

Sur l'inhibition de la régénération du champ magnétique dans certains modèles de dynamo planétaire en présence d'une graine solide

Dominique Jault

C.R. Acad. Sci. Paris,
t. 323, série II a,
p. 451 à 458,
1996

Institut de Physique du Globe,
Laboratoire de Géomagnétisme,
BP n° 89, 4, place Jussieu,
75252 Paris CEDEX 05, France.

Résumé Un modèle de dynamo planétaire, à symétrie de révolution ($\alpha\omega$), est étudié numériquement dans la limite asymptotique des faibles viscosités. Il s'avère que les solutions d'amplitude finie dans cette limite ne sont pas symétriques par rapport au plan équatorial, et comprennent d'importants mouvements entre les deux hémisphères. Le modèle est ensuite modifié pour inclure une graine solide au centre, dont le rayon b est considéré comme un paramètre. Nous n'avons pas pu obtenir de solutions non nulles dans la limite asymptotique, dès que b est légèrement plus grand que dans la Terre actuelle. Nous suggérons que c'est parce que la graine isole l'hémisphère Nord de l'hémisphère Sud.

Mots-clés : Noyau, Graine, Géomagnétisme, Géodynamo.

Abstract Magnetic field generation impeded by inner cores of planets

Influence of an inner core on inviscid solutions of an $\alpha\omega$ geodynamo model is studied. Previous studies missed these solutions because symmetry about the equatorial plane was assumed. Flow across the equatorial plane vanishes indeed when symmetry is imposed and is shown here to be a crucial ingredient of inviscid solutions. A solid inner core sets a barrier to such a flow. As a consequence, when the radius b of the inner core is an important fraction of the radius a of the outer core ($b/a > 0.35$), dynamo action is strongly impeded and strong-field solutions, which have the greatest geophysical relevance, are prohibited.

Keywords: Core, Inner Core, Geomagnetism, Geodynamo.

Abridged English Version

PARAMETERIZING magnetic field generation as an α effect (α^2 , $\alpha\omega$ models), albeit quite arbitrary, allows 2D modelling in a meridional plane. On the other hand, self-consistent 3D models are far away from the asymptotic limit of vanishing viscosity that is geophysically relevant (Glatzmaier and Roberts, 1995 *a, b*). Also, they require such heavy numerical resources that it is not yet possible to study how the solution changes along with the parameters of the model. Thus, $\alpha\omega$ models have been extensively used to investigate planetary dynamos. Here, inviscid solutions for a spherical $\alpha\omega$ model are discus-

sed. With the exception of Braginsky's model (Jault, 1995), such solutions had never been reported. Taylor's condition, which states that the net action of magnetic forces on the geostrophic cylinders cancels out, is satisfied. The solution is of mixed parity and that gives a large role to an inner solid body. A few papers, reporting also α^2 or $\alpha\omega$ models, have already pointed out that the inner core, despite its small size, may influence magnetic field generation (Hollerbach and Jones, 1993 *a, b*, 1995). It is a consequence of the rapid rotation of the fluid that makes the inner core influence the entire volume inside

Note

présentée par
Jean-Louis Le Mouél.
remise le 25 mai 1996,
acceptée le 3 juin 1996.

the cylinder tangent to the outer rim of the inner core, because of the Proudman-Taylor theorem. According to the present study, the role of the inner core may even be more dramatic, when viscous forces are so weak that they cannot relax the Taylor's condition.

Scaled momentum and mean-field induction equations, in a full sphere are:

$$(1) \quad \left(\text{Ro } s \frac{\partial \omega_G(s)}{\partial t} \hat{\varphi} + 2 \hat{\varepsilon} \wedge u \right) = -\nabla p + j \wedge B + A \hat{r}$$

$$(2) \quad \frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \wedge (u \wedge B) + \nabla^2 B + \nabla \wedge (\alpha B_\varphi \hat{\varphi})$$

$$(3) \quad r = 1, \quad u \cdot \hat{r} = 0$$

(r, θ, φ) are spherical coordinates, and (s, ϕ, z) are cylindrical coordinates. $\hat{\phi}$, \hat{z} , and \hat{r} are unit vectors. The unit of length is core radius a , the unit of velocity u is $(a\mu\sigma)^{-1}$ where σ is electrical conductivity and μ is magnetic permeability, the unit of magnetic field B is $(\rho\Omega/\sigma)^{1/2}$ where ρ is density and $\Omega\hat{z}$ is the rotation vector. $j = (\nabla \wedge B)$ is the electrical current, $\text{Ro} = (1/\mu\Omega a^2) \ll 1$ is the Rossby number. $\omega_G(s)\hat{\phi}$ is the geostrophic flow. The prescribed ω effect originates from the buoyancy term $A\hat{r} \cdot \alpha$ and ω effects are chosen as:

$$\alpha = \alpha_0 \cos \theta, \quad \omega = \omega_0 (1 - r), \\ A = -\omega_0 r^2 \sin^2 \theta, \quad D = \alpha_0 \omega_0$$

The dynamo number D measures how hard the system is driven. The ϕ -component of (1) averaged on a geostrophic cylinder $s = s_0$ reads:

$$(4) \quad \begin{cases} \forall s_0, \\ 2 z_1 \text{Ro } s_0 \frac{\partial \omega_G(s)}{\partial t} \\ = \int_{-z_1}^{z_1} (j \wedge B)_\varphi dz \end{cases}$$

$2z_1$ is the height of the geostrophic cylinder ($(z_0^2 + z_1^2) = 1$). Apart from the geostrophic term, (1) is diagnostic and allows calculation, at each time step, of the velocity u from ω_0 and B . Then, u , including the geostrophic part $\omega_G(s)$, is inserted in (2), which reduces to two scalar equations that are integrated forward in time together with (4). The results, first obtained with a finite difference code, have been checked with an independent semi-spec-

tral code. Also, great care has been taken to ensure numerical convergence.

After a transient evolution, a Taylor state may be attained where

$$(5) \quad \forall s_0, \quad \int_{-z_1}^{z_1} (j \wedge B)_\varphi dz = 0$$

Such "strong-field" solutions have finite amplitude in the limit of small Rossby number. On the other hand, when (5) is not obeyed, (4) states that the strength of the magnetic field solution is limited by the small value of Ro . Use of (4) is not standard procedure. In an earlier paper (Jault, 1995), viscous friction (introduced as a modification of (3)) had been kept. As the dynamo number D was increased above its critical value, viscously limited solutions were obtained and compared well with previously published ones (Hollerbach *et al.*, 1992). Above a second critical value of D , bifurcation to a second branch was demonstrated. Discussion of that branch was deferred to the present paper. The strong-field solutions depend neither on viscosity nor on Ro and obey (5). Furthermore, the solutions obtained either in the limit of small viscosity or in the limit of small Rossby number are nearly identical, even if these limits are mathematically singular (Jault, 1995). They are periodic as long as D is not too high and show no symmetry about the equator. The latter feature indeed helps to satisfy (5). The zonal field B_ϕ (fig. 1) vanishes at the boundary (CMB) with the insulating mantle. Intense electrical currents $j = -\partial B_\phi / \partial r \hat{\theta}$ flow in the region beneath the CMB where B_ϕ changes rapidly and large magnetic forces $(j \wedge B)_\phi$ arise as a consequence. In the interior, magnetic forces are weaker. Thus, condition (5) is not obeyed separately in each hemisphere. Instead, the actions of the magnetic forces in the Northern and Southern regions balance each other. Since

$$(6) \quad 2 u_s = (j \wedge B)_\varphi - \text{Ro } s \frac{\partial \omega_G}{\partial t}$$

the radial flow u also is concentrated in the outer layers and an interior flow, uniform in the z direction, $u(s)\hat{z}$ arises to feed one layer from the other. Finally, pure dipole- as assumed in previous studies- and pure quadrupole symmetries of the field are penalized

because they would make the magnetic force $(j \wedge B)_\varphi$ symmetrical about the equator, and the flow across the equatorial plane zero.

The model is then modified to incorporate a finitely conducting inner core free to rotate about its axis. At each time-step, magnetic induction at the inner core surface $r = b/a$ and the electromagnetic torque acting on the inner core are calculated. For $s \leq b/a$, (4) is replaced by two separate expressions valid for each hemisphere. Thus, a possible jump in ω_c at $s = b/a$ has to be taken into account. Then, from (2) and (6), we infer also jumps in $\partial B_\varphi / \partial s$ and u_z . Finally, Ohm's law, together with $\nabla \cdot u = 0$, states that a current sheet arises that makes the z -component of the meridional field discontinuous. Only finite-difference methods can be employed. Nodes of the cylindrical and spherical grids coincide on the tangent cylinder so that the equations for the discontinuities can be enforced. Our solutions for $\alpha\omega$ models with inner core cannot be compared to previously published ones (Hollerbach and Jones, 1993 *a*, 1995) that were calculated keeping viscous forces in the body of the core and were far away from the asymptotic limit of vanishing viscosity.

Figure 2 sums up the results. Magnetic field generation becomes more and more difficult as the inner core radius increases. Indeed, for $s \leq b/a$, action of the magnetic forces $(j \wedge B)_\varphi$ in the Northern and Southern outer layers do not cancel out any longer, and flow across the equatorial plane is suppressed (fig. 3). It turns out that finite amplitude solutions in the asymptotic limit of small Rossby number are found out only for small values of the inner core radius. As the inner core radius is increased above $b/a = 0.35$, the solution scales with $Ro^{1/2}$. Finally, when strong-field solutions are obtained, in the shell, they are similar to full sphere solutions, and the jump in ω_c at $s = b/a$ is very small.

Discussing the part played by the different ingredients of a dynamo model (e.g. the inner core) may appear premature. This study relies on a numerical model with limited scope. However, the suppressing role attributed here to the inner role stems from (5), when there are large gradients in the magnetic field close to the CMB, which is likely in solutions with time constant short compared to the magnetic diffusion time. Also, a few tests seem to indicate that mixed parity is a general feature of inviscid solutions for spherical $\alpha\omega$ models.

INTRODUCTION

Les modèles à grande échelle du champ magnétique et de la dynamique des noyaux planétaires devront inclure à terme une paramétrisation de la turbulence à petite échelle, dans un fluide en rotation rapide, baigné par un champ magnétique de grande échelle. Faute de cette séparation d'échelles, les termes visqueux (et de conduction de chaleur) jouent un grand rôle dans les modèles 3D actuels, même à grande échelle (Glatzmaier et Roberts, 1995 *a*, *b*). Cependant, des modèles simplifiés peuvent nous éclairer sur le jeu entre dynamique et induction de champ magnétique, quand la diffusion du champ magnétique domine les autres effets dissipatifs, comme c'est le cas dans le noyau de la Terre. Les modèles $\alpha\omega$, à symétrie de révolution, sont basés sur une

paramétrisation, malheureusement arbitraire, des termes d'induction asymétriques par un effet moyen dit effet α . Leur solution, dans le régime où la viscosité ne joue plus aucun rôle, n'avait été discutée que pour le modèle très particulier de Braginsky (Jault, 1995). La présente étude débute par une discussion des solutions obtenues dans le régime non visqueux, pour un cas plus générique et une sphère pleine. Le champ magnétique obéit à la condition de Taylor, selon laquelle la résultante des forces magnétiques sur chaque cylindre géostrophique est nulle. Dans une deuxième partie, on étudie ces solutions en présence d'une graine.

La graine n'occupe que 4 % du volume du noyau terrestre, et il a été longtemps admis qu'elle n'influaît guère sur l'induction de champ magnétique (Braginsky, 1989).

Mais cet *a priori* a été remis en cause par plusieurs études récentes (Hollerbach et Jones, 1993 *a, b*, 1995), d'ailleurs fondées aussi sur des modèles $\alpha\omega$ (ou α^2). L'effet de la graine s'explique par la rotation rapide du noyau qui tend à rigidifier les mouvements dans la direction parallèle à l'axe de rotation (théorème de Proudman-Taylor). Ainsi, la graine influe-t-elle sur l'ensemble du volume compris à l'intérieur du cylindre s'appuyant sur son bord extérieur. En fait, d'après notre modèle, le rôle de la graine pourrait être encore plus crucial, puisqu'il y a une valeur critique de son rayon au-delà de laquelle nous ne trouvons aucune solution lorsque, ni les termes visqueux, ni les termes d'inertie ne viennent atténuer la rigueur de la condition de Taylor.

SOLUTION, POUR UNE SPHÈRE PLEINE, DANS LA LIMITE ASYMPTOTIQUE DES FAIBLES NOMBRES DE ROSSBY

Nous simplifions les équations de quantité de mouvement et d'induction sous la forme

$$(1) \quad \left(\text{Ro } s \frac{\partial \omega_G(s)}{\partial t} \hat{\varphi} + 2 \hat{z} \wedge u \right) = -\nabla p + j \wedge B + A \hat{r}$$

$$(2) \quad \frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \wedge (u \wedge B) + \nabla^2 B + \nabla \wedge (\alpha B_\varphi \hat{\varphi})$$

$$(3) \quad r = 1, \quad u \cdot \hat{r} = 0$$

(r, θ, φ) et (s, φ, z) dénotent respectivement les coordonnées sphériques et cylindriques. $\hat{\varphi}, \hat{z}$, et \hat{r} sont des vecteurs unitaires. Le rayon du noyau a sera pris pour unité de longueur. L'unité de vitesse sera $u = (a\mu\sigma)^{1/2}$, où σ est la conductivité électrique, et μ la perméabilité magnétique, tandis que l'unité de champ magnétique B est $(\rho\Omega/\sigma)^{1/2}$, où ρ et $\Omega\hat{z}$ dénotent respectivement la densité et le vecteur taux de rotation. $j = \nabla \wedge B$ est le vecteur densité de courant électrique. Enfin, $\text{Ro} = (1/\mu\sigma\Omega a^2) \ll 1$ est le nombre de Rossby, et $s\omega_G(s)\hat{\varphi}$ la vitesse géostrophique. La partie de la vitesse zonale ω qui est imposée peut s'interpréter comme un vent thermique asso-

cié à la poussée d'Archimède $A\hat{r}$. Nous choisissons comme effets α et ω :

$$\alpha = \alpha_0 \cos \theta, \quad \omega = \omega_0 (1 - r), \\ A = -\omega_0 r^2 \sin^2 \theta, \quad D = \alpha_0 \omega_0$$

Le nombre dynamo D sera notre paramètre de contrôle. ω_G sera calculée en intégrant dans le temps l'équation

$$(4) \quad \begin{cases} \forall s_0, \\ 2z_1 \text{Ro } s_0 \frac{\partial \omega_G(s)}{\partial t} \\ = \int_{-z_1}^{z_1} (j \wedge B)_\varphi dz \end{cases}$$

où $2z_1$ dénote la hauteur du cylindre géostrophique ($(s_0^2 + z_1^2) = 1$). La vitesse géostrophique ainsi obtenue est ajoutée au reste du mouvement, directement calculé à partir de (1). La vitesse totale u est alors reportée dans (2), que l'on décompose en deux équations scalaires, l'une pour B_φ , et l'autre pour le scalaire poloïdal $\psi (B = \nabla \wedge ((\psi/s)\hat{\varphi}))$. Ces deux équations sont intégrées dans le temps, jusqu'à l'obtention d'un régime permanent. Deux approches, consistant respectivement à projeter la solution sur une grille ou sur une base de fonctions (avec des coefficients dépendant du rayon), ont abouti aux mêmes résultats. La solution sera l'amplitude finie dans la limite asymptotique des faibles nombres de Rossby, si elle tend à satisfaire la condition de Taylor.

$$(5) \quad \forall s_0, \quad \int_{-z_1}^{z_1} (j \wedge B)_\varphi dz = 0$$

Si non, l'amplitude du champ varie comme $\text{Ro}^{1/2}$ dans la limite asymptotique. D'ailleurs, sans le terme géostrophique, l'existence d'une solution, pour B donné, de l'équation (1) ne serait pas assurée. Une façon plus classique de garantir l'existence d'une solution consiste à modifier (3) pour tenir compte du flux de matière pénétrant dans la couche limite visqueuse. En étudiant ainsi ce même modèle $\alpha\omega$, nous avons (Jault, 1995) reproduit les solutions connues (Hollerbach *et al.*, 1992) d'amplitude limitée par la viscosité, et présentant une symétrie par rapport à

l'équateur, puis mis en évidence une bifurcation vers une branche indépendante de la viscosité, sans aucune parité, dont nous avons reporté la discussion jusqu'au présent Compte rendu. Parce que (5) est satisfaite, les solutions obtenues respectivement dans la limite des petites viscosités et des faibles nombres de Rossby sont très proches les unes des autres, en dépit de la singularité de ces limites. Tant que D n'est pas trop élevé, ces solutions restent périodiques. Leur géométrie s'interprète en grande partie à l'aide de (5). En effet, puisque le champ zonal B_φ change rapidement pour venir s'annuler à la frontière avec le manteau (FNM), les courants électriques $j = -\partial B_\varphi / \partial r \hat{\theta}$ et les forces magnétiques $(j \wedge B)$ sont particulièrement intenses près de cette surface (fig. 1). Ces forces étant plus faibles dans l'intérieur du noyau, (5) n'est pas satisfaite séparément dans chaque hémisphère. Au contraire, pour chaque cylindre géostrophique, l'action exercée par les forces magnétiques dans la couche externe nord est compensée par une action opposée près de la frontière sud avec le manteau. L'équation

$$(6) \quad 2u_s = (j \wedge B)_\varphi - \text{Ro} s \frac{\partial w_G}{\partial t}$$

nous permet de redire le même scénario en termes de mouvement et de conservation de

la masse. Le flot centripète ou centrifuge u_s est lui aussi concentré dans les couches externes. Dans le corps du noyau, un mouvement parallèle à l'axe permet un transport de matière d'une couche à l'autre. Enfin, pour que $(j \wedge B)_\varphi$ et u_s ne soient pas symétriques par rapport à l'équateur, et qu'il y ait mouvement entre les deux hémisphères, il faut que la solution présente un mélange des parités dipôle et quadripôle, qui n'était pas permis dans les études antérieures de ce modèle.

Des mouvements et des courants électriques forts, près de la frontière, caractérisaient aussi la solution non visqueuse d'un modèle analogue en géométrie plane (Abdel-Aziz et Jones, 1988) ; contrairement au cas sphérique, une solution symétrique à champ fort avait pu être calculée. Notons aussi, comme nous l'a fait remarquer le Prof. C.A. Jones, que les forces magnétiques associées aux composantes non zonales du champ, négligées par construction ici, pourraient aider à satisfaire (5), y compris de façon indépendante dans chaque hémisphère.

SOLUTION EN PRÉSENCE D'UNE GRAINE SOLIDE CONDUCTRICE

Dans notre modèle, la graine, de même conductivité et densité que le noyau liquide,

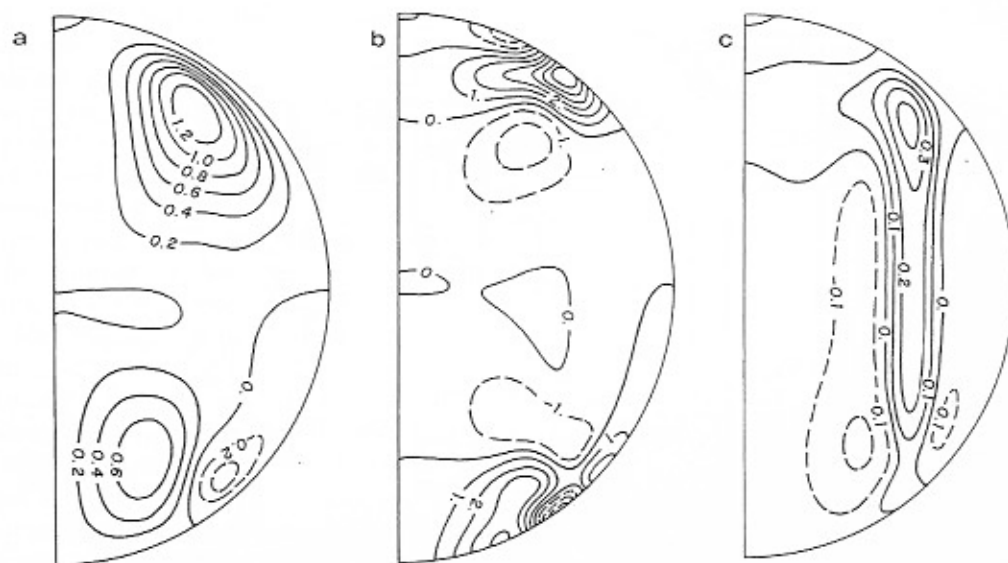
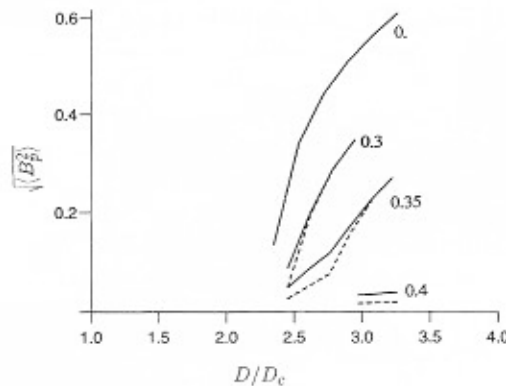


Fig. 1 Solution pour une sphère pleine à un moment du cycle choisi au hasard : a) contours d'égale intensité du champ zonal B_φ ; b) intensité de la composante azimutale des forces magnétiques $(j \wedge B)_\varphi$; c) lignes de courant, dans un plan méridien, du champ de vitesse. L'axe de rotation est vertical. $D/D_c = 2,895$.

"Snapshot" of the solution in a full sphere: a) contours of equal strength of the zonal field B_φ ; b) strength of the magnetic forces $(j \wedge B)_\varphi$; c) streamlines of the meridional flow. The axis of rotation is vertical. $D/D_c = 2.895$.

Fig. 2 Valeur quadratique moyenne de l'intensité de la projection du champ magnétique dans un plan méridien $\sqrt{\langle B_p^2 \rangle}$ en fonction du nombre dynamo D , mis à l'échelle par sa valeur critique D_c , pour différentes valeurs du rapport b/a entre les rayons de la graine et du noyau. Trait continu $Ro = 5 \cdot 10^{-8}$, trait pointillé $Ro = 2 \cdot 10^{-7}$.



Strength of the meridional field $\sqrt{\langle B_p^2 \rangle}$ as a function of the dynamo number D , scaled by its critical value D_c , for different values of the ratio b/a of inner to outer core radius. Full line $Ro = 5 \cdot 10^{-8}$, broken line $Ro = 2 \cdot 10^{-7}$.

est libre de tourner autour de son axe. Sa vitesse de rotation ω_{GR} évolue en réponse au couple électromagnétique s'exerçant sur elle

$$\begin{aligned} Ro \frac{\partial \omega_{GR}}{\partial t} &= \frac{15}{4(b/a)^2} \\ &\times \int \int B_r(b, \theta) B_\varphi(b, \theta) \sin^2 \theta d\theta \end{aligned}$$

Parce qu'il y a discontinuité du champ de vitesse à l'interface graine-noyau liquide ($r = b/a$), une nappe de courant à la surface de la graine provoque une discontinuité du gradient de B_φ . Pour la calculer, on écrit la continuité de la composante E_θ du champ électrique

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial B_\varphi}{\partial r} \right] &= \left(\frac{\partial B_\varphi}{\partial r} \Big|_{(b/a)^+} - \frac{\partial B_\varphi}{\partial r} \Big|_{(b/a)^-} \right) \\ &= -s(\omega(b, \theta) - \omega_{GR}) B_r \\ &= -\frac{1}{r}(\omega - \omega_{GR}) \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \end{aligned}$$

où $\omega(b, \theta)$ est la vitesse zonale totale du fluide à la surface de la graine. Par contre, ψ comme $\partial \psi / \partial r$ sont continus et la discontinuité de l'effet α n'a aucune conséquence. A l'intérieur du cylindre tangent à la graine, (4) est remplacé respectivement par

$$\left\{ \begin{aligned} Ro s \frac{\partial \omega_G}{\partial t} &= \frac{\forall s_0, 1}{\sqrt{1-s_0^2} - \sqrt{(b/a)^2 - s_0^2}} \\ &\times \int_{\sqrt{(b/a)^2 - s_0^2}}^{\sqrt{1-s_0^2}} (j \wedge B)_\varphi dz \end{aligned} \right.$$

dans l'hémisphère Nord et par une expression similaire dans l'hémisphère Sud. Il y a donc discontinuité de ω_G en $s = b/a$. L'équation (6) montre qu'alors u_z et, par conséquent, le champ de vitesse méridional u_p présentent également des discontinuités. Ces sauts de vitesse impliquent la présence d'une nappe de courants sur le cylindre tangent et donc de discontinuités de B_z et des gradients de ψ et B_φ .

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial B_\varphi}{\partial s} \right] &= -s B_s [\omega_G] = \frac{\partial \psi}{\partial z} [\omega_G] \\ \left[\frac{\partial \psi}{\partial s} \right] &= s [B_z] = -B_s [\chi] \end{aligned}$$

où $u_p = \nabla \wedge ((\chi/s)\hat{\phi})$. On travaille en différences finies, avec des grilles cylindrique et sphérique, qui coïncident sur le cylindre tangent pour pouvoir décrire les discontinuités, ce qui complique beaucoup l'étude numérique. Avant de résumer les résultats, remarquons qu'ils ne peuvent être comparés aux études antérieures sur le rôle de la graine, jusqu'ici très éloignées de la limite asymptotique des faibles viscosités, car conservant un terme visqueux dans l'ensemble du noyau (Hollerbach et Jones, 1993 a, 1995).

La figure 2 montre qu'il est de plus en plus difficile d'obtenir des solutions d'amplitude finie dans la limite des petits Ro , au fur et à mesure que b/a augmente. Cela devient même impossible au-delà de $b/a = 0,35$ (valeur correspondant au rayon actuel de la graine). En-deçà de cette valeur, les solutions obtenues (fig. 3) sont très proches de celles qui ont été décrites pour une sphère pleine. Il n'y a pas de discontinuités de ω_G à la traversée du cylindre tangent, et la vitesse différentielle zonale à la surface de la graine reste d'amplitude faible, le couple s'exerçant sur la graine s'efforçant de la minimiser. Essayons maintenant d'interpréter l'absence de solutions pour $b/a > 0,35$. A l'intérieur du cylindre tangent, les forces magnétiques agissant sur les cylindres géostrophiques respectivement dans les hémisphères Nord et Sud ne peu-

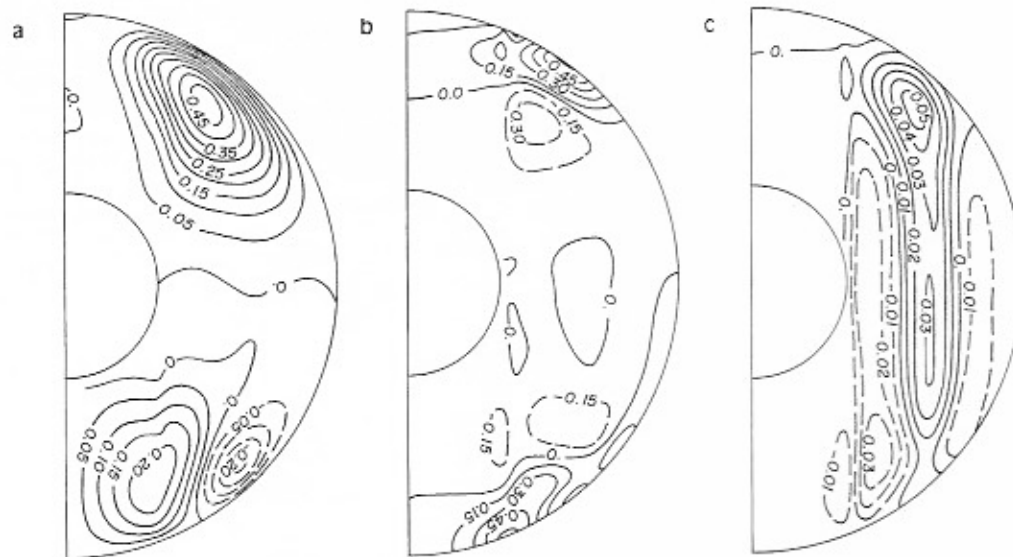


Fig. 3 Comme la figure 1, mais en présence d'une graine ($b/a = 0,35$). $D/D_c = 2,914$.

Same as figure 1 in a shell ($b/a = 0,35$). $D/D_c = 2,914$.

vent pas se compenser et la condition (5) doit être satisfaite d'une autre façon. En fait, la figure 3 montre que le champ magnétique est peu intense dans cette zone, de façon à ce que les forces magnétiques y soient faibles. Par conséquent (voir (6)), il n'y a presque pas de mouvements dans le plan méridien, pour $s < b/a$. La zone inerte croît avec le rayon de la graine b/a , ce qui pourrait expliquer l'existence d'une valeur critique pour b/a . Enfin, on peut se demander, à titre d'exercice, si, en présence d'une graine isolante, des courants électriques forts et des forces magnétiques s'opposant à celles qui s'exercent près de la FNM se développent près de la surface de la graine. En fait, les solutions obtenues avec une graine conductrice ou isolante sont très proches, probablement parce qu'un changement brutal de géométrie à la traversée du cylindre tangent impliquerait une trop forte dissipation.

CONCLUSION

Il est peut être prématuré de discuter aujourd'hui le rôle d'un ingrédient particulier, comme la graine, des modèles de Géodynamo, d'autant plus que les modèles $\alpha\omega$, étudiés ici, restent très arbitraires. Néanmoins, notre argumentation repose sur la condition de Taylor (5), de portée générale, et sur l'existence de forts gradients de champ près de la FNM, caractéristique vraisemblable de toute solution rapidement variable. On s'attend en effet à ce que de telles solutions incluent une couche limite diffusive dont l'épaisseur varierait comme la racine carrée de la fréquence. Par ailleurs, nous avons retrouvé l'absence de parité pour les solutions dans une sphère pleine, pour d'autres modèles $\alpha\omega$ que celui étudié en détail ici. Nos remarques sur le rôle de la graine dépassent donc peut-être le cadre étroit du modèle $\alpha\omega$ présenté ici.

ABDEL-AZIZ, M.M. et JONES, C.A., 1988. $\alpha\omega$ -dynamos and Taylor's constraint, *Geophys. astrophys. Fluid dyn.*, 44, p. 117-139.

BRAGINSKY, S.I., 1989. The Z-model of the Geodynamo with an inner core and the oscillations of the Geomagnetic dipole, *Geomagnetism and aeronomy*, 29, p. 98-103.

GLATZMAIER, G.A. et ROBERTS, P.H., 1995. A three-dimensional convective dynamo solution with rotating and finitely conducting inner core and mantle, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 91, p. 63-75.

GLATZMAIER, G.A. et ROBERTS, P.H., 1995. A three-dimensional self-consistent computer simulation of a geomagnetic field reversal, *Nature*, 377, p. 203-208.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- HOLLERBACH, R., BARENGHI, C.A. et JONES, C.F., 1992. Taylor's constraint in a spherical $\alpha\omega$ dynamo, *Geophys. astrophys. Fluid dyn.*, 67, p. 3-25.
- HOLLERBACH, R. et JONES, C.A., 1993. Influence of the Earth's inner core on geomagnetic fluctuations and reversals, *Nature*, 365, p. 541-543.
- HOLLERBACH, R. et JONES, C.A., 1993. A geodynamo model incorporating a finitely conducting inner core, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 75, p. 317-327.
- HOLLERBACH, R. et JONES, C.A., 1995. On the magnetically stabilizing role of the Earth's inner core, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 87, p. 171-181.
- JAULT, D., 1995. Model Z by computation and Taylor's condition, *Geophys. astrophys. Fluid dyn.*, 79, p. 99-124.
-