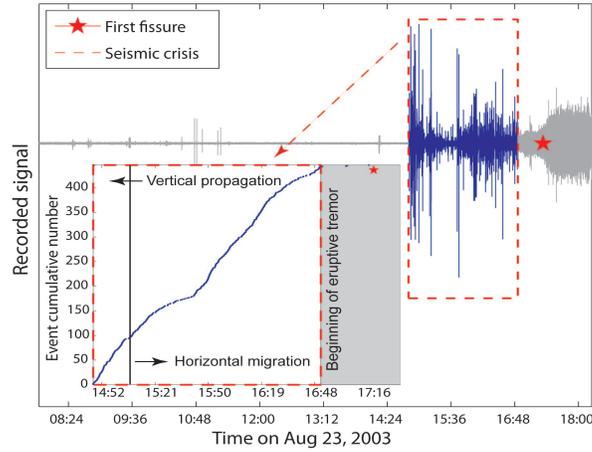


FIGURE 10 – Sismicité cumulée en fonction du temps. L'énergie sismique cumulée montre une évolution similaire. D'après Traversa et al. (2010).

2.3.1 Les données

Le 23 août 2003 une éruption distale a eu lieu au Piton de la Fournaise. Les données de déformation montrent que le magma provenait d'un réservoir situé à 2-3 km sous le sommet et que la progression du magma a d'abord été verticale (vitesse de 1.3m/s) puis latérale (vitesse de 0.2-0.6m/s). La figure 10 donne l'évolution de la sismicité cumulée en fonction du temps. Comment varie le taux de sismicité au cours de l'intrusion ? Est-il possible de relier facilement ce taux à la vitesse de propagation ? Nous allons faire l'hypothèse que ce taux est relié au flux de magma pénétrant dans le dyke au cours du temps. D'après cette hypothèse, comment doit évoluer le flux de magma entrant dans le dyke ?

2.3.2 Le modèle

Le dyke se propage verticalement dans la direction z . On suppose qu'une section de dyke est une ellipse de demi-longueur constante a et de demi-largeur $b(z, t)$. On cherche une équation différentielle donnant cette ouverture en fonction du temps et de la position z .

Donnez l'expression de la surpression élastique σ_{def} permettant l'ouverture du dyke, en fonction de la surpression du réservoir ΔP_o , de la densité du magma et de l'encaissant et de la pression fluide p due à l'écoulement visqueux.

Cette surpression élastique peut être directement reliée à l'ouverture du dyke par l'expression :

$$\sigma_{def} = \frac{G}{1 - \nu} \frac{b(z, t)}{a} \quad (10)$$

Le flux vertical à travers la section elliptique est donné par :

$$Q(z, t) = -\frac{\pi}{4\mu} \frac{\partial p(z, t)}{\partial z} ab(z, t)^3 \quad (11)$$

Quelle relation nous donne l'équation de continuité ?

Donnez l'équation différentielle donnant l'évolution de l'ouverture du dyke.

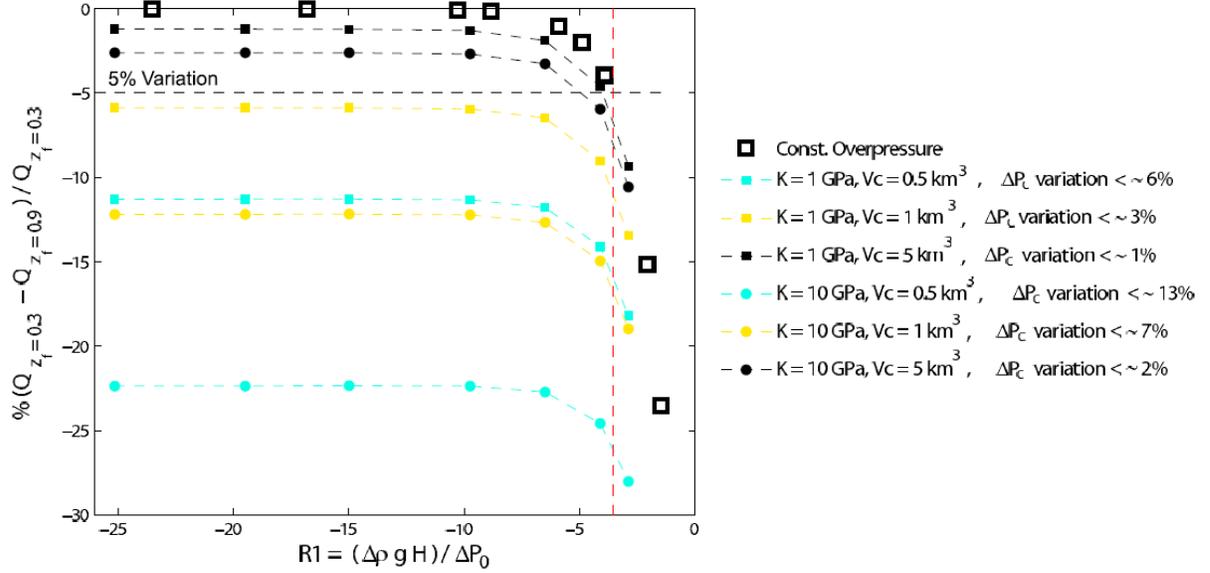


FIGURE 11 – Sismicité cumulé en fonction du temps. L'énergie sismique cumulée montre une évolution similaire. D'après Traversa et al. (2010).

On utilise comme échelle de longueur la profondeur H du réservoir et comme échelle de pression la surpression ΔP_0 du réservoir au moment où le dyke commence à s'injecter. Donner l'équation différentielle adimensionnée et les conditions aux limites devant être vérifiée si la surpression dans le réservoir est constante.

Dans quelles conditions la surpression dans le réservoir reste-t'elle constante. De façon plus générale la relation entre surpression dans la chambre et variation de volume est donnée par

$$d\Delta P_c(t) = \frac{dV_c(t)}{V_c(t)} \frac{4KG}{4G + 3K} \quad (12)$$

où K est le module de compressibilité. La variation de volume est alors donnée par le volume de magma injecté dans le dyke :

$$dV_c(t) = -Q(t, z = 0)dt, \quad (13)$$

Quels sont les deux nouveaux nombres sans dimension caractérisant le système ?

On peut résoudre cette équation numériquement en utilisant par exemple la méthode des différences finies.

2.3.3 L'application

La figure 11 montre la variation de flux de magma injecté en base de dyke au cours du temps. Sachant que cette variation doit rester faible, quelle conclusion en tirez-vous pour la valeur de la surpression dans la chambre magmatique ? Pour la taille de la chambre magmatique et la compressibilité du magma ?

Références

- Bonaccorso, A., Currenti, G., Del Negro, C., and Boschi, E. 2010. Dike deflection modelling for inferring magma pressure and withdrawal, with application to Etna 2001 case. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 109 :121–129. doi.org/10.1016/j.epsl.2010.02.030.
- Einarsson, P. and Brandsdottir, B. 1980. Seismological evidence for lateral magma intrusion during the 1978 deflation of the Krafla Volcano in NE Iceland. *J. Geophys.*, 47 :160–165.
- Lister, J. R. and Kerr, R. C. 1991. Fluid-mechanical models of crack propagation and their application to magma transport in dykes. *J. Geophys. Res.*, 96 :10,049–10,077.
- Traversa, P., Pinel, V., and Grasso, J.-R. 2010. A constant influx model for dike propagation : Implications for magma reservoir dynamics. *J. Geophys. Res.*, 115. B01201, doi :10.1029/2009JB006559.
- Watanabe, T., Masuyama, T., Nagaoka, K., and Tahara, T. 2002. Analog experiments on magma-filled cracks : Competition between external stresses and internal pressure. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 54 :1,247–1,261.