Module M1 STE4212
Géodynamique Interne
TD 2 de volcanologie :

1 Jets et panaches :

On considère une injection de fluide à partir d'une source ponctuelle à la base d'un réservoir de grandes dimensions (l'atmosphère). Le réservoir contient le même fluide à une température différente mais uniforme : sa densité est constante à la valeur ρ_o . L'écoulement est permanent, turbulent ($Re >> 1$) et entraine le fluide ambiant selon la loi de Taylor (avec la constante d'entrainement λ^*). A l'altitude z, on caractérise l'écoulement par les variables suivantes : densité moyenne $\rho(z)$, rayon b(z), vitesse moyenne w(z), pesanteur réduite $g'(z) = g(\rho_o - \rho)/\rho_o$.
1. Ecrire les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie (on se dans le cas où la diffusion de chaleur est négligeable devant l'advection, ($Pe >> 1$)).
2.On considère d'abord le cas du panache turbulent "lent" défini par un seul flux d'Archimède $F_o = \pi(b^2wg')_{z=o}$. Donner les équations donnant b et w en fonction de z. On considère ensuite le cas d'un d'un jet, c'est-à-dire que le liquide injecté est à la même température que le réservoir. L'écoulement est caractérisé par un flux de quantité de mouvement, soit $M_o = \pi(b^2w^2)_{z=o}$. Donner les équations donnant b et w en fonction de z. Comparer les deux cas. Comment expliquez-vous la différence ?
3.On considère maintenant un panache "forcé", c'est-à-dire une injection de liquide chaud avec un flux de quantité de mouvement importante. L'écoulement est donc caractérisé à la fois par un flux d'Archimède F_o et par un flux de quantité de mouvement M_o . Il existe une échelle caractéristique d'altitude dans ce problème. En donner l'expression et une interprétation physique. Donner l'expression des échelles caractéristiques de vitesse et de pesanteur réduite.
4. On considère maintenant l'injection d'un fluide plus dense (plus froid) que celui du réservoir. Cet écoulement est encore caractérisé par un flux d'Archimède F_o et un flux de quantité de mouvement M_o . Expliquer pourquoi ce panache "forcé" doit atteindre une altitude maximum. Donner, à une constante numérique près, l'expression donnant cette altitude limite.

2 La dilatation d'une bulle de gaz dans un magma remontant vers la surface :

Lors de sa montée dans un conduit d'éruption, le magma se dégaze et subit une décompression importante. Ce phénomène est retardé par la forte viscosité des laves et, en général, les bulles de gaz contenues dans la lave sont en surpression à la sortie. Pour quantifier cet effet, on considère une bulle de gaz isolée dans un liquide immobile de grand volume qui est soumis à une baisse de pression connue P(t) (variation totale de ΔP). On néglige le mouvement de la bulle par rapport au magma et on ne considère que la dilatation de la bulle de gaz dans un repère centré sur la bulle. On note par $P_i(t)$ la pression à l'intérieur de la bulle supposée sphérique de rayon R(t). Soient μ et ρ_l la viscosité et la densité du liquide, qui est incompressible. On négligera les effets de tension superficielle (importants uniquement pour de très petites bulles). On supposera que le gaz est parfait, avec une masse volumique ρ_o à la pression initiale P_o , et que la température reste constante (chemin isotherme).

1. Ecrire les équations de Navier-Stokes dans le liquide, en coordonnées sphériques centrées sur le centre de la conditions aux limites à l'interface bulle-liquide et dans le liquide loin de la bulle (à l'infini).
2. Utiliser les symétries du problème pour réduire le nombre de variables indépendantes. En déduire une forme simplifiée des équations.
3. Déterminer le champ de vitesse dans le liquide en fonction de R(t) et de sa dérivée.
4. Calculer le champ de contrainte en fonction de la fonction R(t) et de ses dérivées. Reporter dans l'équation de la quantité de mouvement. En déduire l'équation différentielle dont R(t) est la solution.
5. Dans quelles conditions peut-on négliger les termes d'accélération ? On cherchera à écrire un nombre sans dimension en utilisant les données "primaires" (voir ci-dessus), et, en particulier, la différence de pression motrice ΔP .
6. En supposant que les termes d'accélération sont bien négligeables, trouver une expression simple donnant le temps caractéristique d'ajustement de la pression interne de la bulle.