



POLYTECH[®]
GRENOBLE

Spécialité GEOTECHNIQUE GENIE CIVIL
4ème année

MECANIQUE DES ROCHES

Parties 3, 4 et 5

3. Notions de rhéologie

4. Comportement mécanique du matériau rocheux, des joints et du massif

5. Contraintes naturelles, déformations et ruptures dans la croûte terrestre

D. HANTZ
Année 2017-2018

Cours de mécanique des roches

Objectifs, compétences visées

L'objectif du cours est d'acquérir les connaissances de base nécessaires pour pouvoir ensuite étudier les méthodes d'analyse du comportement mécanique des massifs rocheux continus ou discontinus, à différentes échelles spatiales et temporelles. A l'issue du cours les élèves doivent être capables de décrire la structure du massif rocheux et du matériau rocheux, et de déterminer leurs propriétés mécaniques.

Pré-requis

Bases de mécanique des milieux continus, notions de géologie.

Plan du cours

1. Description structurale des massifs rocheux
2. Description et propriétés physiques du matériau rocheux
3. Notions de rhéologie
4. Comportement mécanique
 - 4.1. Comportement à court terme du matériau rocheux
 - 4.2. Comportement à long terme du matériau rocheux (fluage)
 - 4.3. Comportement des discontinuités
 - 4.4. Comportement du massif
5. Contraintes naturelles, déformations et ruptures dans la croûte terrestre

Bibliographie

CFMR (Comité Français de Mécanique des Roches). Manuel de mécanique des roches, tome 1: Fondements, 265 pages, Les Presses de l'Ecole des Mines, Paris, 2000.

VULLIET L., LALOUI L., ZHAO J. Mécanique des sols et des roches, 603 pages, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2016.

FRANKLIN J.A. et DUSSEAULT M.B. Rock Engineering, 600 pages, McGraw-Hill, 1989.

GOODMAN R.E. Introduction to Rock Mechanics, 562 pages, Wiley, 1989.

Norme NF EN ISO 14689-1 : Dénomination, description et classification des roches.

A télécharger gratuitement

Recommandation AFTES (Association Française des Travaux en Souterrain). Caractérisation des massifs rocheux utile à l'étude et à la réalisation des ouvrages souterrains. http://www.aftes.asso.fr/publications_recommandations.html

HOEK E. Practical Rock Engineering.
http://www.rocscience.com/education/hoek_corner

Partie 3

MODELES RHEOLOGIQUES

1. MODELES RHEOLOGIQUES UNIDIMENSIONNELS

Ces modèles sont utilisés en rhéologie pour définir les types fondamentaux de comportement. Ils sont symbolisés par des objets simples (ressort, amortisseur, ...). Chaque modèle élémentaire est défini par une relation scalaire entre une force (τ) et une déformation (γ). Ces modèles peuvent être généralisés en 3 dimensions par des relations entre les tenseurs des contraintes et des déformations.

1.1 - Modèles élémentaires

Remarque : les modèles élémentaires sont supposés de masse négligeable.

- Solide élastique (de Hook): $\tau = G \gamma$ (comportement instantané et réversible)

L'état de repos est toujours possible, quel que soit τ (la réaction est toujours suffisante pour équilibrer le chargement).

- Fluide visqueux (de Newton): $\tau = \eta \dot{\gamma}$

L'état de repos n'est possible que si $\tau = 0$, sinon il y a mouvement uniforme (comportement fluide). Là encore, la réaction est toujours suffisante pour équilibrer le chargement

- Solide plastique (de Saint-Venant): si $\tau < K$, $\dot{\gamma} = 0$

Si $\tau > K$, il y a déséquilibre. Selon la seconde loi de Newton, on a un mouvement uniformément accéléré. Si l'on veut contrôler la vitesse une fois le mouvement amorcé (pour obtenir un mouvement uniforme), il faut $\tau = K$. La déformation est irréversible. Si $\tau = K$ sans avoir antérieurement dépassé K , il y a équilibre limite.

- Solide fragile (de Griffith): si $\tau < R$, $\dot{\gamma} = 0$

Si $\tau > R$, il y a déséquilibre avec mouvement uniformément accéléré comme précédemment. Mais il ne suffit pas de ramener τ à la valeur R pour contrôler le mouvement, car la résistance R diminue brutalement au moment de la rupture.

- Solide plastique radoucissant : ce cas est intermédiaire entre le solide plastique parfait et le solide fragile.

Après la rupture, la résistance diminue progressivement avec la déformation.

Exercice :

Réponse en fluage ($\tau = \tau_0$ à $t=0$). La masse des différents modèles est supposée négligeable.

Réponse en relaxation : γ augmente de 0 à γ_0 en un temps T_0 (vitesse $\dot{\gamma}'_1$ puis $\dot{\gamma}'_2 > \dot{\gamma}'_1$), reste constant jusqu'à T_1 , puis diminue à nouveau jusqu'à 0.

Saint-Venant : force égale à K . En réalité, pour une masse non nulle, il faut appliquer une force quelconque supérieure à K , jusqu'à atteindre la vitesse souhaitée.

1.2 - Modèles composés

Principe

Modèles en parallèle : les forces s'ajoutent (les contraintes pour les modèles 3D).

Modèles en série : les déformations s'ajoutent ($\delta L/L = \delta L_1/L + \delta L_2/L$).

Remarque : il y a un seul corps réel (de longueur L), dont le modèle de comportement est représenté symboliquement par deux modèles en série.

1.2.1. Fluide viscoélastique (de Maxwell) : V-E

$$\gamma = \gamma_e + \gamma_v$$

$$\tau = \tau_e = \tau_v$$

$$\tau_e = G \gamma_e$$

$$\tau_v = \eta \dot{\gamma}_v$$

Condition limite appliquée : $\tau(t)$ ou $\gamma(t)$

Système de 5 équations à 5 fonctions inconnues ($\gamma_e, \gamma_v, \tau_e, \tau_v, \tau$ ou γ)

La résolution donne la loi de comportement du corps de Maxwell :

$$\dot{\gamma}' = \tau'/G + \tau/\eta$$

Exercice : réponse en fluage

1.2.2. Solide viscoélastique (de Kelvin) : V/E

$$\tau = \tau_e + \tau_v$$

$$\gamma = \gamma_e = \gamma_v$$

$$\tau_e = G \gamma_e$$

$$\tau_v = \eta \dot{\gamma}_v$$

La loi de comportement du corps de Kelvin est donc :

$$\tau = G \gamma + \eta \dot{\gamma}'$$

Exercice : réponse en fluage

1.2.3. Fluide viscoélastique de Burgers : (V/E)-V-E

1.2.4. Corps viscoplastique de Bingham : V/P

Exercice : réponse en fluage

1.2.5. Solides élastofragile et élastoplastique: E-F, E-P, E-(F/P)

Exercice : réponse au fluage et au chargement à vitesse de déformation constante.

2. MODELES DE MILIEUX CONTINUS (3D)

Rappel : décomposition des tenseurs (contraintes et déformations) en tenseurs isotropes et déviateurs

2.1. Comportement élastique

2.1.1. Comportement élastique linéaire isotrope (loi de Hook généralisée)

Relation entre les déviateurs

$$s_{ij} = 2G e_{ij}$$

$$s_m = 3K e_m$$

s_{ij} et e_{ij} : composantes des tenseurs déviateurs des contraintes et des déformations

s_m : contrainte moyenne

e_m : déformation moyenne

Relation entre les tenseurs des contraintes (σ_{ij}) et des déformations (ε_{ij})

Exercice : calculer les déformations pour un chargement uniaxial (essai de compression simple) et un chargement isotrope.

2.1.2. Comportement élastique linéaire anisotrope

Voir diapos

2.2. Comportement visqueux

2.2.1. Comportement visqueux linéaire

$$s_{ij} = 2\eta\dot{e}_{ij}$$

$$\dot{e}_m = 0$$

s_{ij} et e_{ij} : composantes des tenseurs déviateurs des contraintes et des déformations

e_m : déformation moyenne

La seconde équation exprime que le fluage se produit à volume constant.

Exercice : calculer les déformations pour un chargement uniaxial

2.2.2. Comportement visqueux non linéaires

Jusqu'ici, nous avons décrit des lois linéaires, qui ont l'avantage de permettre de calculer relativement simplement les contraintes et les déplacements. Mais le comportement fluide de la plupart des matériaux géologiques est régi par des lois non linéaires, de type Norton-Hoff, qui peuvent être illustrées par l'expression de la vitesse de déformation visqueuse en compression uniaxiale :

$$\dot{\epsilon} = \left(Ae^{-\frac{Q}{RT}} \right) \sigma^n$$

Q est une énergie d'activation ($\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}$) ; $R=8,314$ ($\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) ; T est la température (K) ; A est une constante ($\text{Mpa}^{-n}\cdot\text{s}^{-1}$).

Pour des sels, sous une contrainte comprise entre 5 et 15 Mpa et à une température comprise entre 300 et 400 K, n varie entre 3 et 6, Q/R entre 5 000 et 10 000 K, et A entre 1 et 10^5 $\text{Mpa}^{-n}\cdot\text{an}^{-1}$.

Pour la glace, sous faible contrainte et à une température comprise entre -40°C et -3°C , n = 3, Q/R = 7300 K et A = $8,8\cdot 10^5$ $\text{Mpa}^{-3}\cdot\text{s}^{-1}$.

2.3. Comportement viscoélastique de Kelvin

$$s_{ij} = 2Ge_{ij} + 2\eta\dot{e}_{ij}$$

$$s_m = 3Ke_m$$

s_m et e_m : contrainte et déformation moyennes

$K = E / 3(1-2\nu)$: module de compressibilité

2.4. Comportement viscoélastique de Maxwell

$$\dot{e}_{ij} = \frac{\dot{s}_{ij}}{2G} + \frac{s_{ij}}{2\eta}$$

$$s_m = 3Ke_m$$

La déformation visqueuse, qui se superpose à la déformation élastique, se produit à volume constant.

2.5. Comportement plastique

2.5.1. Critère de Tresca

Historiquement, **Tresca** a proposé en 1864 le premier critère de plasticité sur la base de son observation selon laquelle les déformations plastiques apparaissent en général suite à un glissement du réseau cristallin dû à une sollicitation par cisaillement.

D'après ce critère, le matériau passe d'un état de déformation élastique à un état plastique quand la contrainte de cisaillement maximale (t_{\max}) atteint une valeur critique, indépendamment de l'état de contraintes.

Dans un cas général, le critère peut être écrit de la manière suivante :

$$\max\{ |\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1| \} = \sigma_0$$

où $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ correspondent aux contraintes principales.

Dans un état de contraintes planes ($\sigma_3 = 0$) l'équation ci-dessus devient :

$$\begin{aligned} \sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_0 = 2k, & \quad \text{si } \sigma_1 > \sigma_2 \\ \sigma_2 - \sigma_1 = \sigma_0 = 2k, & \quad \text{si } \sigma_2 > \sigma_1 \end{aligned}$$

2.5.2. Critère de von Mises

Le critère de **von Mises** est basé sur l'observation selon laquelle une pression hydrostatique ne peut pas provoquer la déformation plastique d'un matériau. De ce fait, on peut en conclure naturellement que seule l'énergie de distorsion influence la transition d'un état élastique à un état plastique. Ce critère peut être formulé de la manière suivante : le matériau passe d'un état élastique à un état plastique quand l'énergie élastique de distorsion atteint une valeur critique, indépendamment du type de l'état de contraintes. Le critère peut être exprimé de la manière suivante :

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_0^2$$

2.5.3. Critère de Mohr-Coulomb

Voir les diapos

2.5.4. Critère de Drucker-Prager

Voir les diapos


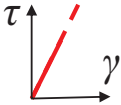

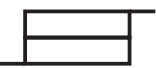
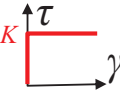



DIAPPOSITIVES ILLUSTRANT LE COURS DE
MECANIQUE DES ROCHES

Partie 3
MODELES RHEOLOGIQUES

D. HANTZ
2014

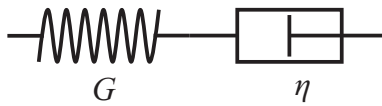
1.1. MODELES RHEOLOGIQUES 1D ELEMENTAIRES

Modèle	Symbole	Réponse à l'application d'une force τ	Remarques
élastique (Hook)		$\tau = G\gamma$ 	Déformation instantanée, réversible (disparaît si la force disparaît)
visqueux (Newton)		$\tau = \eta\dot{\gamma}$	Déformation progressive, permanente (subsiste si la force disparaît)
rigide- plastique (Saint- Venant)		$\tau < K \Rightarrow \gamma = 0$ $\tau > K \Rightarrow$ Déséquilibre 	Déformation accélérée si $\tau > K$, contrôlée si $\tau = K$ (subsiste si la force disparaît)
rigide- fragile (Griffith)		$\tau < R \Rightarrow \gamma = 0$ $\tau > R \Rightarrow$ Rupture	Rupture instantanée, irréversible, comportement différent si une nouvelle force est appliquée ($R = 0$)

τ : force γ : déformation

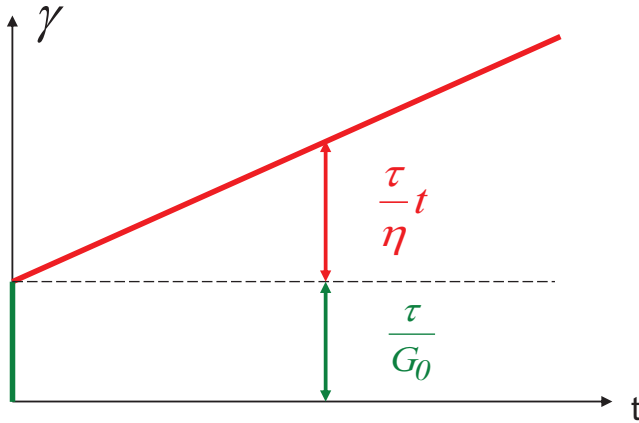
1.2. MODELES RHEOLOGIQUES 1D COMPOSES

Fluide visco-élastique de Maxwell (Hook + Newton)



$$\dot{\gamma} = \frac{\dot{\tau}}{G} + \frac{\tau}{\eta}$$

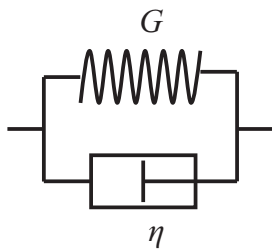
Réponse au fluage



$$\gamma(t) = \frac{\tau}{G} + \frac{\tau}{\eta}t$$

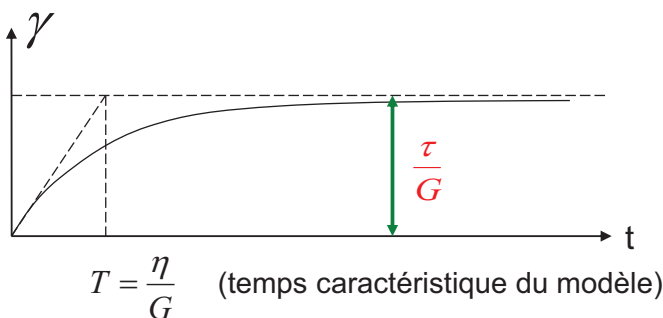
1.2. MODELES RHEOLOGIQUES 1D COMPOSES

Solide visco-élastique de Kelvin (Hook / Newton)



$$\tau = G\gamma + \eta\dot{\gamma}$$

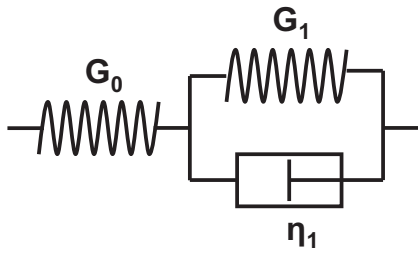
Réponse au fluage



$$\gamma(t) = \frac{\tau}{G} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \right]$$

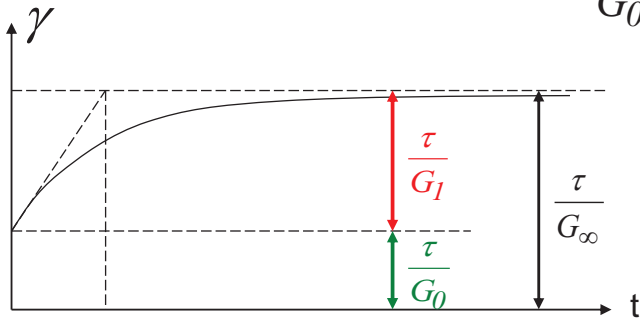
1.2. MODELES RHEOLOGIQUES 1D COMPOSES

Solide élastique avec élasticité différée (Hook + Kelvin)



Réponse au fluage (1D)

$$\gamma(t) = \frac{\tau}{G_0} + \frac{\tau}{G_1} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) \right]$$

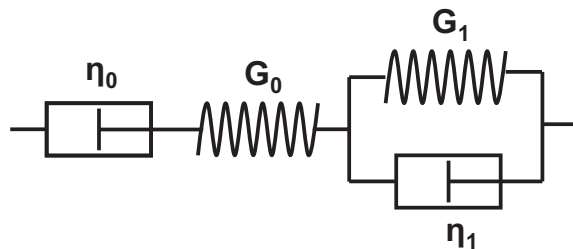


$$\frac{1}{G_\infty} = \frac{1}{G_0} + \frac{1}{G_1}$$

$$T_1 = \frac{\eta_1}{G_1} \quad (\text{temps caractéristique du modèle})$$

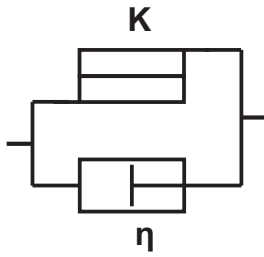
1.2. MODELES RHEOLOGIQUES 1D COMPOSES

Fluide visco-élastique de Burgers (Maxwell + Kelvin)



1.2. MODELES RHEOLOGIQUES 1D COMPOSES

Modèle visco-plastique (Bingham)



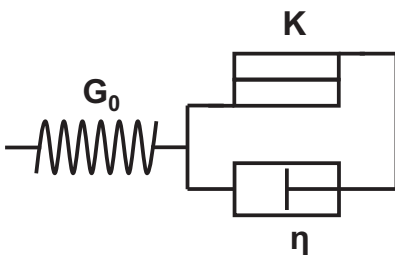
Rigide si $\tau < K$

Visqueux si $\tau > K$

avec $\tau - K = \eta \dot{\gamma}$

1.2. MODELES RHEOLOGIQUES 1D COMPOSES

Modèle élasto-visco-plastique (Hook + Bingham)



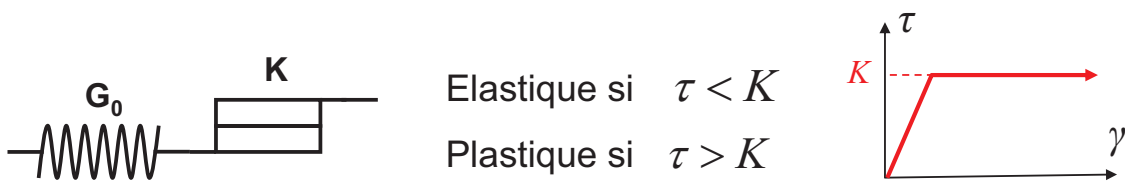
Elastique si $\tau < K$

Visco-élastique si $\tau > K$

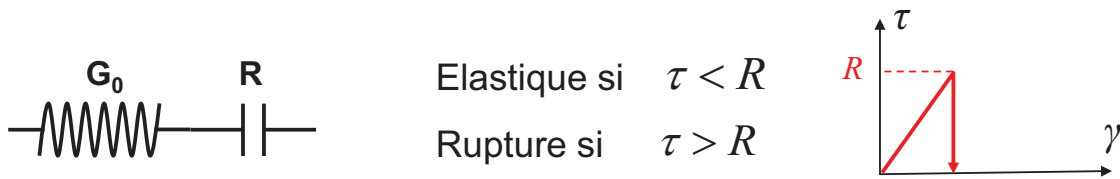
avec $\tau - K = \eta \dot{\gamma}$

1.2. MODELES RHEOLOGIQUES 1D COMPOSES

Modèle élasto-plastique (Hook + Saint-Venant)



Modèle élasto-fragile (Hook + Griffith)



2. MODELES RHEOLOGIQUES DE MILIEUX CONTINUS

Conventions de signe

Contraintes

Compressions positives, tractions négatives (convention classique en géomécanique)

Déformations

Contractions positives, dilatations négatives

2. MODELES RHEOLOGIQUES DE MILIEUX CONTINUS

Rappel : décomposition du tenseur des contraintes en un **tenseur sphérique** et un **tenseur déviatorique**

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_m & 0 & 0 \\ 0 & s_m & 0 \\ 0 & 0 & s_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_{xx} & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{xy} & s_{yy} & s_{yz} \\ s_{xz} & s_{yz} & s_{zz} \end{pmatrix} = s_m I + s_{ij}$$

$s_m = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})/3$ est la contrainte normale moyenne

Il résulte en que : $s_{ij} = \sigma_{ij} - s_m$ si $i=j$ et $s_{ij} = \tau_{ij}$ si $i \neq j$

2. MODELES RHEOLOGIQUES DE MILIEUX CONTINUS

Rappel : décomposition du tenseur des contraintes en un **tenseur sphérique** et un **tenseur déviatorique**

Le **tenseur déviatorique** (ou déviateur) a les mêmes directions principales que le tenseur des contraintes, on a alors dans ce repère :

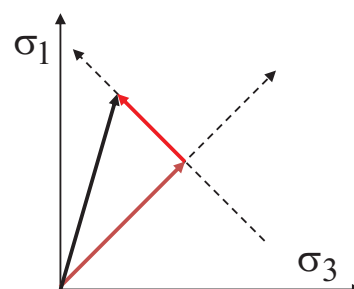
$$\begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_m & 0 & 0 \\ 0 & s_m & 0 \\ 0 & 0 & s_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 \end{pmatrix}$$

Représentation dans le plan des contraintes principales

On définit aussi la **contrainte déviatorique équivalente**:

$$\tau_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

En compression triaxiale axisymétrique, $\tau_{eq} = \sigma_1 - \sigma_3$



2. MODELES RHEOLOGIQUES DE MILIEUX CONTINUS

Rappel : décomposition du tenseur des déformations en un **tenseur sphérique** et un **tenseur déviateur**





$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_m & 0 & 0 \\ 0 & e_m & 0 \\ 0 & 0 & e_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_{xx} & e_{xy} & e_{xz} \\ e_{xy} & e_{yy} & e_{yz} \\ e_{xz} & e_{yz} & e_{zz} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \varepsilon_{yy} = \dots \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right); \varepsilon_{xz} = \dots$$

$e_m = (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz})/3$ est la déformation moyenne

$3e_m = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$ est la déformation volumique

2. MODELES RHEOLOGIQUES DE MILIEUX CONTINUS

Modèle	Symbole	Loi (1D)	Loi (3D)
élastique (Hook)		$\tau = G\gamma$	$s_{ij} = 2Ge_{ij}$ $s_m = 3Ke_m$
visqueux (Newton)		$\tau = \eta\dot{\gamma}$	$s_{ij} = 2\eta\dot{e}_{ij}$ $\dot{e}_m = 0$
plastique (Saint-Venant)		$\tau < K \Rightarrow \gamma = 0$ $\tau = K \Rightarrow \gamma_{quelconque}$	$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) < 0 \Rightarrow \varepsilon_{ij} = 0$ $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \Rightarrow \varepsilon_{ij} \neq 0$
fragile (Griffith)		$\tau < R \Rightarrow \gamma = 0$ $\tau = R \Rightarrow \tau = 0$	$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) < 0 \Rightarrow \varepsilon_{ij} = 0$ $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \Rightarrow f_r(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$

τ : force 1D

γ : déformation 1D

s_{ij} et e_{ij} : tenseurs déviateurs des contraintes et des déformations

s_m et e_m : contrainte et déformation moyennes

σ_i : contrainte principale

2.1.1. MODELE ELASTIQUE LINEAIRE ISOTROPE



Relations entre les tenseurs déviateurs
des contraintes et des déformations

$$s_{ij} = 2Ge_{ij}$$

$$s_m = 3Ke_m$$

s_{ij} et e_{ij} : composantes des tenseurs déviateurs des
contraintes et des déformations

s_m et e_m : contrainte et déformation moyenne

G : module de cisaillement

K : module de compressibilité

Remarque : $3e_m = \Delta V/V$ (déformation volumique)

$$K = E / 3(1-2\nu)$$

2.1.1. MODELE ELASTIQUE LINEAIRE ISOTROPE

Relations entre les tenseurs des contraintes et des déformations

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}$$

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\}$$

$$\{\varepsilon\} = [D]^{-1} \{\sigma\}$$

$$\lambda \text{ et } G : \text{coefficients de Lamé} \quad \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad G : \text{module de cisaillement} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 2\varepsilon_{xy} \quad \tau_{xy} = G\gamma_{xy} \Rightarrow \tau_{xy} = 2G\varepsilon_{xy}$$

2.1.2. MODELE ELASTIQUE LINEAIRE ANISOTROPE

- Dans le cas général de l'anisotropie, il n'y a pas concordance des directions principales de contrainte et de déformation ($\tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \not\Rightarrow \epsilon_{xy} = \epsilon_{xz} = \epsilon_{yz} = 0$)
- La matrice d'élasticité (6x6) étant symétrique, le nombre de coefficients indépendants est de 21

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_x} & -\frac{\nu_{zx}}{E_x} & \frac{\eta_{x,yz}}{G_{yz}} & \frac{\eta_{x,xz}}{G_{xz}} & \frac{\eta_{x,xy}}{G_{xy}} \\ & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_y} & \frac{\eta_{y,yz}}{G_{yz}} & \frac{\eta_{y,xz}}{G_{xz}} & \frac{\eta_{y,xy}}{G_{xy}} \\ & & \frac{1}{E_z} & \frac{\eta_{z,yz}}{G_{yz}} & \frac{\eta_{z,xz}}{G_{xz}} & \frac{\eta_{z,xy}}{G_{xy}} \\ & & & \frac{1}{G_{yz}} & \frac{\mu_{yz,xz}}{G_{xz}} & \frac{\mu_{yz,xy}}{G_{xy}} \\ & & & & \frac{1}{G_{xz}} & \frac{\mu_{xz,xy}}{G_{xy}} \\ & & & & & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}$$

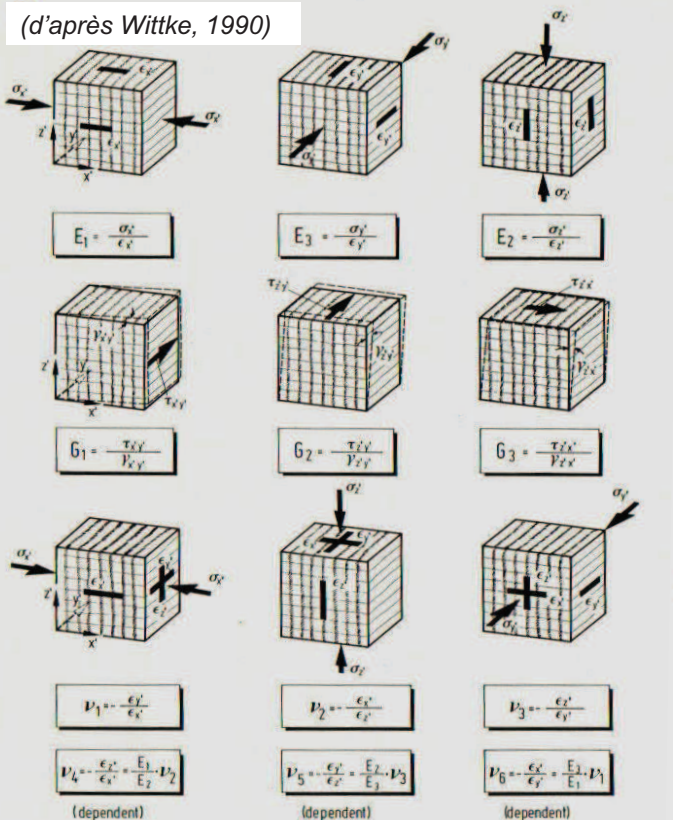
2010-11

D. Hantz - Polytech Grenoble

17

2.1.2. MODELE ELASTIQUE LINEAIRE ORTHOTROPE

(d'après Wittke, 1990)



- Orthotropie
- 3 directions de symétrie perpendiculaires 2 à 2
- 9 coefficients indépendants

$$\{\epsilon\} = [D']^{-1} \{\sigma\}$$

$$[D']^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_1}{E_1} & -\frac{\nu_2}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_1}{E_1} & \frac{1}{E_3} & -\frac{\nu_3}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_2}{E_2} & -\frac{\nu_3}{E_3} & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_3} \end{bmatrix}$$

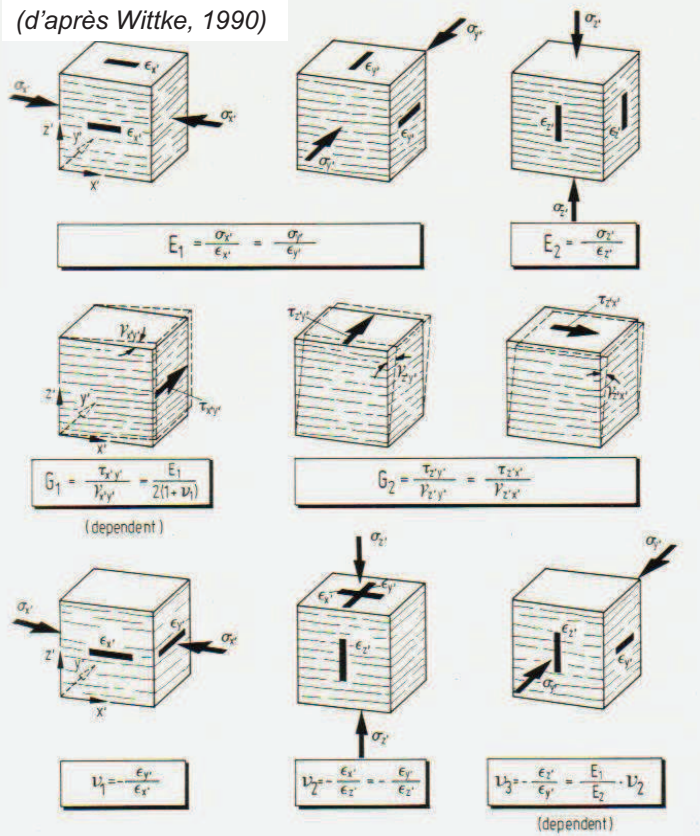
2010-11

D. Hantz - Polytech Grenoble

18

2.1.2. MODELE ELASTIQUE LINEAIRE ISOTROPE TRANSVERSE

(d'après Wittke, 1990)



Isotropie transverse :
 • comportement isotrope dans un plan (x',y')
 • 5 coefficients indépendants

$$\{\epsilon\} = [D']^{-1} \{\sigma\}$$

$$[D']^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_1}{E_1} & -\frac{\nu_2}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_1}{E_1} & \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_2}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_2}{E_2} & -\frac{\nu_2}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_1)}{E_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_2} \end{bmatrix}$$

2.2.1. MODELE VISQUEUX LINEAIRE



Relations entre les tenseurs déviateurs des contraintes et des déformations

$$s_{ij} = 2\eta \dot{e}_{ij}$$

$$\dot{e}_m = 0$$

s_{ij} et e_{ij} : composantes des tenseurs déviateurs des contraintes et des déformations

e_m : déformation moyenne

η : viscosité (Pa.s)

La seconde équation exprime que le fluage se produit à volume constant.

On définit aussi la viscosité cinématique : $\nu = \eta/\rho$ (m²/s)

2.2.1. MODELE VISQUEUX LINEAIRE



Viscosité dynamique de quelques corps

Corps	Température (°C)	Viscosité (Pa.s)
Air	0	$17,1 \times 10^{-6}$
	50	$19,4 \times 10^{-6}$
Eau	0	$1,793 \times 10^{-3}$
	20	$1,002 \times 10^{-3}$
	50	$0,5470 \times 10^{-3}$
Huile d'Olive	20	de 0,081 à 0,1
Miel	20	10^1
Lave basaltique	1100	10^3
Argile (w = 60%)	20	$10^2 - 10^3$
Bitume, poix	20	$10^7 - 10^8$
Glace*	-13	$15 \times 10^{12} *$
Verre de silice	20	$10^{17} - 10^{18}$

* Dépend de la contrainte appliquée

CARACTERISATION A LONG TERME

Une expérience de fluage qui dure depuis 1927 (University of Queensland)

Une goutte qui ne fera pas déborder le vase !

L'expérience de la goutte de poix est une expérience de longue durée destinée à mesurer l'écoulement d'un fragment de poix à travers un entonnoir.

Selon le Guinness Book des records, il s'agit de la plus longue expérience en laboratoire jamais réalisée puisqu'elle dure depuis 1927. La poix possède en effet une viscosité 230 milliards de fois supérieure à celle de l'eau ce qui explique que seulement huit gouttes soient tombées à ce jour (la dernière date du 28 novembre 2000).

Jusqu'à présent, personne n'a pu être témoin de la chute d'une goutte puisque la webcam qui filma l'expérience en 2000 ne fonctionnait pas le jour où la dernière goutte est tombée. Comme la chute de la prochaine goutte est prévue pour 2012 - 2013, peut être serez vous les premiers à pouvoir l'observer !



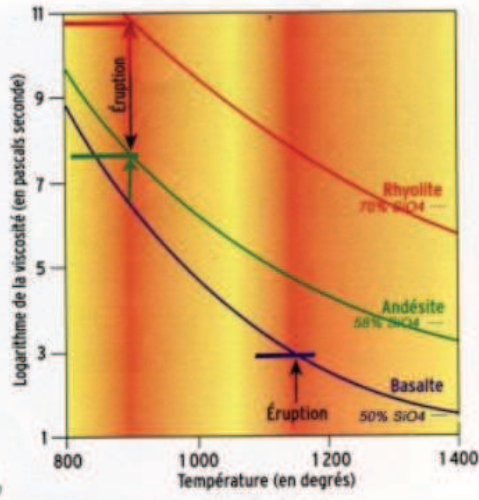
Poix : matière collante, constituée à partir de résines et goudrons, facilement inflammable

Remarque : une expérience identique (pitch drop experiment) a démarré en 1944 au Trinity College de Dublin

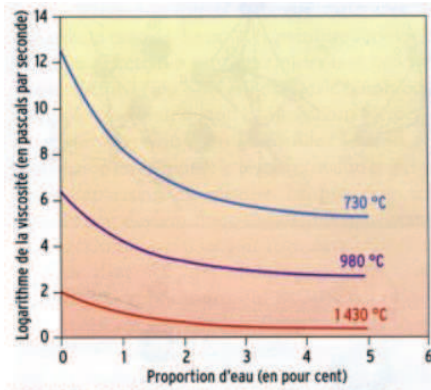
2.2.1. MODELE VISQUEUX LINEAIRE

Viscosité des laves volcaniques

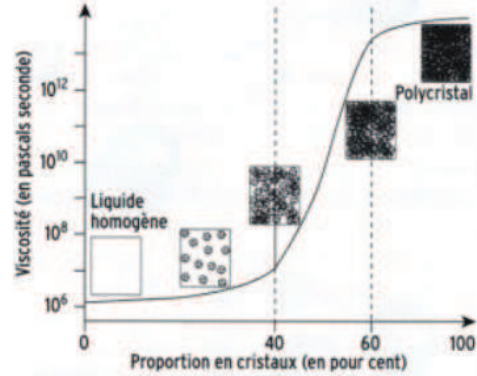
LA VISCOSITÉ DES LAVES dépend de leur composition et de leur température. Le basalte, l'andésite et la rhyolite se distinguent par leur teneur en silice, respectivement égale à 50, 58 et plus de 70 pour cent, ces valeurs variant de 10 pour cent environ dans chaque type. Les flèches indiquent l'état des magmas lors d'une éruption.



La viscosité des laves, Pascal Richet, Dossier pour la science n° 67, Avril 2010



L'EFFET DE L'EAU DISSOUE sur la viscosité d'un magma, ici andésitique, est notablement plus important à basse qu'à haute température. Plus la proportion en eau est élevée et plus la



LA QUANTITÉ DE CRISTAUX influe sur la rhéologie des magmas. Au-delà d'une fraction volumique de cristaux de 40 pour cent environ, le liquide devient non newtonien et la viscosité augmente brusquement.

2010-11

D. Hantz - Polytech Grenoble

2.2.2. MODELE VISQUEUX NON-LINEAIRE LOI DE NORTON-HOFF



Vitesse de déformation visqueuse en compression uniaxiale

$$\dot{\epsilon} = \left(A e^{-\frac{Q}{RT}} \right) \sigma^n$$

Q est une énergie d'activation ($\text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$) ; $R=8,314$ ($\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) ;

T est la température (K) ; A est une constante ($\text{Mpa}^{-n} \cdot \text{s}^{-1}$).

Glace :

sous faible contrainte, à une température comprise entre -40°C et -3°C ,
 $n = 3$, $Q/R = 7300$ K et $A = 8,8 \cdot 10^5$ $\text{Mpa}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$

Roches salines :

sous une contrainte comprise entre 5 et 15 Mpa, à une température comprise entre 300 et 400 K, n varie entre 3 et 6, Q/R entre 5000 et 10000 K, et A entre 1 et 10^5 $\text{Mpa}^{-n} \cdot \text{an}^{-1}$

2010-11

D. Hantz - Polytech Grenoble

24

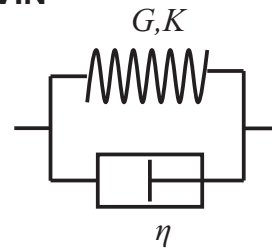
2.3. MODELE VISCO-ELASTIQUE DE KELVIN

$$s_{ij} = 2Ge_{ij} + 2\eta\dot{e}_{ij}$$

$$s_m = 3Ke_m$$

s_m et e_m : contrainte et déformation moyennes

$K = E / 3(1-2\nu)$: module de compressibilité



2.4. MODELE VISCO-ELASTIQUE DE MAXWELL

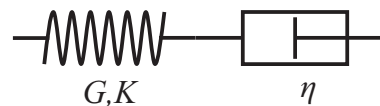
$$\dot{e}_{ij} = \frac{\dot{s}_{ij}}{2G} + \frac{s_{ij}}{2\eta}$$

$$s_m = 3Ke_m$$

s_m et e_m : contrainte et déformation moyennes

$K = E / 3(1-2\nu)$: module de compressibilité

La déformation visqueuse, qui se superpose à la déformation élastique, se produit à volume constant.



2.5. MODELE ELASTO-PLASTIQUE

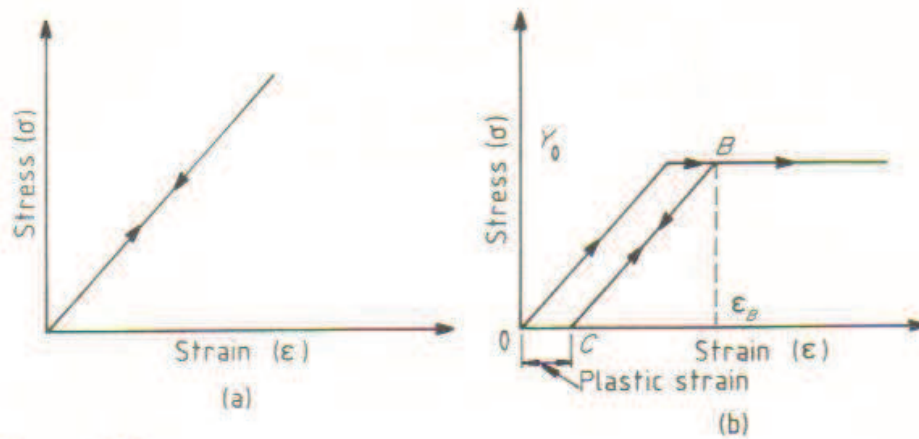
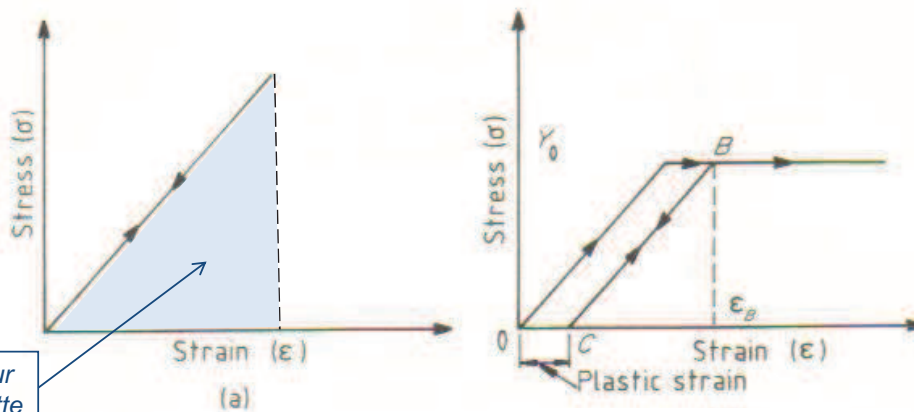


Figure 2.1
Idealized stress-strain response. (a) Elastic; (b) elastic/ideally plastic.

2.5. MODELE ELASTO-PLASTIQUE



Energie de déformation



$$\epsilon_B = \epsilon_{\text{élastique}} + \epsilon_{\text{plastique}}$$

Energie fournie pour déformer l'éprouvette et restituée lors du déchargement

Energie fournie pour atteindre le point B =
Energie élastique + Energie plastique

En compression uniaxiale $W_{el} = \frac{1}{2} \sigma_1 \epsilon_1$

Cas général $W_{el} = \frac{1}{2} (\sigma_1 \epsilon_1 + \sigma_2 \epsilon_2 + \sigma_3 \epsilon_3)$

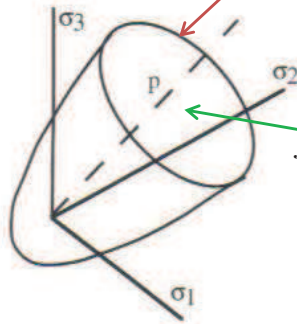
2.5. MODELE ELASTO-PLASTIQUE



Critère de plasticité dans l'espace des contraintes principales

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \Rightarrow \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij\text{élastique}} + \varepsilon_{ij\text{plastique}}$$

Surface d'écoulement
plastique



$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) < 0 \Rightarrow \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij\text{élastique}}$$

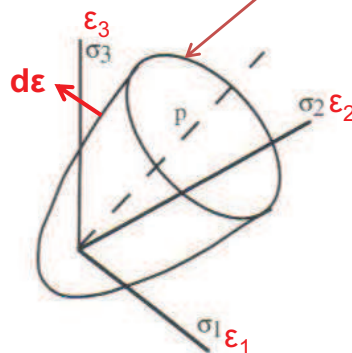
Domaine élastique

2.5. MODELE ELASTO-PLASTIQUE



Loi d'écoulement plastique associée (ou standard)

L'incrément de déformation
plastique $d\varepsilon$ est normal à
la surface d'écoulement :



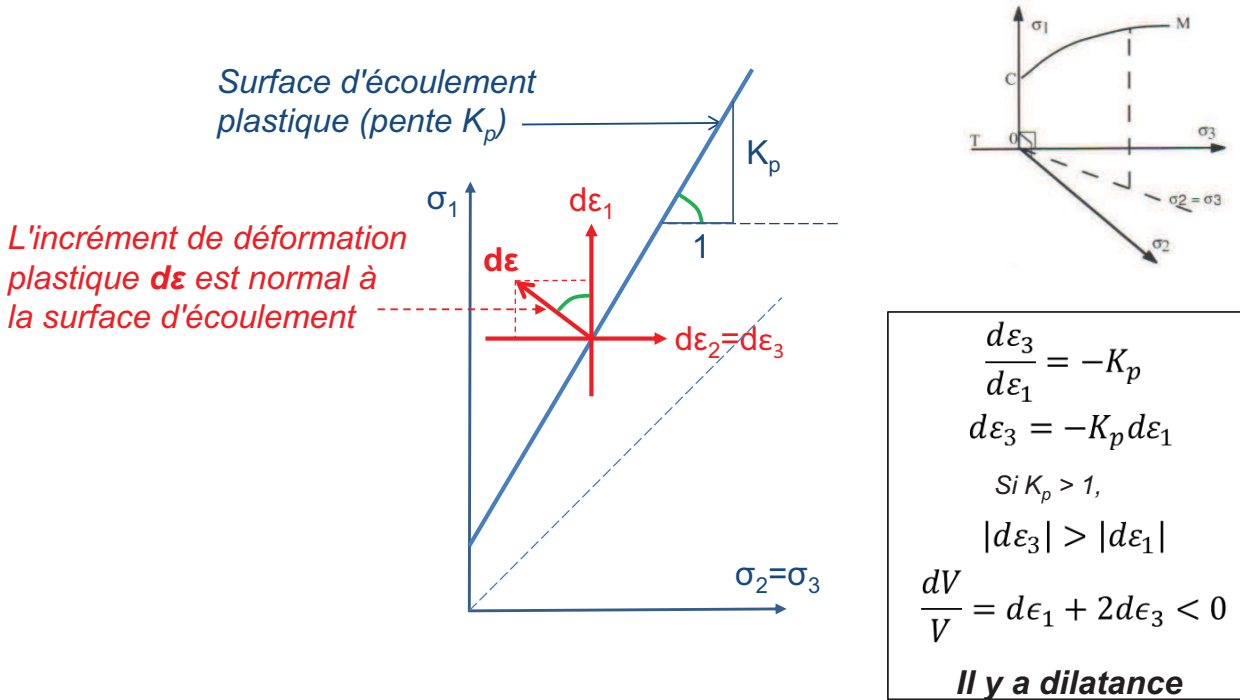
Surface d'écoulement
plastique

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$$

2.5. MODELE ELASTO-PLASTIQUE

Loi d'écoulement plastique **associée** (ou standard)

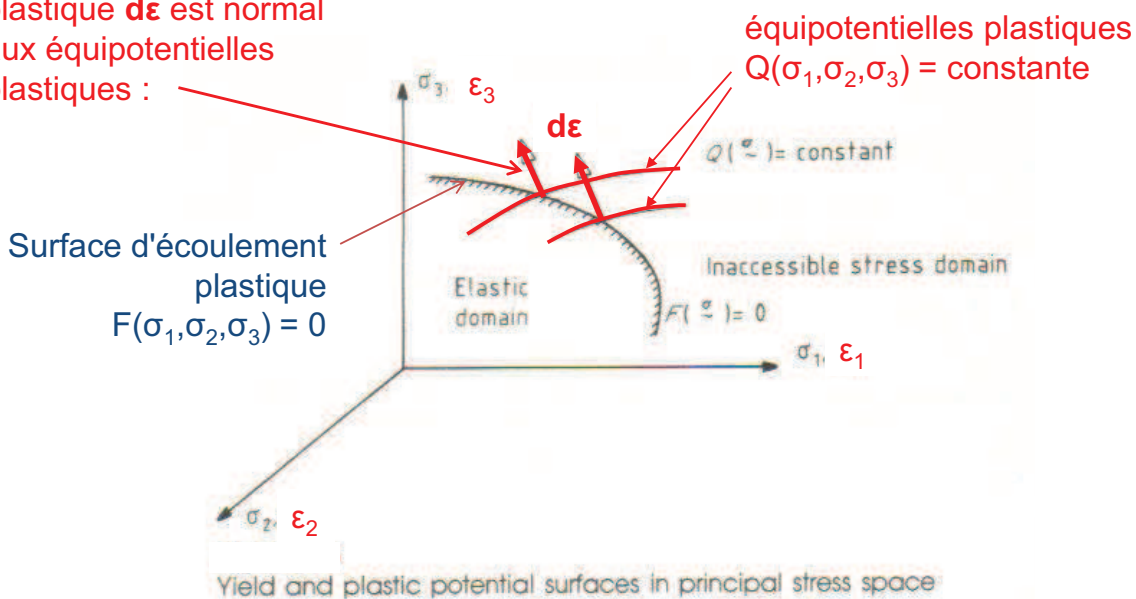
Exemple avec le critère de Mohr-Coulomb et un état de contrainte axisymétrique



2.5. MODELE ELASTO-PLASTIQUE

Loi d'écoulement plastique **non associée**

L'incrément de déformation plastique $d\epsilon$ est normal aux équipotentielles plastiques :

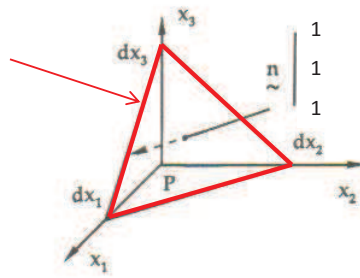


2.5. MODELE ELASTO-PLASTIQUE

Critère de cisaillement octaédral maximal (Von Mises)

Le **cisaillement octaédral** est la contrainte tangentielle qui s'exerce sur une **facette octaédrale** (normale à la trissectrice du repère principal)

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3} \tau_{eq}$$

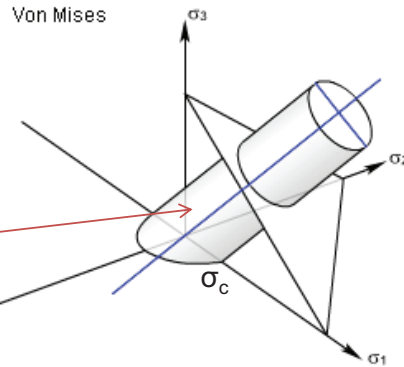


Le critère s'écrit : $\tau_{oct} = \tau_{LIM}$

Pour $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, $\sigma_1 = \sigma_c = 3\tau_{LIM} / \sqrt{2}$

donc : $\tau_{LIM} = \sigma_c \sqrt{2} / 3$

La **surface d'écoulement** est un cylindre de révolution ayant pour axe la trissectrice, de rayon $\sigma_c(2/3)^{0,5}$.



2.5. MODELE ELASTO-PLASTIQUE

Critère de Drücker-Prager

Pour certains matériaux (dont les roches), l'expérience montre que le cisaillement octaédral limite augmente avec la contrainte normale moyenne σ_m . Le critère de Drücker-Prager suppose que cette augmentation est linéaire :

$$\tau_{oct} = a\sigma_m + b$$

C'est l'équation d'un cône ayant pour axe la trissectrice du repère principal



2.5. MODELE ELASTO-PLASTIQUE

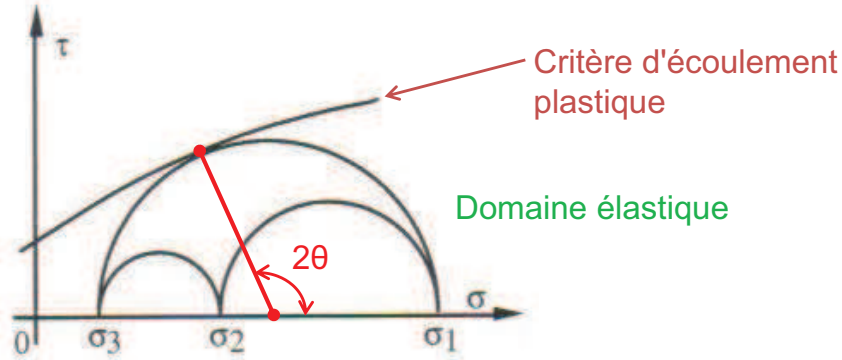
Critères de plasticité définis dans le plan de Mohr

Hypothèse de Mohr

Les contraintes normale (σ) et tangentielle (τ) au plan de rupture sont reliées par une fonction caractéristique du matériau, définie dans le plan de

$$\text{Mohr : } |\tau| = f(\sigma)$$

Si ce critère est atteint sur une facette, il y a rupture.



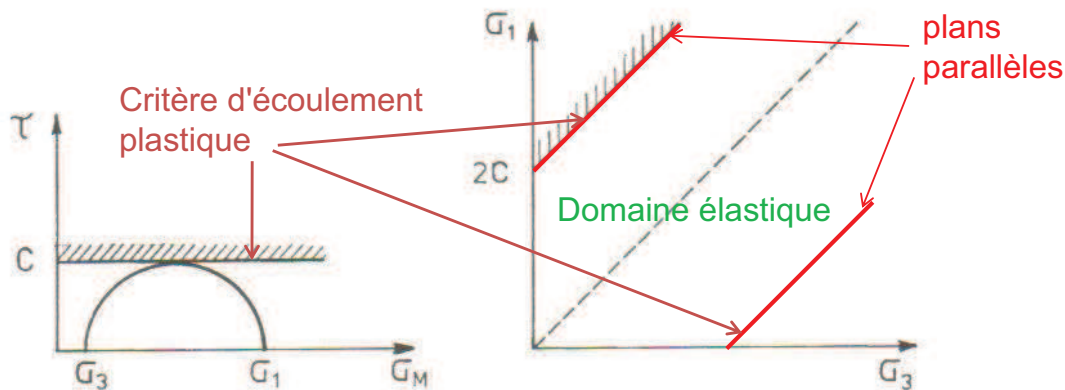
Le critère est indépendant de la contrainte principale intermédiaire. Dans l'espace des contraintes principales, les surfaces limites sont donc parallèles à la direction principale intermédiaire.

2.5. MODELE ELASTO-PLASTIQUE

Critère de cisaillement maximal (Tresca)

Lorsque σ_2 est la contrainte principale intermédiaire, le critère d'élasticité est :

$$\tau_{\max} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} < c \quad \text{ou} \quad |\sigma_1 - \sigma_3| < \sigma_c = 2c$$



Dans le cas général, il devient :

$$|\sigma_1 - \sigma_2| < \sigma_c \text{ et } |\sigma_2 - \sigma_3| < \sigma_c \text{ et } |\sigma_3 - \sigma_1| < \sigma_c$$

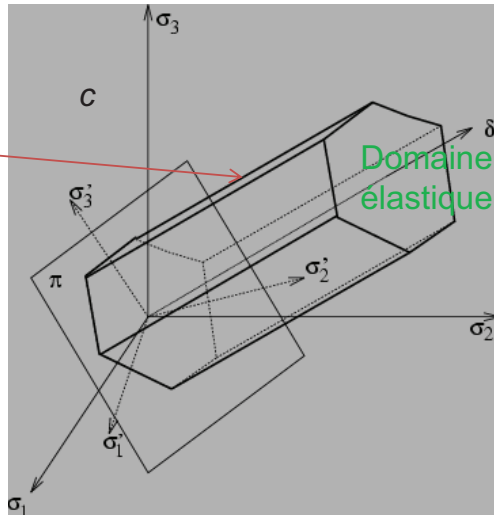
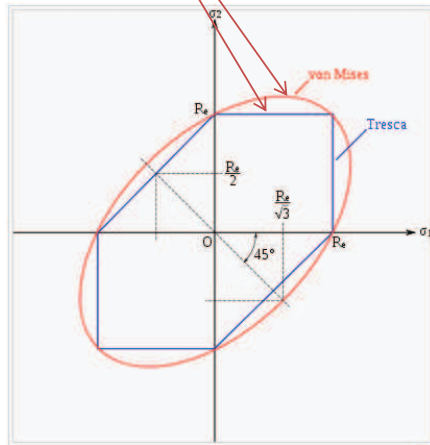
2.5. MODELE ELASTO-PLASTIQUE

Critère de cisaillement maximal (Tresca)

Dans l'espace des contraintes principales

Surface d'écoulement plastique

Dans le plan (σ_1, σ_2)

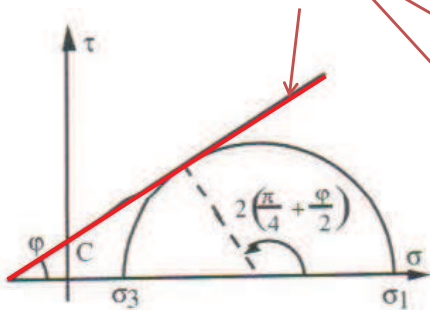


2.5. MODELE ELASTO-PLASTIQUE

Critère de Mohr-Coulomb

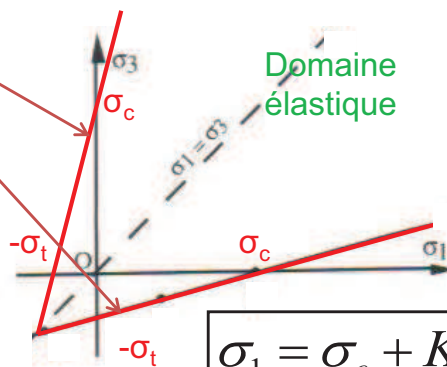
Pour certains matériaux (dont les roches), l'expérience montre que le cisaillement maximal limite augmente avec la contrainte normale. Le **critère de Mohr-Coulomb** suppose que cette augmentation est linéaire :

Critère d'écoulement plastique



$$\tau = \sigma \tan \varphi + c$$

c : cohésion
 φ : angle de frottement interne



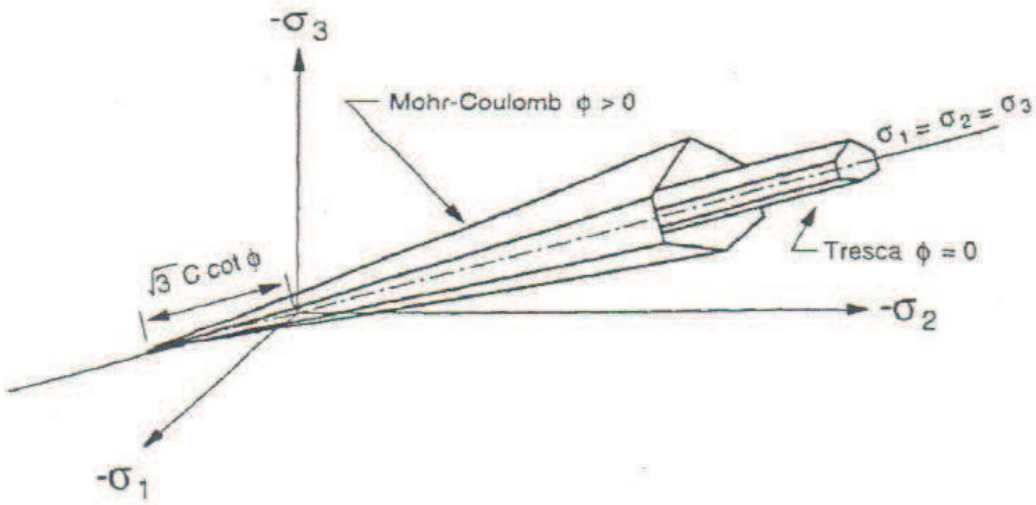
$$\sigma_1 = \sigma_c + K_p \sigma_3$$

$$\sigma_c = \frac{2c \cos \varphi}{(1 - \sin \varphi)} \quad K_p = \frac{(1 + \sin \varphi)}{(1 - \sin \varphi)} = \frac{\sigma_c}{\sigma_t}$$

2.5. MODELE ELASTO-PLASTIQUE

Critère de Mohr-Coulomb

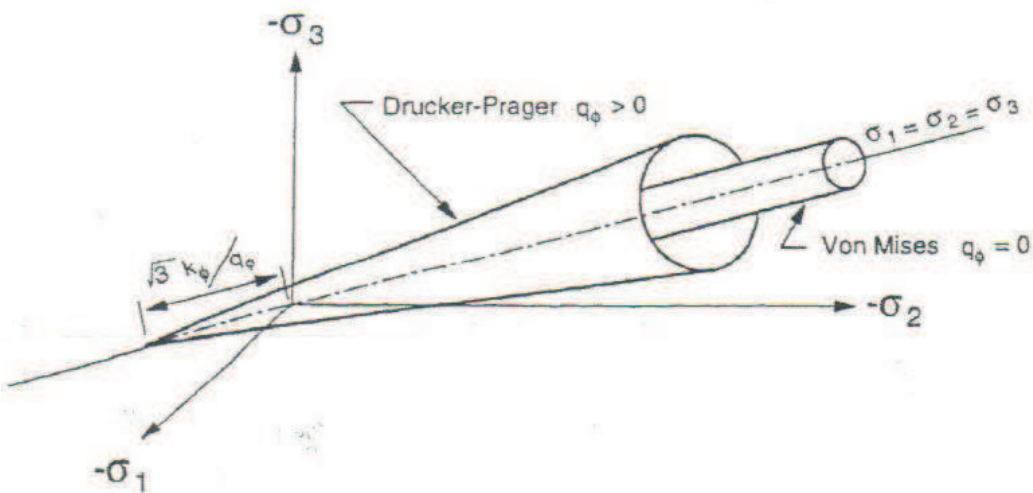
Dans l'espace des contraintes principales



2.5. MODELE ELASTO-PLASTIQUE

Critères de Von Mises et Drucker-Prager

Dans l'espace des contraintes principales





DIAPPOSITIVES ILLUSTRANT LE COURS DE
MECANIQUE DES ROCHES

Partie 4
**COMPORTEMENT MECANIQUE
DES MASSIFS ROCHEUX**

D. HANTZ
2015

1

Partie 4
**COMPORTEMENT MECANIQUE
DES MASSIFS ROCHEUX**

A. Comportement de la roche intacte

- à court terme
- à long terme

B. Comportement des discontinuités

C. Comportement global du massif

2

COMPORTEMENT MECANIQUE DES MASSIFS ROCHEUX

- Comme il n'est pas possible de faire des essais sur des volumes rocheux de la taille des ouvrages, il est généralement nécessaire d'étudier et de modéliser le comportement mécanique de la roche intacte (matrice rocheuse, considérée comme un milieu continu) et des discontinuités (joints rocheux).
- Certains modèles décrivent le comportement global du massif à partir des propriétés de la matrice et des joints (modèles de milieux continus équivalents).

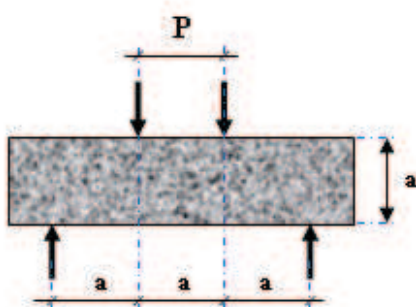
3

A. COMPORTEMENT MECANIQUE DE LA ROCHE INTACTE

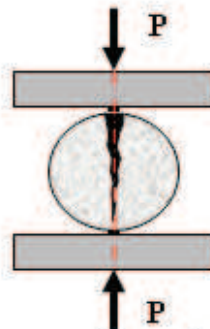
ESSAIS DE TRACTION

Essais de traction indirects

Essai de traction direct



A. Essai de traction par flexion



B. Essai de traction par fendage (brésilien)



C. Essai de traction direct

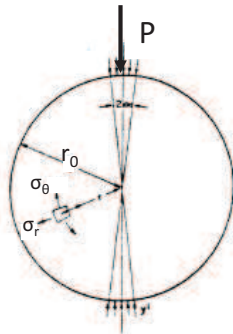
Champ de contrainte hétérogène

Champ de contrainte homogène

4

ESSAI DE FENDAGE (ESSAI BRÉSILIEN)

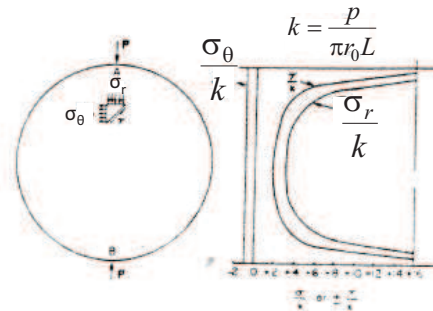
Théorie



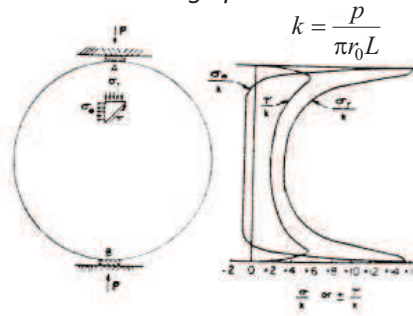
Notations

Echantillon :
cylindre de rayon r_0
et longueur L

Contraintes le long d'un diamètre vertical

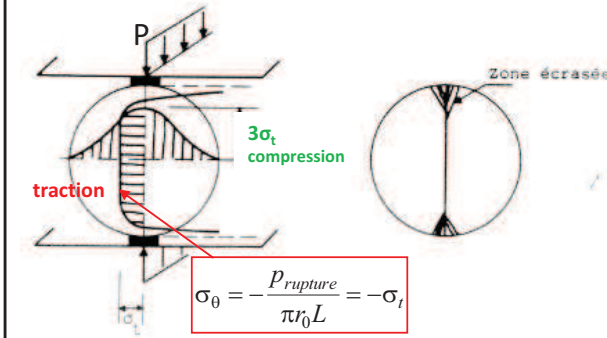


a - Charge ponctuelle



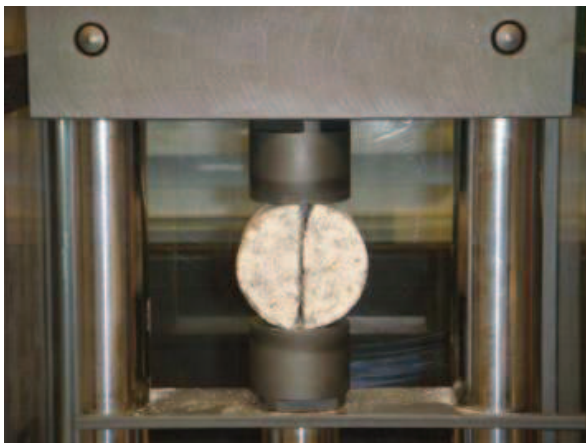
b - Charge répartie

Contraintes normales à la rupture sur les diamètres horizontal et vertical



5

ESSAI DE FENDAGE (ESSAI BRÉSILIEN)



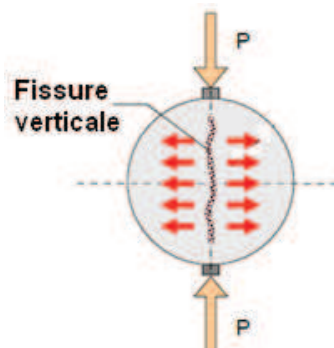
L'AFNOR recommande un diamètre minimal de 40 mm, la SIMR de 54 mm
Épaisseur de l'éprouvette = rayon
Vitesse de chargement recommandée : 200 N/s

6

Origine de l'essai brésilien

L'essai brésilien consiste à obtenir la rupture par fendage d'un échantillon cylindrique. Il est connu depuis son élaboration par le professeur Fernando Lobo Carneiro (1943) dans le but de déplacer l'église de São Pedro sur l'avenue Presidente Vargas dans la ville de Rio de Janeiro. Celui-ci a imaginé un système composé de rouleaux en béton, qui devait permettre de faire « rouler » l'église vers son lieu de destination. Cependant, l'église a été démolie en 1943 car les murs trop épais, et la structure trop fragile, n'auraient probablement pas supporté le déplacement.

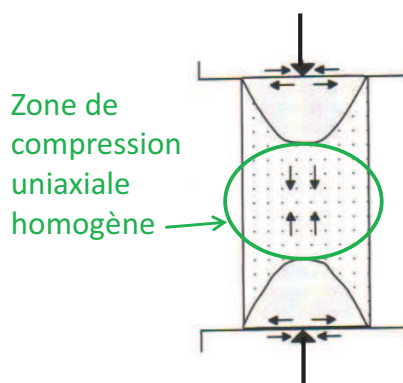
Les études ont été réalisées à l'aide d'une machine de compression et consistaient à comprimer diamétralement les pièces de béton qui avaient les dimensions suivantes : 20 cm de diamètre ; 15 cm de hauteur. Les efforts de compression créent des efforts internes de traction dans la roche.



ESSAI DE COMPRESSION UNIAXIALE

Recommandations de l'Eurocode 7

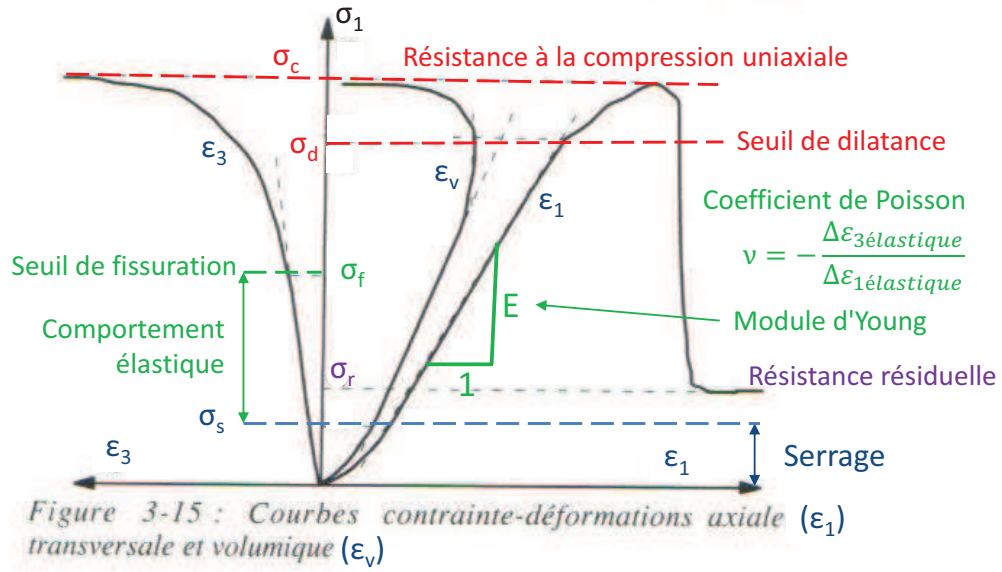
- Diamètre minimal de 50 mm (40 mm selon l'AFNOR)
- Pour pouvoir considérer la roche comme un matériau homogène, le diamètre doit être au moins égal à 10 fois la taille des plus gros éléments
- Les éprouvettes sont carottées, sciées et rectifiées, pour que les extrémités soient planes (à 0,02 % du diamètre près) et rigoureusement perpendiculaires à l'axe (à 0,1 degré près)
- Dans le cas d'une roche anisotrope, il est recommandé de réaliser des éprouvettes dans différentes directions par rapport aux directions d'anisotropie
- Chargement monotone (vitesse de déformation ou de contrainte constante), tel que la durée de l'essai soit compris entre 5 et 15 mn
- Champ de contrainte homogène (compression uniaxiale) dans la partie centrale de l'échantillon
- Mais ce n'est pas le cas près des extrémités à cause du freinage, qui induit un état de contrainte triaxial (plus favorable)
- C'est pourquoi le rapport hauteur sur diamètre de l'éprouvette (élancement) doit être compris entre 2 et 3



ESSAI DE COMPRESSION UNIAXIALE



Figure 3-14 :
Position des
jauges



d'après le manuel de mécanique des roches (CFMR)

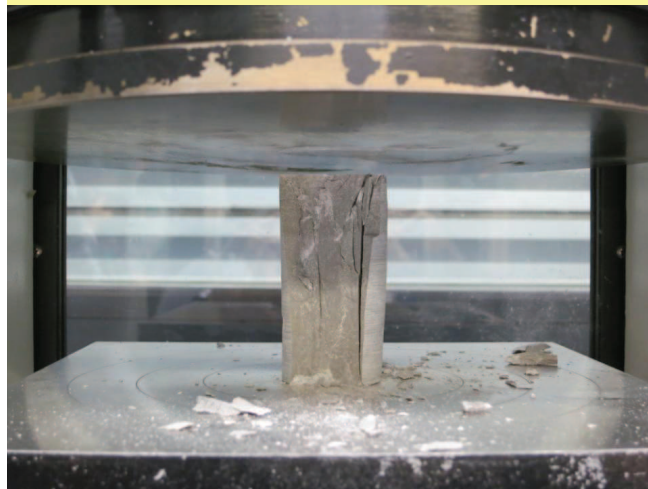
9

ESSAI DE COMPRESSION UNIAXIALE

Compression uniaxiale sur un granite



Compression uniaxiale sur un calcaire



Rupture par écaillage ou en colonnettes

10

ESSAI DE COMPRESSION UNIAXIALE

Cycles de chargement-déchargement

Le comportement n'est pas toujours élastique (réversible)

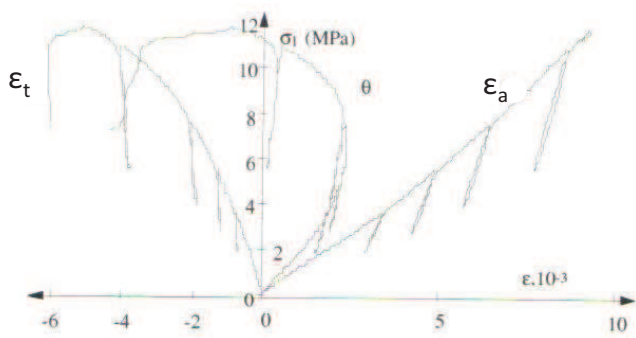


Figure 3-16 : Courbes $\sigma_1 - \epsilon_a$, ϵ_t et θ ; grès

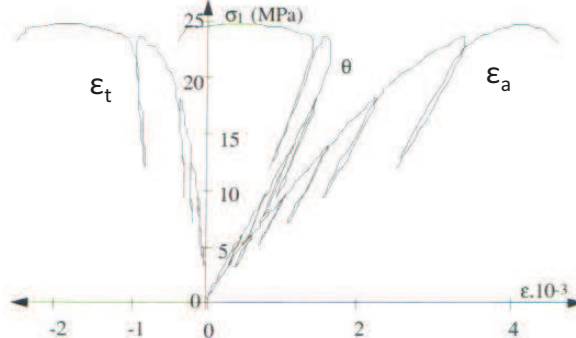


Figure 3-18 : Courbes $\sigma_1 - \epsilon_a$, ϵ_t et θ ; marne

extrait du manuel de mécanique des roches (CFMR)

ESTIMATION DU MODULE D'YOUNG

En l'absence de mesure, on peut estimer le module d'Young grâce au rapport de module MR donné dans le tableau ci-contre (Hoek, 2007)

$$E = MR \sigma_c$$

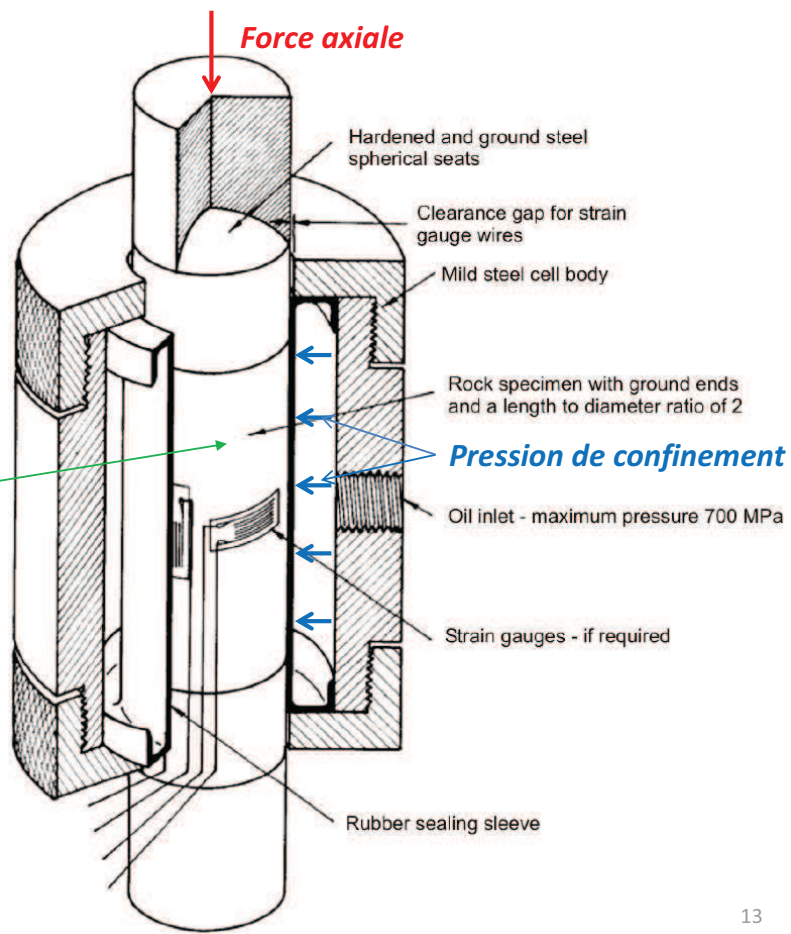
Class	Group	Texture				
		Coarse	Medium	Fine	Very fine	
SEDIMENTARY	Clastic	Conglomerates 300-400	Sandstones 200-350	Siltstones 350-400	Claystones 200-300	
		Braccias 250-350		Greywackes 550	Shales 150-250 * Muds 150-200	
	Non-Clastic	Carbonates	Crystalline Limestone 400-600	Sparitic Limestones 600-800	Micritic Limestones 800-1000	Dolomites 350-500
			Evaporites	Gypsum (350)**	Anhydrite (350)**	
Organic					Chalk 1000-	
METAMORPHIC	Non Foliated	Marble 700-1000	Hornfels 400-700 Metasandstone 200-300	Quartzites 300-450		
	Slightly foliated	Migmatite 350-400	Amphibolites 400-500	Gneiss 300-750*		
	Foliated*		Schists 250-1100*	Phyllites/Mica 300-800*	Slates 400-600*	
IGNEOUS	Plutonic	Light	Granite+ 300-550	Diorite+ 300-350		
			Granodiorite- 400-450			
	Dark	Gabbro 400-500	Dolerite 300-400			
		Norite 250-400				
Hypabyssal	Porphyries (400)**		Diabase 300-350	Peridotite 250-300		
Volcanic	Lava		Rhyolite 300-500	Dacite 350-450		
			Andesite 300-500	Basalt 250-450		
Pyroclastic	Agglomerate 400-600	Volcanic breccia (500)**	Tuff 200-400			

* Highly anisotropic rocks: the value of MR will be significantly different if normal strain and/or loading occurs parallel (high MR) or perpendicular (low MR) to a weakness plane. Uniaxial test loading direction should be equivalent to field application.
+ Felso Granitoids: Coarse Grained or Altered (high MR), fine grained (low MR).
** No data available, estimated on the basis of geological logs.

Essai de compression triaxiale axisymétrique

Schéma d'une cellule triaxiale

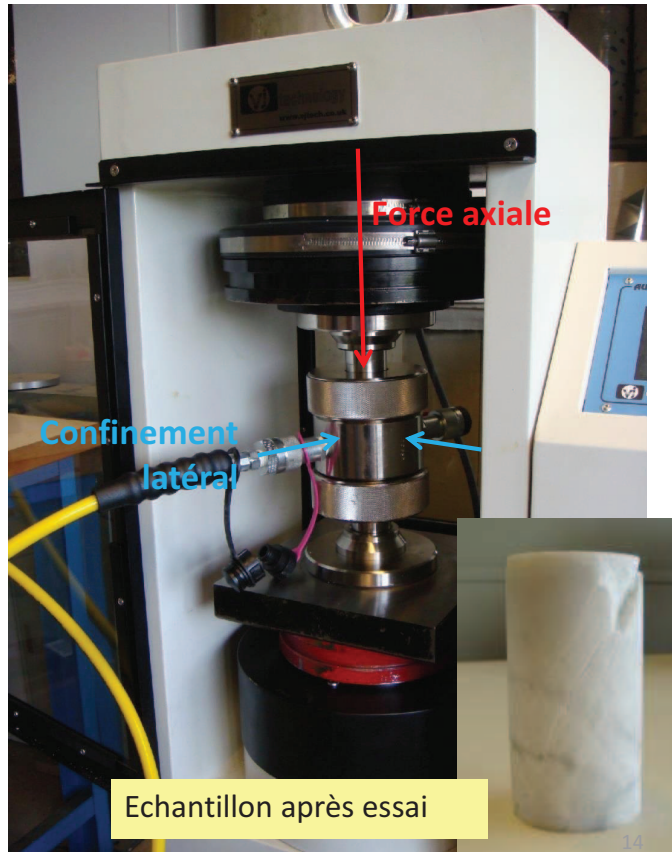
Eprouvette de roche



Essai de compression triaxiale axisymétrique

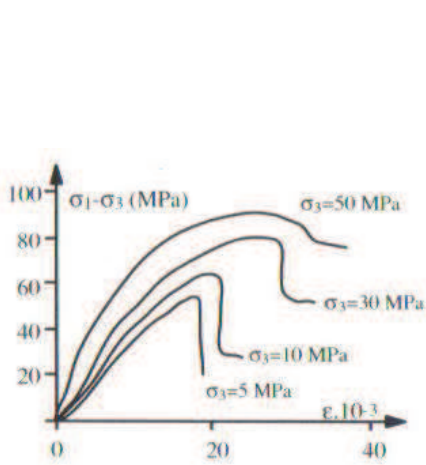
Manomètre indiquant la pression de confinement

Lecture de la force axiale

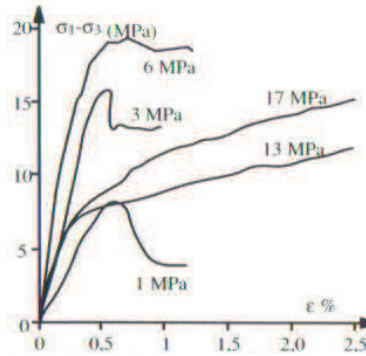


Essai de compression triaxiale axisymétrique

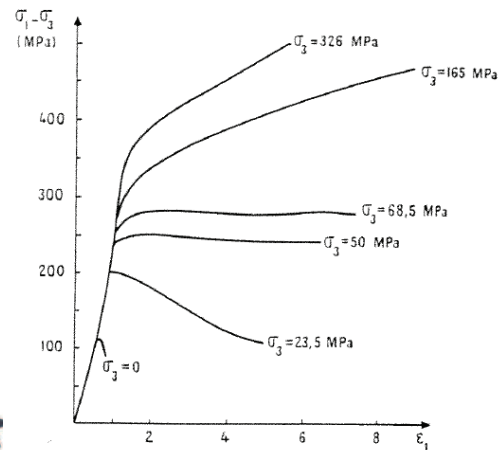
Influence de la pression de confinement



Exemple d'une marne



Exemple d'une craie



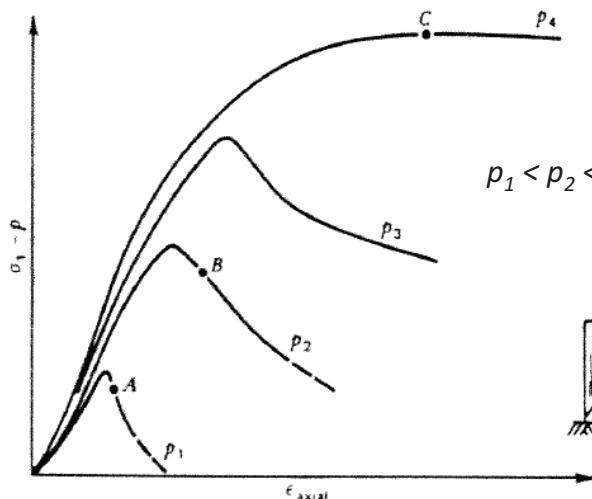
Marbre de Carrare
(essais de Von Karman)

Essai de compression triaxiale axisymétrique

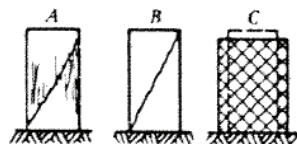
Comportements fragile et ductile



Marbre de Carrare



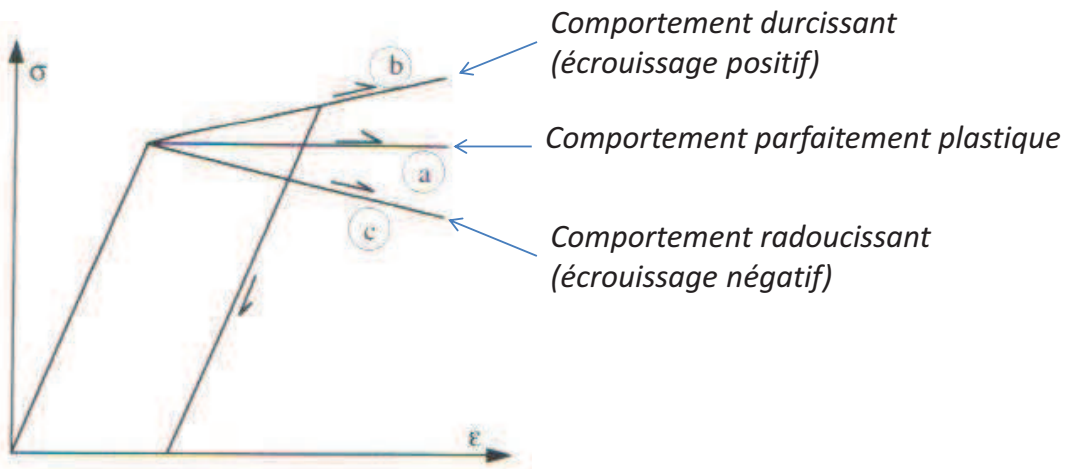
$$p_1 < p_2 < p_3 < p_4$$



Contrainte de transition fragile-ductile (d'après Goodman)

Sel	0 Mpa
Craie	<10 Mpa
Argilite	0-20 Mpa
Calcaire	20-100 Mpa
Grès	> 100 Mpa
Granite	>> 100 Mpa

Types de comportements élastoplastiques



17

Essai de compression triaxiale axisymétrique

Représentation des conditions de rupture

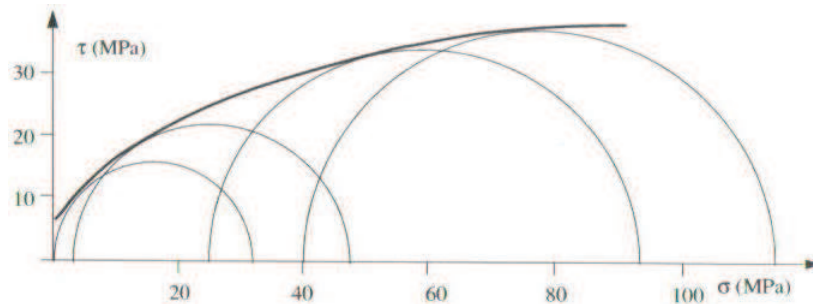


Figure 3-25 : Représentation de Mohr des conditions de rupture pour une marne

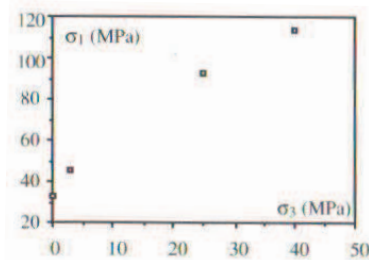


Figure 3-26 : Représentation dans le plan expérimental des conditions de rupture pour une marne

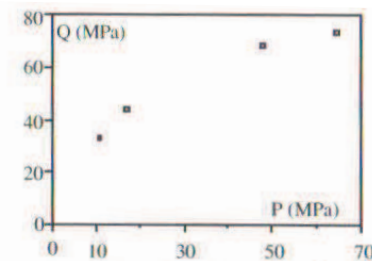


Figure 3-27 : Représentation dans le plan (P,Q) des conditions de rupture pour une marne

$$P = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3 \quad (\text{contrainte normale moyenne})$$

$$Q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (\text{contrainte déviatorique})$$

18

Essai de compression isotrope

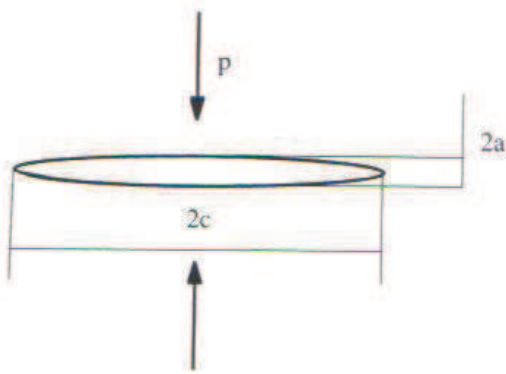


Figure 3-7 : Représentation schématique d'une fissure naturelle en forme de pièce de monnaie

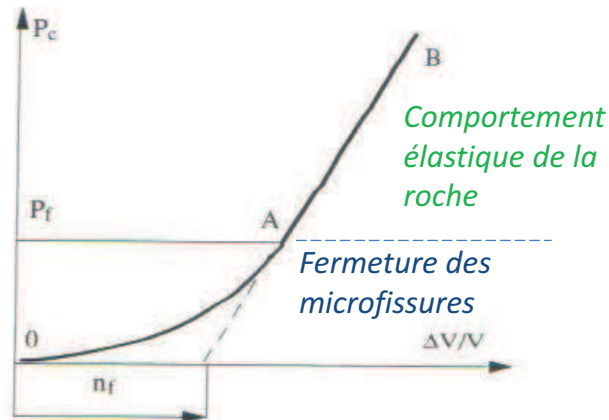
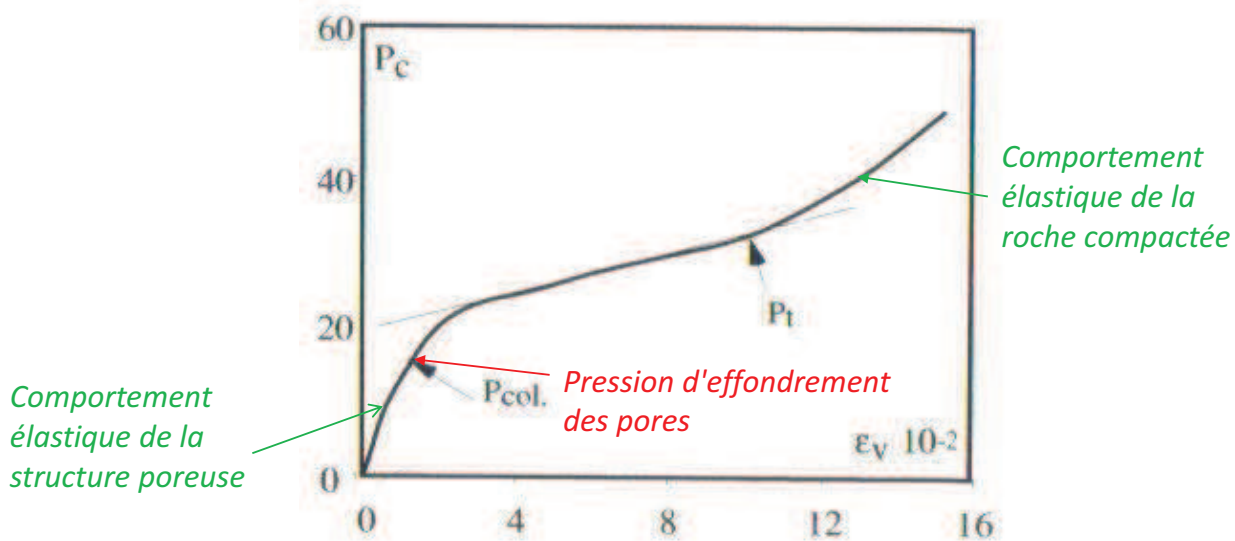


Figure 3-8 : Exemple d'essai de compressibilité sur une roche isotrope microfissurée

19

Essai de compression isotrope

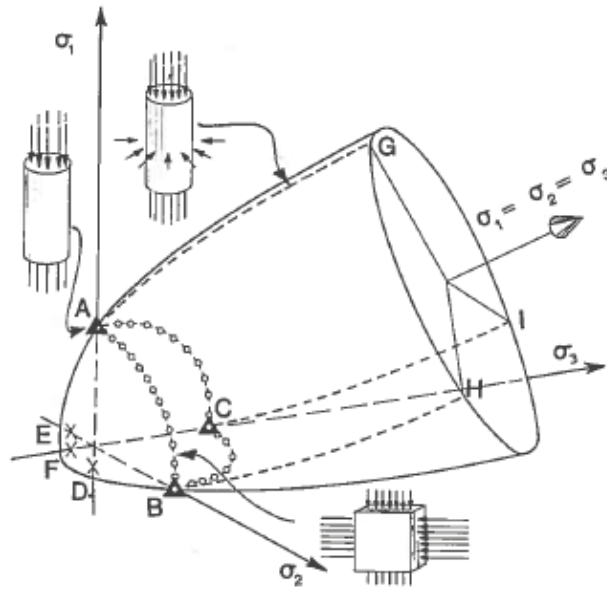
Cas des roches très poreuses
Exemple d'une craie



20

CRITERE DE RUPTURE

Forme typique de critère de rupture d'une roche dans l'espace des contraintes principales

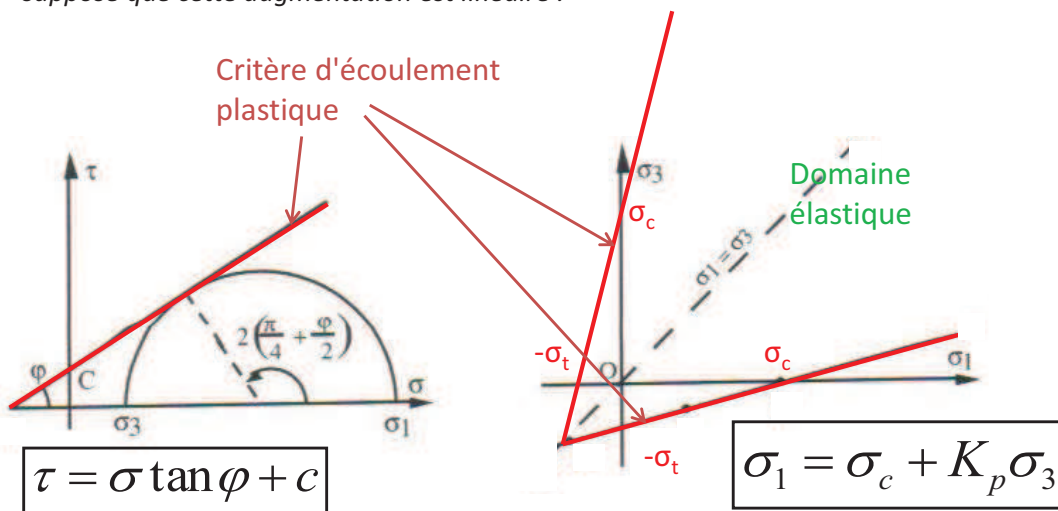


(Franklin et Dusseault, Rock Engineering, 1989)

21

CRITERE DE MOHR-COULOMB

Pour certains matériaux (dont les roches), l'expérience montre que le cisaillement maximal limite augmente avec la contrainte normale. Le **critère de Mohr-Coulomb** suppose que cette augmentation est linéaire :



c : cohésion

φ : angle de frottement interne

$$\sigma_c = \frac{2c \cos \varphi}{(1 - \sin \varphi)} \quad K_p = \frac{(1 + \sin \varphi)}{(1 - \sin \varphi)} = \frac{\sigma_c}{\sigma_t}$$

22

Cohésion et angle de frottement de quelques roches (d'après Goodman, 1989)

Roche	Porosité	Cohésion	Angle de frottement	Pression de confinement
	%	MPa	°	MPa
Indiana granite	0,4	55,2	47,7	0,1-98
Stone Mountain granite	0,2	55,1	51	0-69
Sioux quartzite		70,6	48	0-203
Georgia marble	0,3	21,2	25,3	6-69
Wolf Camp limestone		26,3	34,8	0-203
Indiana limestone	19,4	6,7	42	0-10
Nevada basalt	4,6	66,2	31	3-35

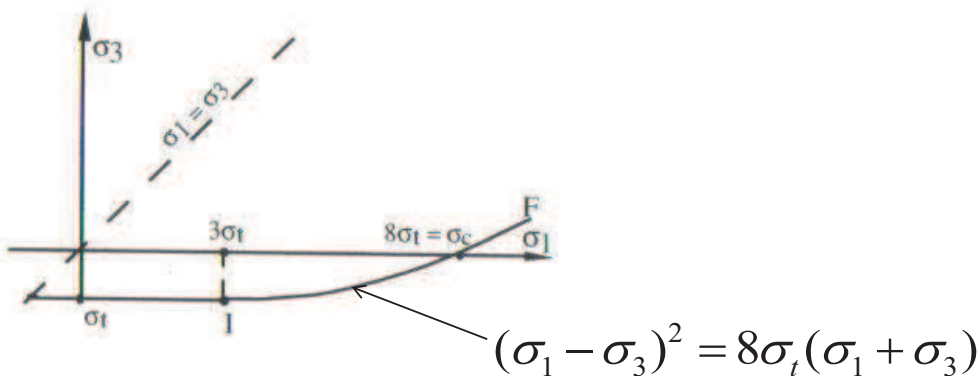
23

CRITERE DE GRIFFITH

Le critère de Mohr-Coulomb donne un rapport σ_c/σ_t trop faible pour les roches. En considérant des fissures elliptiques dans un matériau continu, et en adoptant une approche énergétique, Griffith propose un critère pour lequel σ_c/σ_t est égal à 8.

Hypothèse de Griffith

- les fissures elliptiques se propagent à partir des points de traction maximale
- le frottement dans les fissures comprimées est négligé



24

CRITERE DE GRIFFITH dans le plan de Mohr

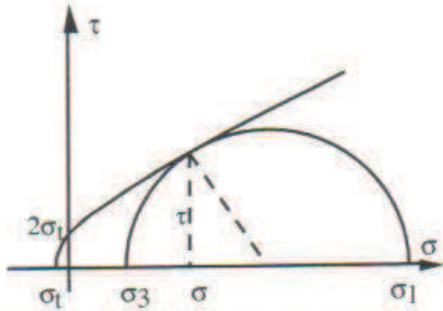


Figure 9-8 : Critère de rupture de Griffith
 $\tau^2 = 4\sigma_f(\sigma + \sigma_1)$

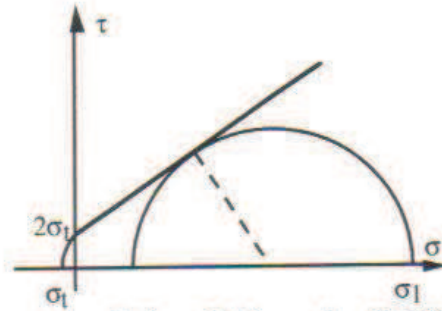
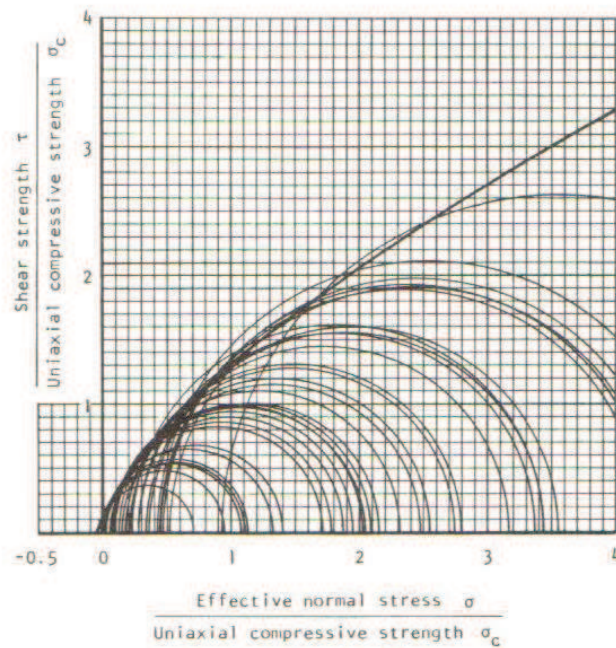
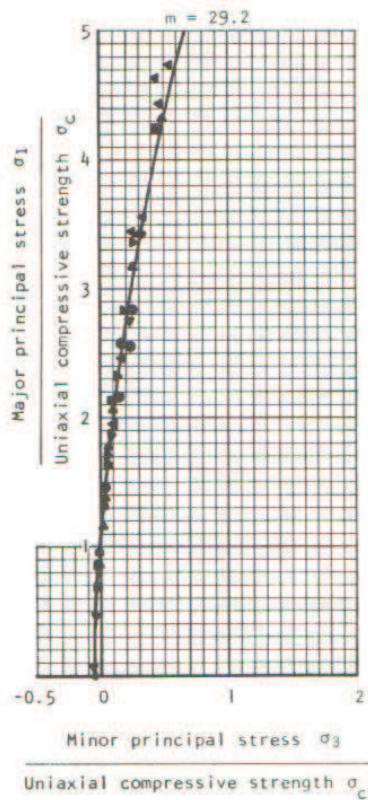


Figure 9-9 : Critère de Griffith modifié
 $\tau = 2\sigma_f + \mu\sigma$ pour $\sigma > 0$

25

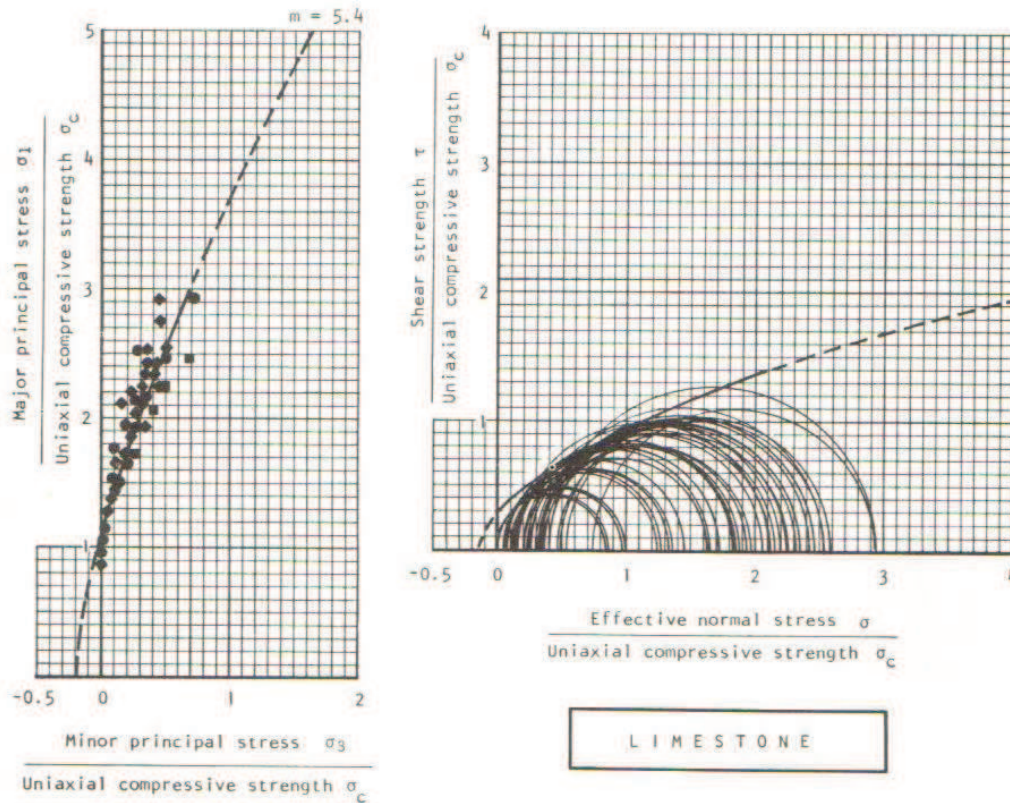
CRITERE DE HOEK ET BROWN



G R A N I T E

26

CRITERE DE HOEK ET BROWN



27

CRITERE DE HOEK ET BROWN

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_c \left(m_i \frac{\sigma'_3}{\sigma_c} + 1 \right)^{1/2}$$

σ'_1, σ'_3 : contraintes principales effectives à la rupture
 σ_c : résistance en compression uniaxiale de la roche intacte
 m_i : constante du matériau pour la roche intacte

Signification du paramètre m_i

- A la rupture en traction biaxiale, on a : $\sigma'_1 = \sigma'_3 = -\sigma_{tb}$

$$d'où : \sigma_{tb} = \frac{\sigma_c}{m_i} \text{ et } m_i = \frac{\sigma_c}{\sigma_{tb}}$$

Hoek (1983) a montré que pour les matériaux fragiles, la résistance en traction uniaxiale est égale à la résistance en traction biaxiale

- Remarque : la pente du critère pour $\sigma'_3 = 0$ est égale à $\left(\frac{m_i}{2} + 1 \right)$

28

CRITERE DE HOEK ET BROWN

Valeur de m_i pour de la roche intacte (d'après Hoek, 2007, Practical Rock Engineering)

Les valeurs entre parenthèses sont des estimations

Crystalline limestone: calcaire formé de cristaux visibles à l'œil nu

Sparitic limestone: calcaire dont le ciment est formé de cristaux de plus de 10 μm

Micritic limestone: calcaire dont le ciment est formé de particules de moins de 4 μm

Hornfels: cornéenne (roches métamorphiques de contact, très dures, à cristaux fortement engrenés et enchevêtrés)

Migmatite: mélange de roches de types granite et gneiss, résultant d'une fusion partielle

Phyllites: schistes sériciteux

Dolerite: intermédiaire entre gabbro et basalte

Hypabyssal rocks: roches solidifiées en dykes et sills

Porphyries: roche magmatique à grands cristaux de feldspath

Diabase: dolérite altérée

Tuff: accumulation de projections volcaniques de taille millimétrique (lapillis)

Agglomerate: accumulation de projections volcaniques à gros fragments (cm)

Rock type	Class	Group	Texture			
			Coarse	Medium	Fine	Very fine
SEDIMENTARY	Clastic		Conglomerates* (21 = 3) Breccias (19 = 5)	Sandstones 17 = 4	Siltstones 7 = 2 Greywackes (18 = 3)	Claystones 4 = 2 Shales (6 = 2) Marls (7 = 2)
		Carbonates	Crystalline Limestone (12 = 3)	Sparitic Limestones (10 = 2)	Micritic Limestones (9 = 2)	Dolomites (9 = 3)
	Non-Clastic	Evaporites		Gypsum 8 = 2	Anhydrite 12 = 2	
		Organic				Chalk 7 = 2
METAMORPHIC	Non Foliated		Marble 9 = 3	Hornfels (19 = 4) Metasandstone (19 = 3)	Quartzites 20 = 3	
	Slightly foliated		Migmatite (29 = 3)	Amphibolites 26 = 6		
	Foliated**		Gneiss 28 = 5	Schists 12 = 3	Phyllites (7 = 3)	Slates 7 = 4
IGNEOUS	Plutonic	Light	Granite 32 = 3 Granodiorite (29 = 3)	Diorite 25 = 5		
		Dark	Gabbro 27 = 3 Norite 20 = 5	Dolerite (16 = 5)		
	Hypabyssal		Porphyries (20 = 5)		Diabase (15 = 5)	Peridotite (25 = 5)
	Volcanic	Lava		Rhyolite (25 = 5) Andesite 25 = 5	Dacite (25 = 3) Basalt (25 = 3)	Obsidian (19 = 3)
		Pyroclastic	Agglomerate (19 = 3)	Breccia (19 = 5)	Tuff (13 = 5)	

* Conglomerates and breccias may present a wide range of m_i values depending on the nature of the cementing material and the degree of cementation, so they may range from values similar to sandstone to values used for fine grained sediments.

** These values are for intact rock specimens tested normal to bedding or foliation. The value of m_i will be significantly different if failure occurs along a weakness plane.

29

Partie 4

COMPORTEMENT MECANIQUE DES MASSIFS ROCHEUX

A. Comportement de la roche intacte

- à court terme
- à long terme

B. Comportement des discontinuités

C. Comportement global du massif

Comportement à long terme de la roche intacte

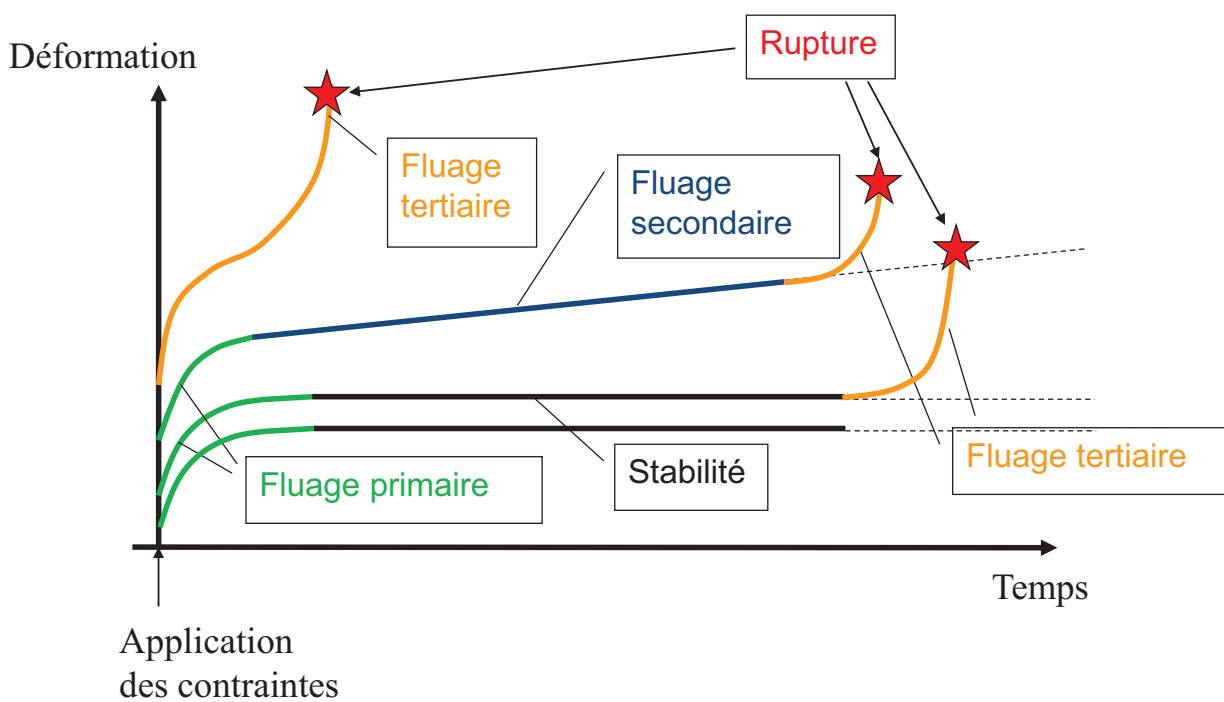


Fluage d'une plaque de calcaire lithographique
(photo André Lardon)

31

CARACTERISATION A LONG TERME

Essai de fluage : état de contrainte constant
Types de comportement

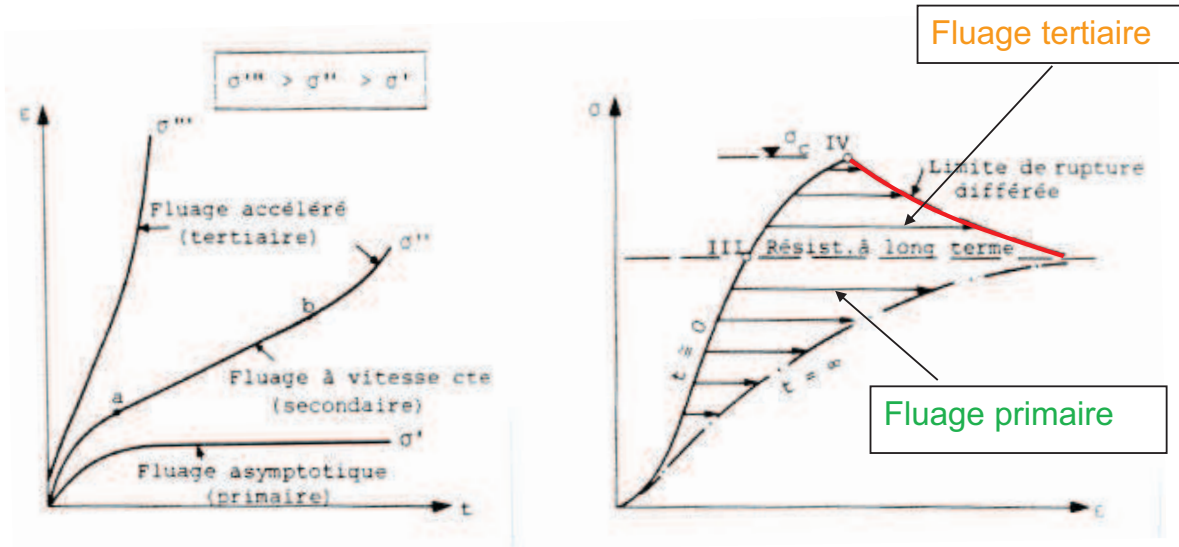


32

CARACTERISATION A LONG TERME

Essai de fluage - Types de comportement

(d'après Descoedres, 1989)



33

CARACTERISATION A LONG TERME

Fluage primaire et secondaire d'un calcaire en compression uniaxiale

(d'après Goodman, 1989)

$$\sigma_c = 70 \text{ Mpa} ; n = 17\%$$

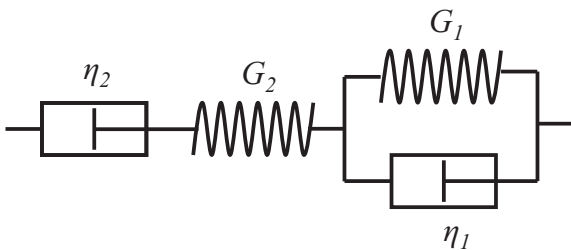
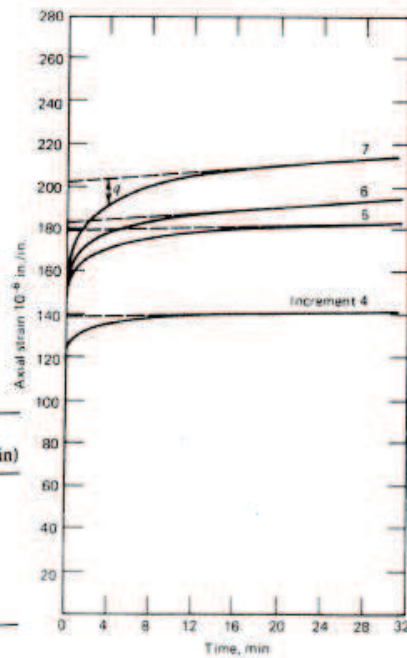


Table 6.4 Burgers Body Constants

Increment	Percent σ_c after Loading	K (10^6 psi)	G_1 (10^6 psi)	G_2 (10^6 psi)	η_1 (10^6 psi/min)	η_2 (10^6 psi/min)
1 and 2	39	3.7	Large	2.7	∞	∞
3	60	4.5	28.9	2.1	84	∞
4	67	3.8	23.0	2.5	71.8	2120
5	78	3.6	16.1	2.3	57.5	1630
6	83	4.0	13.6	2.2	46.1	640
7	91	4.5	7.8	2.0	28.9	620

$$1000 \text{ psi} = 6,9 \text{ Mpa} - 10^9 \text{ psi.mn} = 4.10^{14} \text{ Pa.s}$$

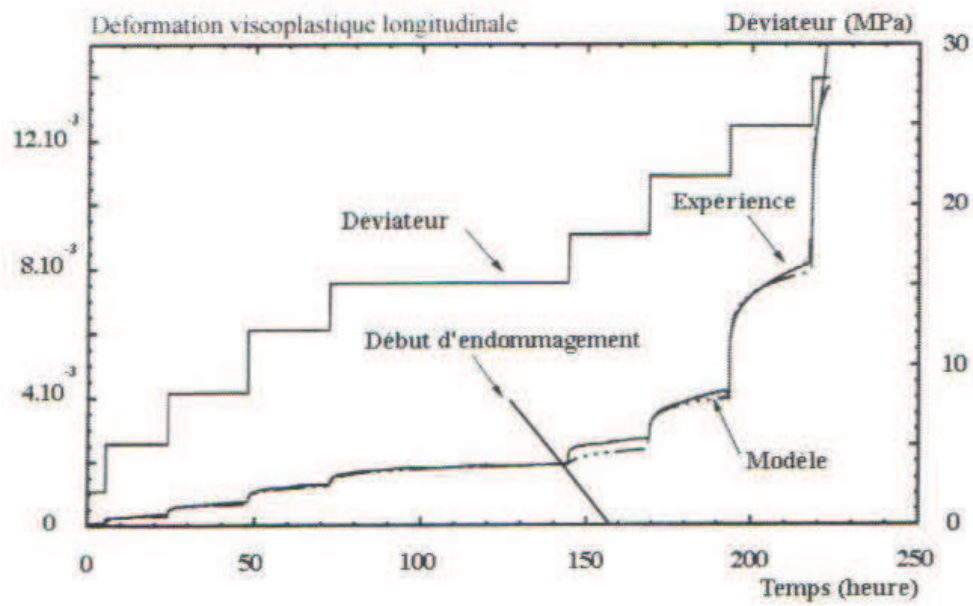


34

CARACTERISATION A LONG TERME

Fluage primaire et secondaire d'une argilite en compression triaxiale

(CFMR, 1999)

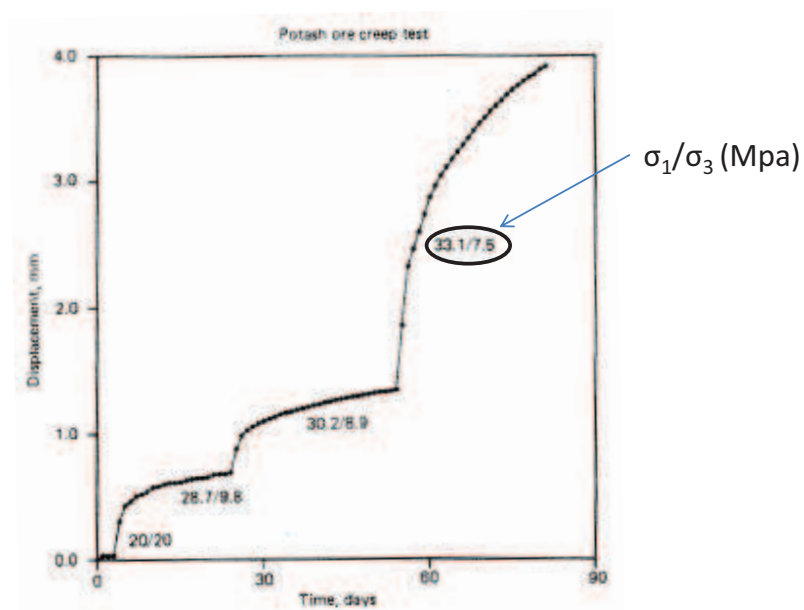


35

CARACTERISATION A LONG TERME

Fluage d'un minéral de potasse en compression triaxiale

(d'après Franklin et Dusseault, 1989)

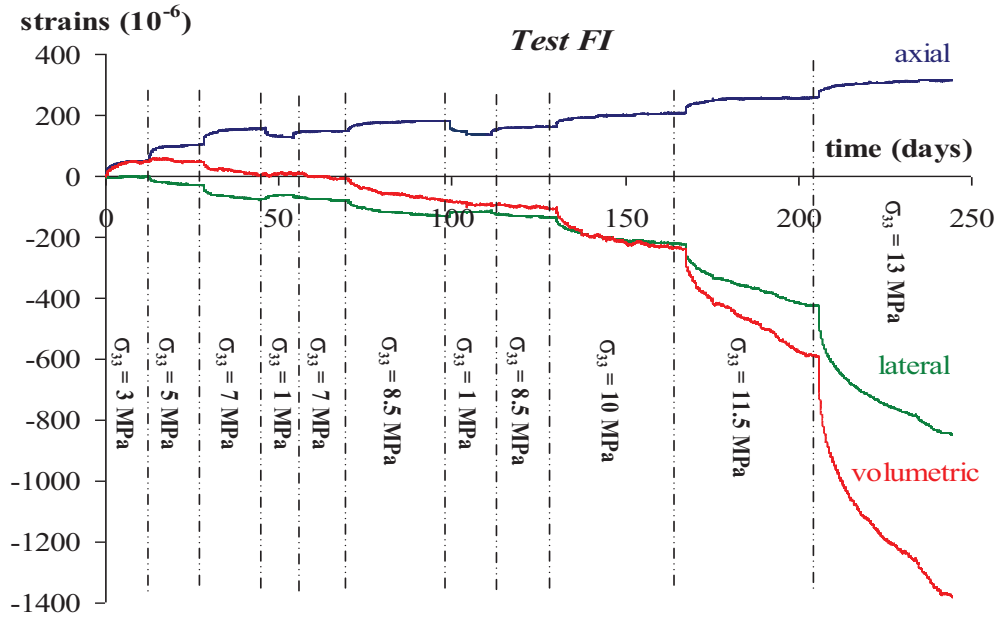


36

CARACTERISATION A LONG TERME

Fluage d'un calcaire en compression uniaxiale

(d'après Grgic et al., 2011)



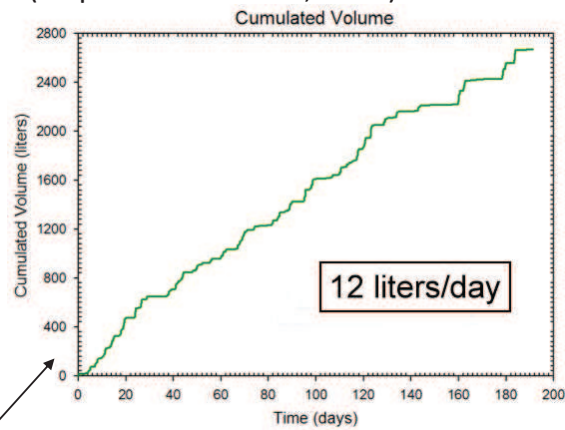
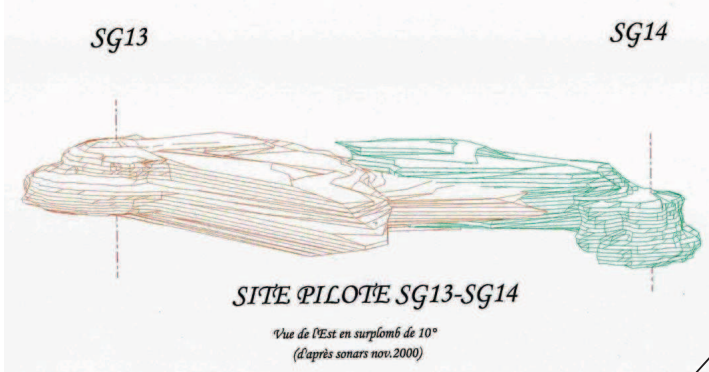
Evolution of the axial, lateral, and volumetric strains - uniaxial creep test on iron ore.
Calcaire oolithique ; porosité : 22% ; résistance à long terme : 15-17 Mpa ; condition saturée

37

CARACTERISATION A LONG TERME

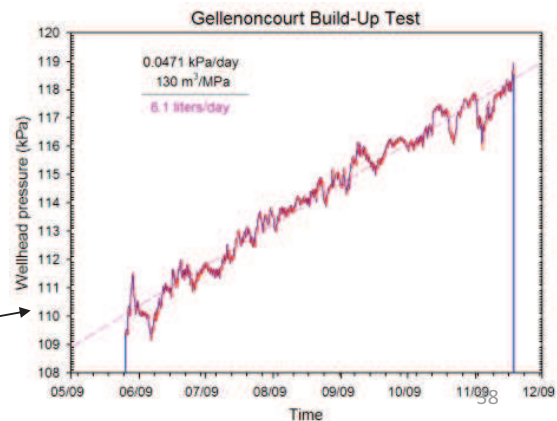
Comportement d'une caverne dans du sel (d'après Berest et al., 2011)

Vue 3D de la caverne (volume : 240 000 m³)



Cumulated expelled volume as a function of time during the brine outflow test.

Wellhead pressure evolution from May 2009 to November 2009 during the shut-in test.



CARACTERISATION A LONG TERME

Fluage de longue durée d'une poutre de granite en flexion

(d'après Ito, 1991)

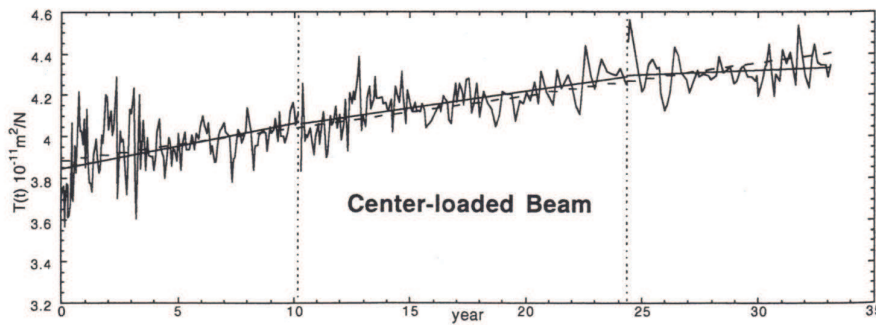


Figure 2 Experimental results for the center-loaded beam in the 1957-experiment.

RESULTS OF THE 1957-EXPERIMENT

For the test material, granite from Akasaka, Hiroshima Prefecture, Japan was employed and two test pieces with 215 cm length, 12.3 cm width and 6.8 cm thickness were made. They were each mounted freely on two blunt knife-edges placed 210 cm apart. One of these, called the unloaded beam, bends under its own weight of 46.6 kgf; the other, the center-loaded beam, bends under its own weight plus an extra center-load of 22.06 kgf. The maximum bending stress in the unloaded beam is 1.25 MPa and that in the center-loaded beam, 2.43 MPa. The mounting was done on August 7, 1957, and the next day the center-loaded beam received its center-load.

The deflection curve of the beam at the start ($t = 0$) is given by:

$$y = (1/E)X(x). \quad (3)$$

Since the deflection curve changes with time, we assume it to be:

$$y = T(t)X(x), \quad (4)$$

where $T(t)$ has the dimension of reciprocal Young's modulus and $T(0) = 1/E$. If the beam is assumed to be the Maxwell liquid mentioned above, $T(t)$ is given by:

$$T(t) = 1/E + t/3\eta, \quad (5)$$

where η is the viscosity with secondary creep [1].

39

CARACTERISATION A LONG TERME

Fluage de longue durée d'une poutre de granite en flexion

(d'après Ito, 1991)

Table 1. Young's modulus and viscosity

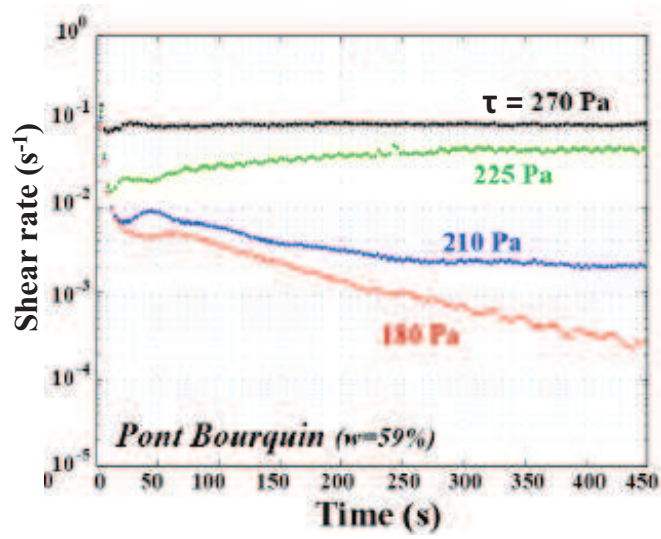
Test-piece	Maximum bending stress (MPa)	Young's modulus for		Time to accomplish delayed elasticity (day)	Viscosity (Pa s)	Period of calculation for viscosity (year)
		initial / final elastic deformation (GPa)	(GPa)			
Large granite						
Unloaded beam	1.25	27	28	—	3.5×10^{19}	0 - 33.1
Center-loaded beam	2.43	29	26	—	6.8×10^{19}	0 - 33.1
1980-loaded beam	2.28	35	31	100	6.7×10^{19}	0.3 - 9.8
Small granite						
No.10	1.89	35	28	250	3.5×10^{19}	3.9 - 14.2
No.11	1.91	41	28	200	7.5×10^{19}	0.6 - 14.2
No.14	1.91	41	31	200	—	
Gabbro						
No.6	2.00	103	71	250	4.0×10^{20}	2.0 - 13.6
No.15	2.00	111	95	300	1.0×10^{21}	1.6 - 14.2
No.16	2.02	89	82	300	9.9×10^{19}	2.0 - 14.2

40

CARACTERISATION A LONG TERME

Essai au rhéomètre sur une argile

(Carrière et al., 2015)



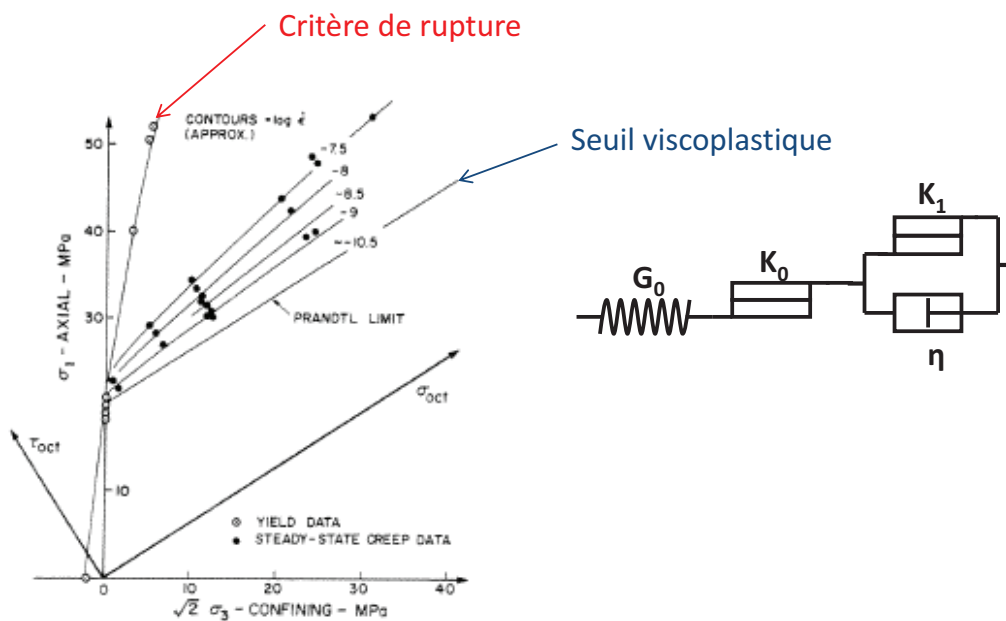
Seuil visco-plastique

41

CARACTERISATION A LONG TERME

Taux de déformation en fonction des contraintes pour une roche saline

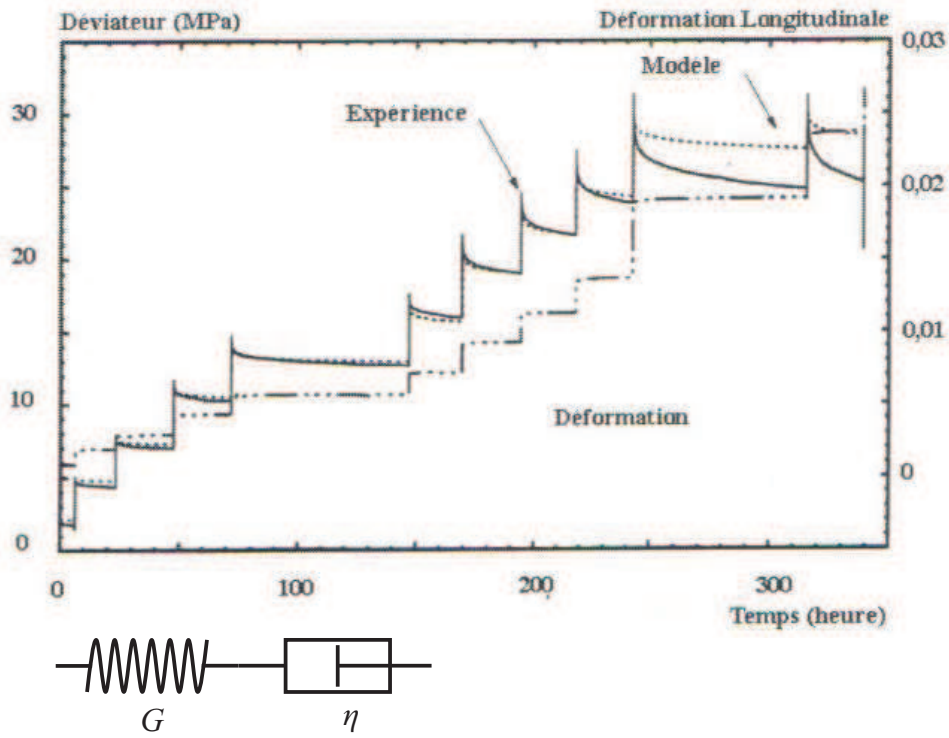
(d'après Franklin et Dusseault, 1989)



42

CARACTERISATION A LONG TERME

Essais de relaxation : déformation constante
Relaxation d'une argilite en compression triaxiale
(CFMR, 1999)



43

CARACTERISATION A LONG TERME

Essais à vitesse de déformation constante
(d'après Franklin et Dusseault, 1989)

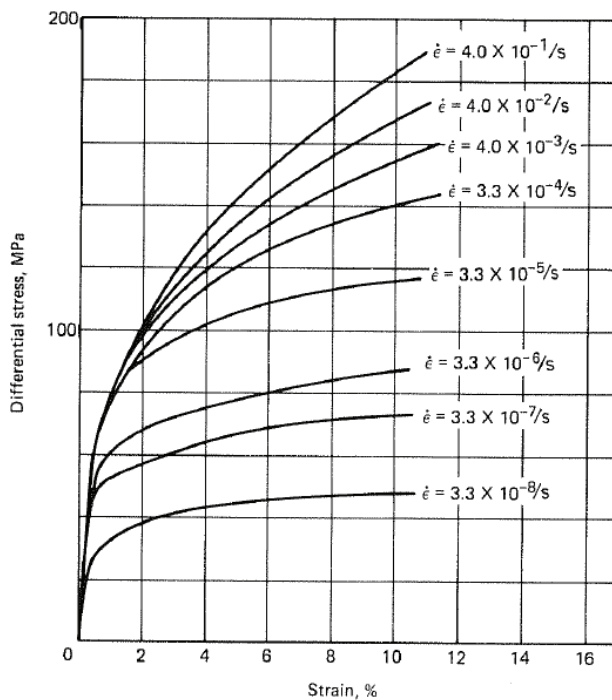


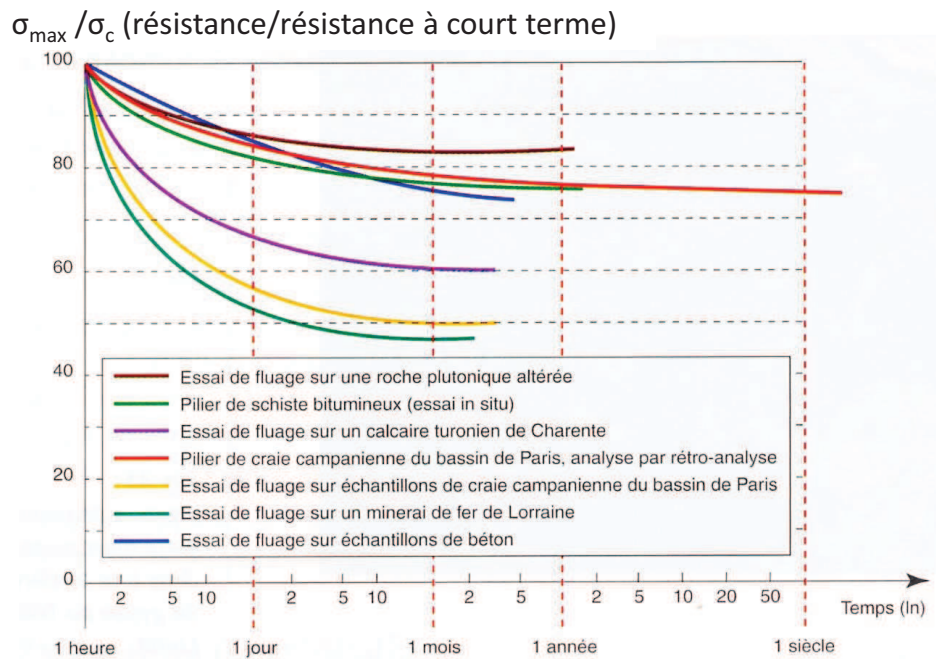
Figure 10.3 Stress-strain curves for Yule marble specimens under triaxial confinement at 500°C and at various slow strain rates. (Heard, 1963.)

44

CARACTERISATION A LONG TERME

Fluage tertiaire

Résistance en fonction de la durée de l'essai
(l'asymptote donne la résistance à long terme)



45

Partie 4

COMPORTEMENT MECANIQUE DES MASSIFS ROCHEUX

A. Comportement de la roche intacte

B. Comportement des discontinuités

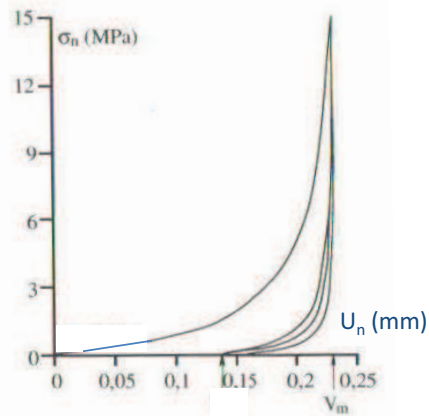
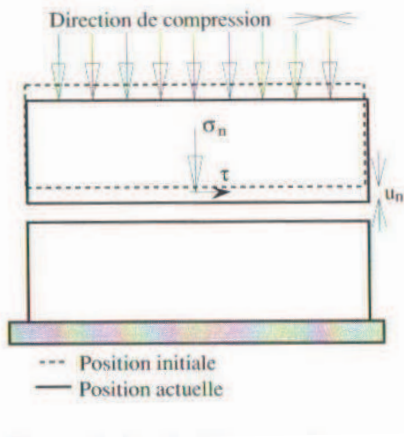
- Compression normale
- Cisaillement direct
- Loi de comportement

C. Comportement global du massif

46

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Compression normale



Courbe contrainte normale – fermeture normale d'un joint de granite

$$\sigma_n = k_{ni} V_m \frac{u_n}{V_m - u_n} \quad (\text{Bandis et al., 1983})$$

V_m : fermeture maximale du joint

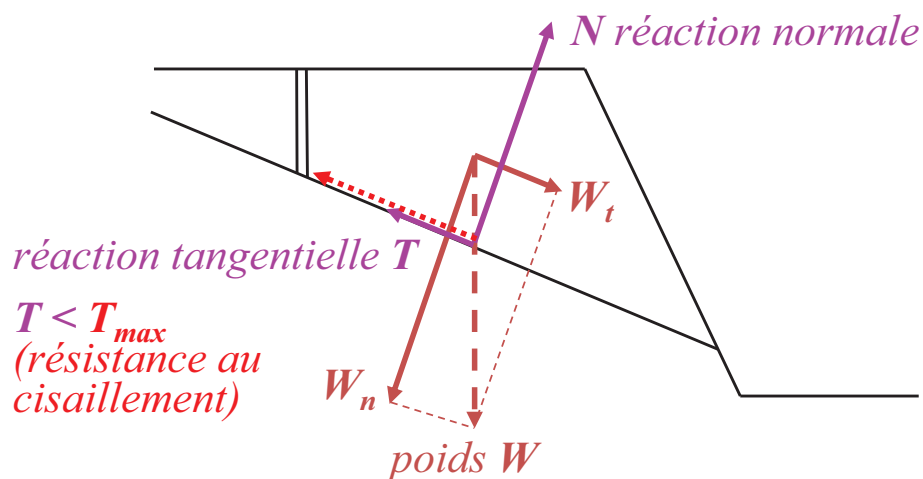
k_{ni} : raideur normale initiale (pente initiale de la courbe)

Si $u_n \ll V_m$, $\sigma_n \approx k_{ni} u_n$

47

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Caractéristiques sollicitées dans les glissements de terrain



La **résistance au cisaillement** d'une surface de glissement peut être déterminée à partir d'un **essai de cisaillement direct**.

48

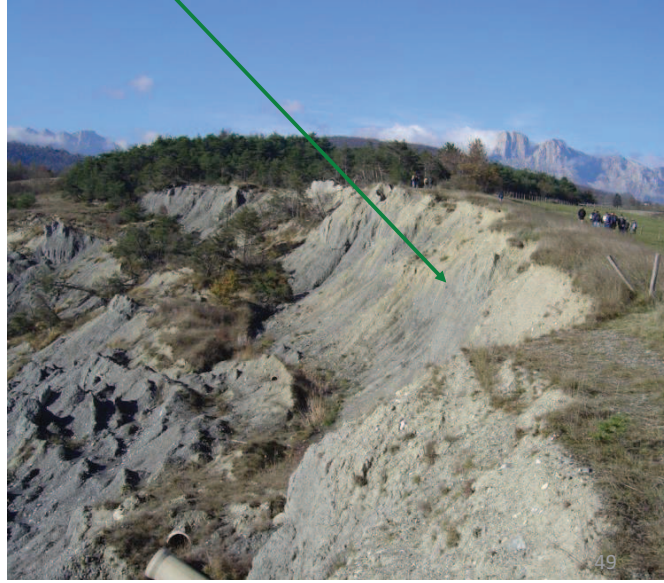
CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Types de surface de glissement



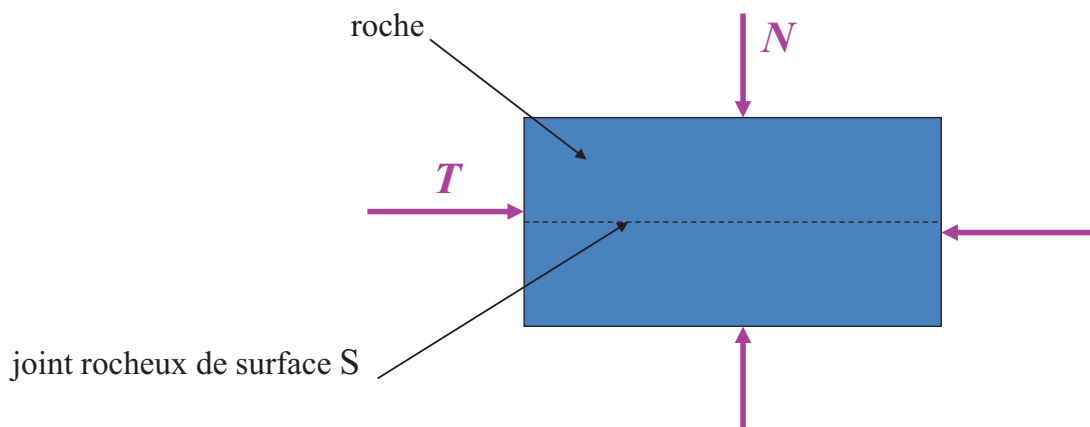
Roche : la surface de rupture emprunte essentiellement des **discontinuités préexistantes** (ici des diaclases dans la falaise de Comboire)

Sol : le glissement ne se produit pas sur une surface préexistante, mais **dans le sol lui-même**, que l'on peut considérer comme initialement continu (ici de l'argile dans le Trièves)



CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Essai de cisaillement direct - principe

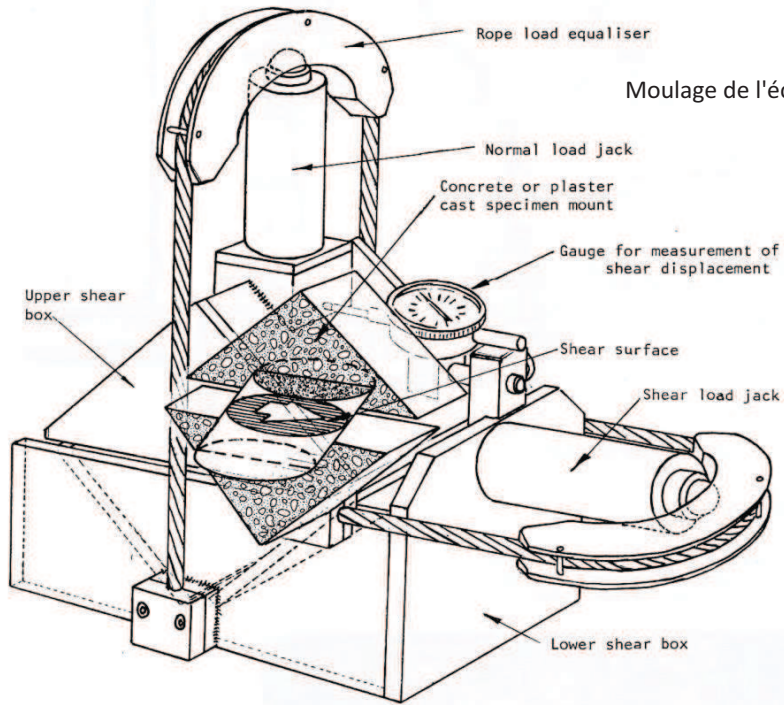


N : force normale au joint \implies Contrainte normale : $\sigma = N/S$

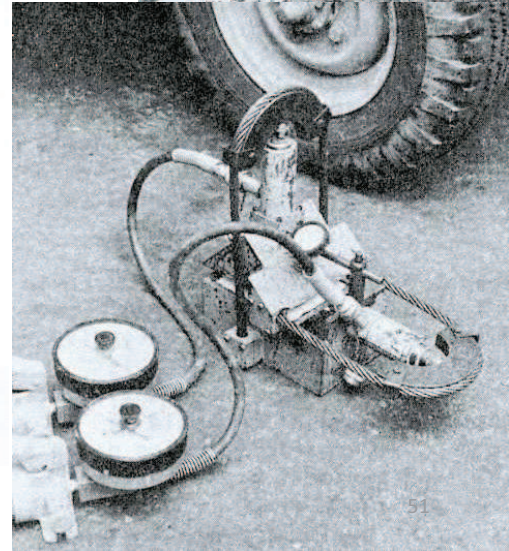
T : force tangentielle \implies Contrainte tangentielle : $\tau = T/S$

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Boîte de cisaillement transportable



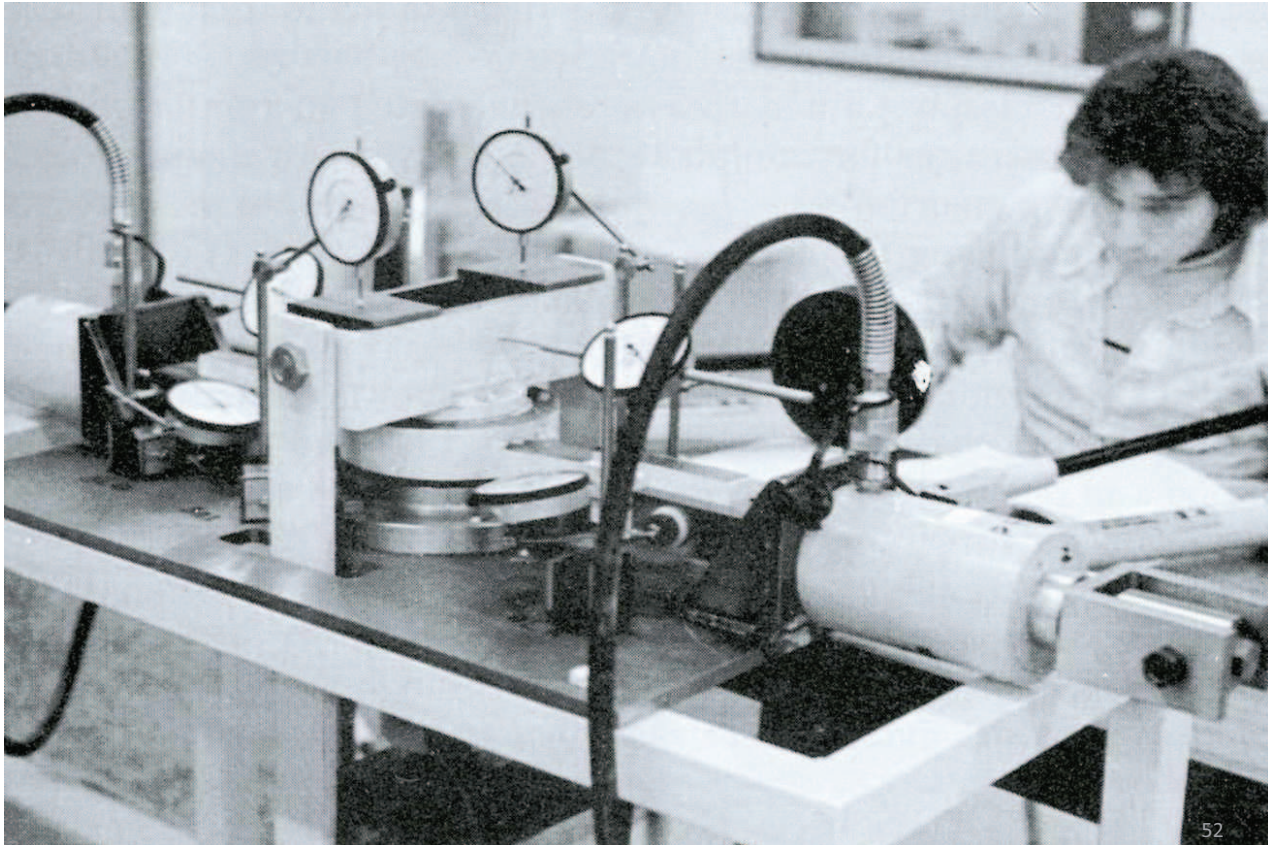
Moulage de l'échantillon



(extrait de Hoek et Bray, 1977, *Rock Slope Engineering*, The Institution of Mining and Metallurgy)

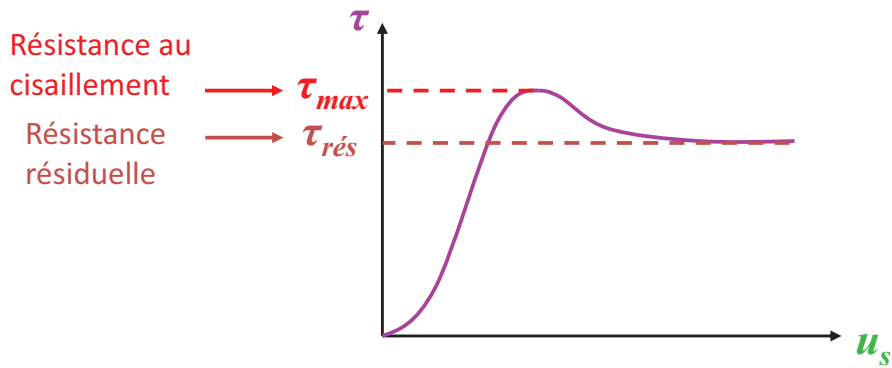
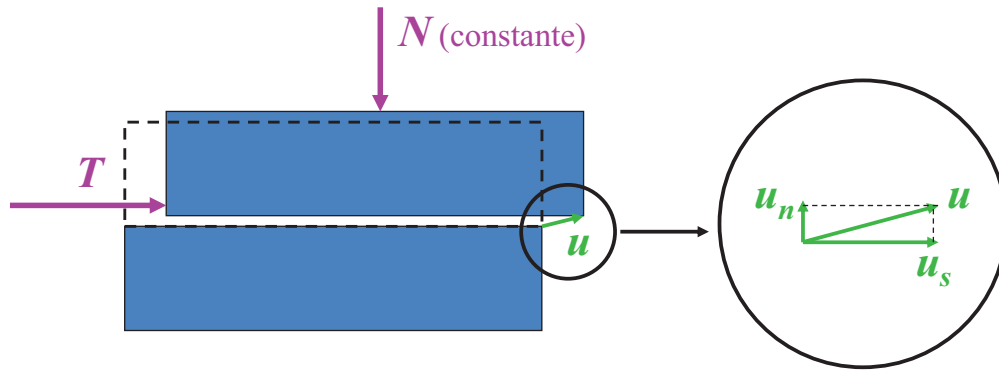
CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Boîte de cisaillement de laboratoire (photo Franklin, 1985)



CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

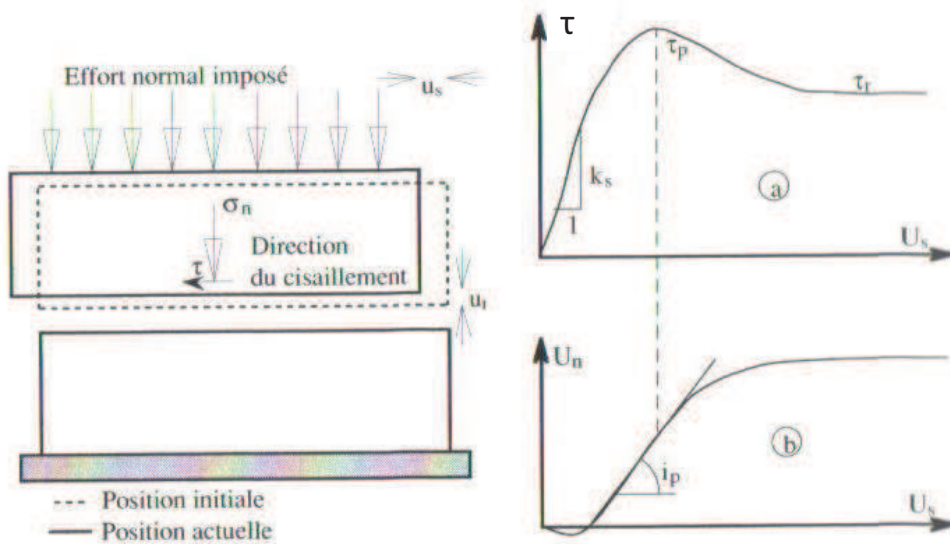
Essai de cisaillement direct



53

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Essai de cisaillement direct

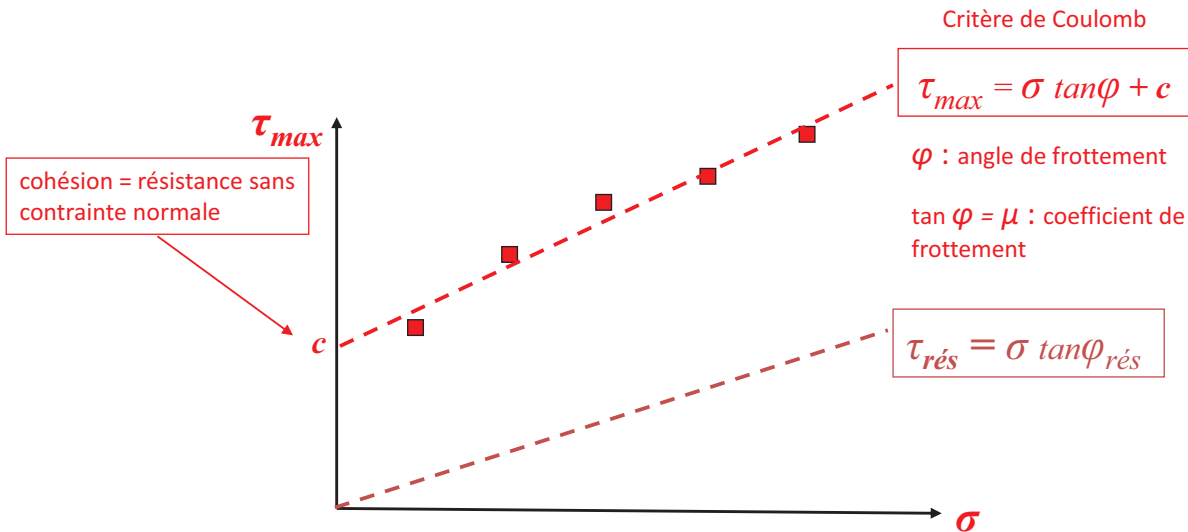


k_s : raideur tangentielle
 i_p : angle de dilataance

54

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Critère de résistance au cisaillement



La résistance au cisaillement des sols est bien représentée par le critère de Coulomb.

Celle des joints rocheux suit plutôt une loi non linéaire. Cependant, le critère de Coulomb peut être utilisé localement comme approximation linéaire, ainsi que comme critère résiduel ou caractérisant des surfaces lisses.

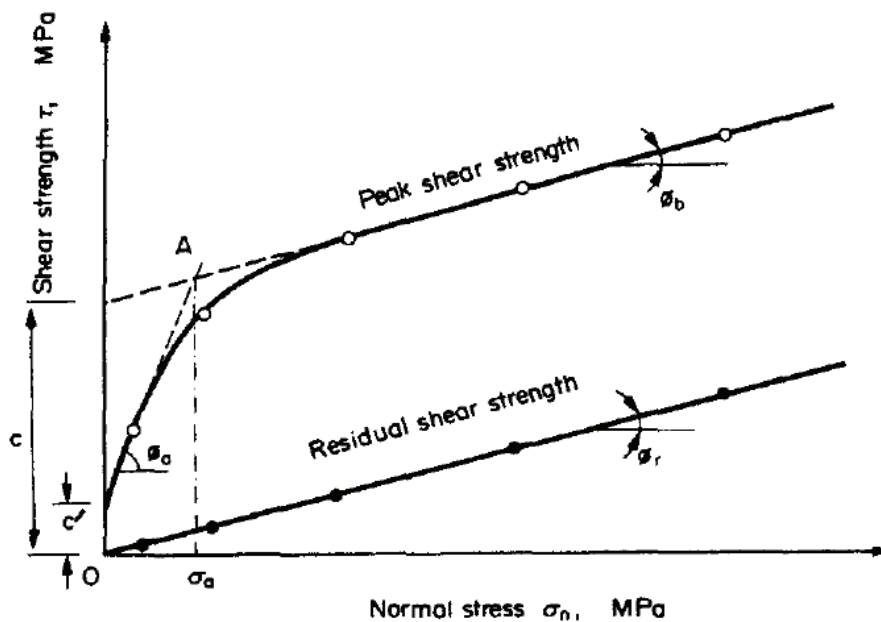
La SIMR recommande de réaliser au moins 5 essais sur la même discontinuité.

55

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Critère de résistance au cisaillement

Dans ce cas la résistance peut être décrite par 2 critères de Coulomb correspondant à des plages de contrainte différentes



(Int. Society for Rock Mechanics, 1974)

56

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

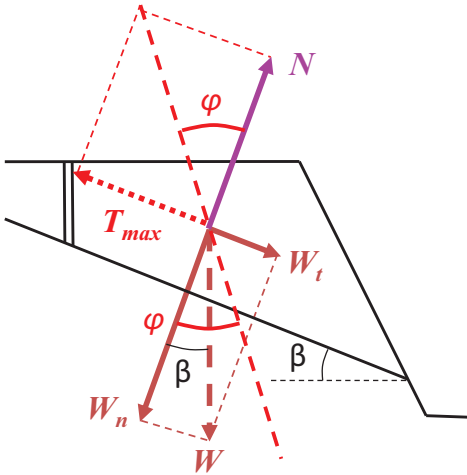
Signification physique de l'angle de frottement dans le cas d'un plan de glissement sans cohésion

$$\tau_{max} = \sigma \tan\varphi \iff T_{max} = N \tan\varphi = W_n \tan\varphi = W \cos\beta \tan\varphi$$

Stabilité

$$W_t = W \sin\beta < T_{max}$$

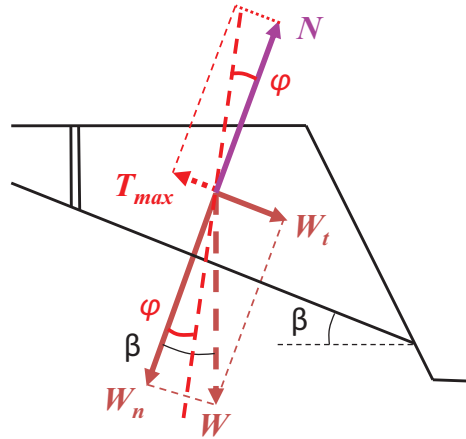
$$\beta < \varphi$$



Glissement

$$W_t = W \sin\beta > T_{max}$$

$$\beta > \varphi$$



57

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Valeurs typiques d'angle de frottement

Surfaces rocheuses lisses sciées (d'après Wyllie et Mah, 2004)

Frottement faible : 20-27° (*micaschiste, argilite, marne*)

Frottement moyen : 27-34° (*grès, siltite, craie, gneiss, ardoise*)

Frottement fort : 34-40° (*basalte, granite, calcaire, conglomérat*)

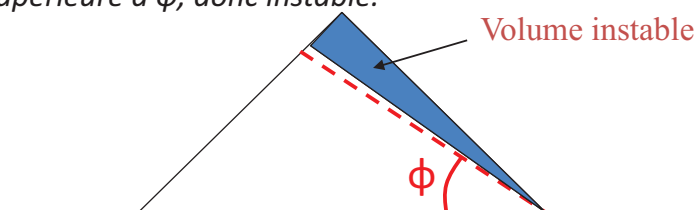
Joints remplis d'argile (d'après Wyllie et Mah, 2004) :

5° – 25° (*cohésion de 0 à 400 kPa*)

Sable (d'après Schlosser) : 30° – 45°

Signification physique de l'angle de frottement dans le cas d'un matériau pulvérulent (sans cohésion)

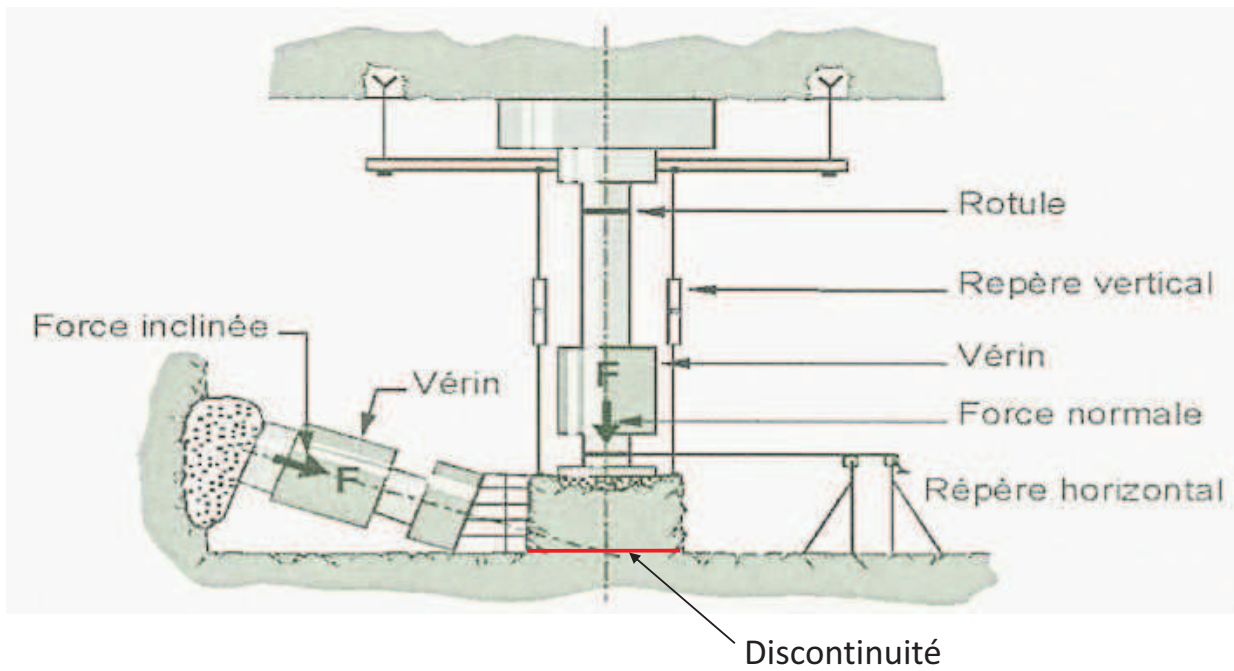
Pour un sol pulvérulent, l'angle de frottement est égal à l'angle de talus naturel. En effet, dans un talus d'angle supérieur à φ , il existe un plan de glissement d'inclinaison supérieure à φ , donc instable.



58

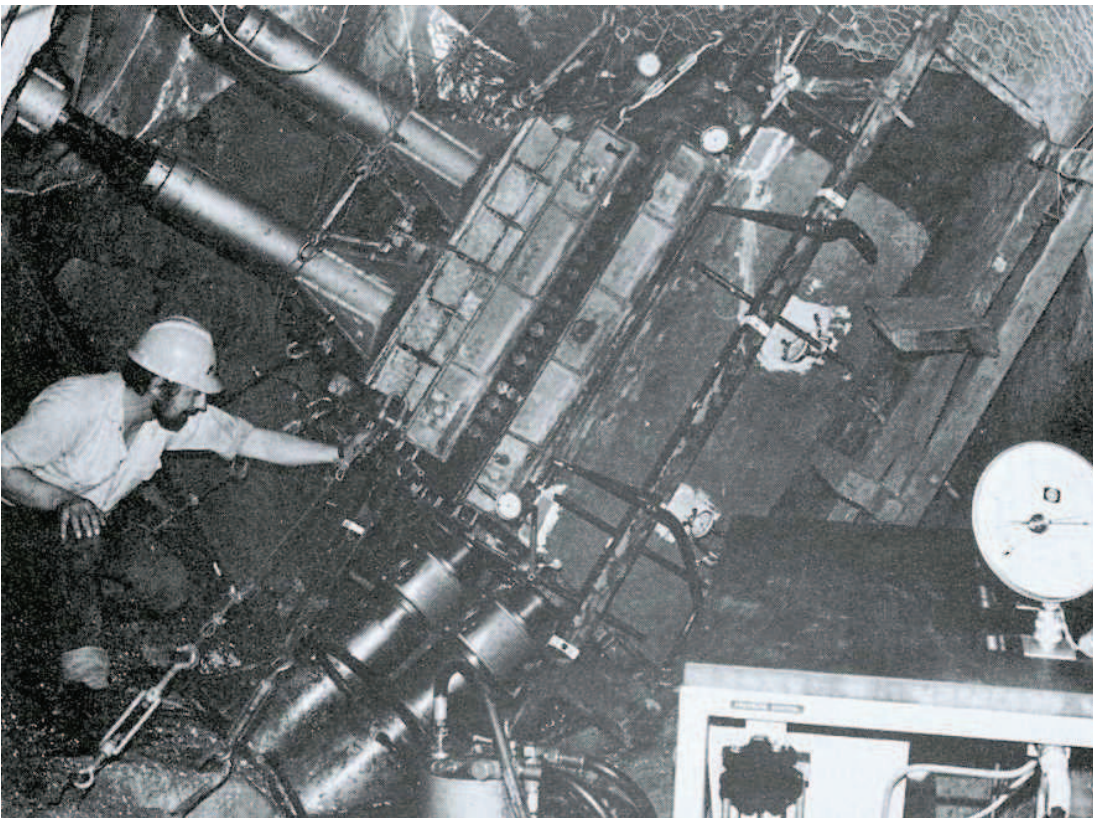
CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Essai de cisaillement direct sur bloc en place



59

Essai de cisaillement direct sur bloc en place



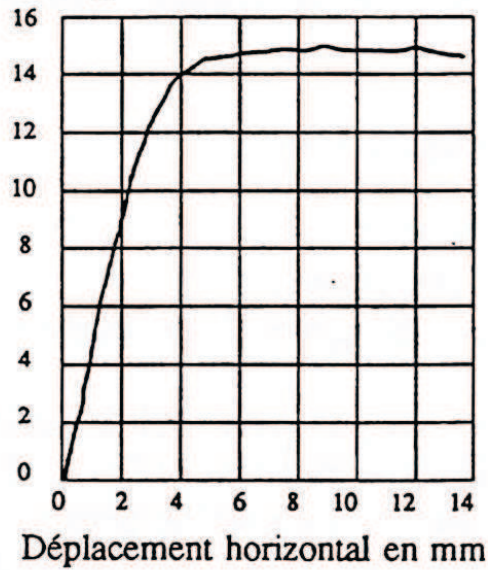
Essai de cisaillement de joint de stratification pour l'étude d'une pente dominant un lac de barrage en Grèce (Franklin et al., 1974)

60

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

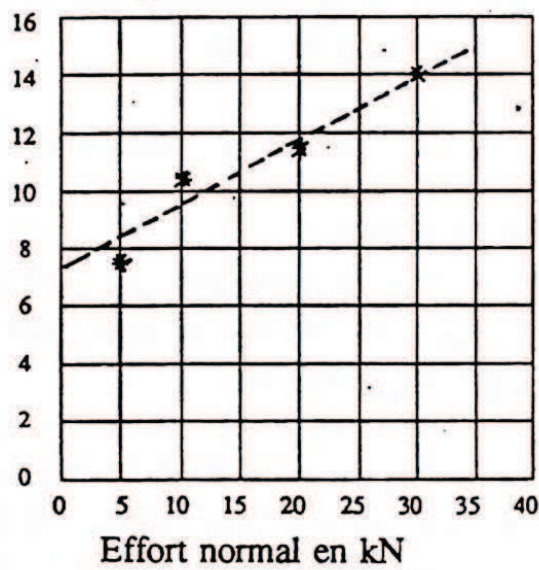
Résultats d'essais de cisaillement en place de joints de stratification
(extrait de *Fine, le soutènement des galeries minières, Armines, 1993*)

Effort tangentiel en kN



Courbe caractéristique d'un essai
(effort normal 30 kN)

Effort tangentiel en kN



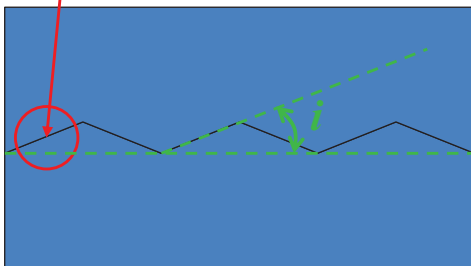
Synthèse de 4 essais

61

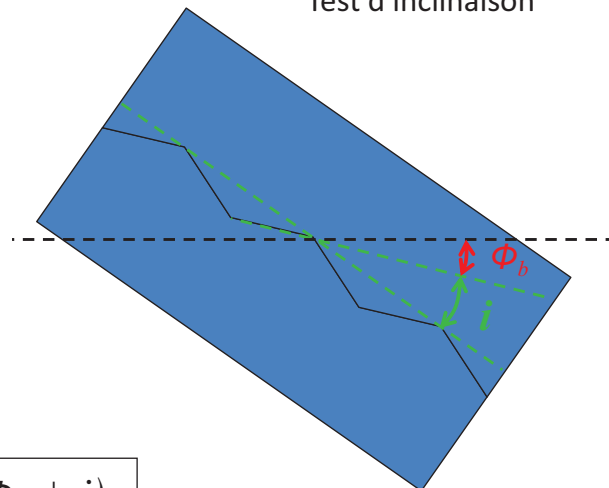
CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Modèle de joint rocheux sans cohésion à indentation régulière

Surface lisse d'angle
de frottement Φ_b



Test d'inclinaison



$$\text{Critère de rupture : } \tau_{max} = \sigma \tan(\Phi_b + i)$$

Critère de Patton:

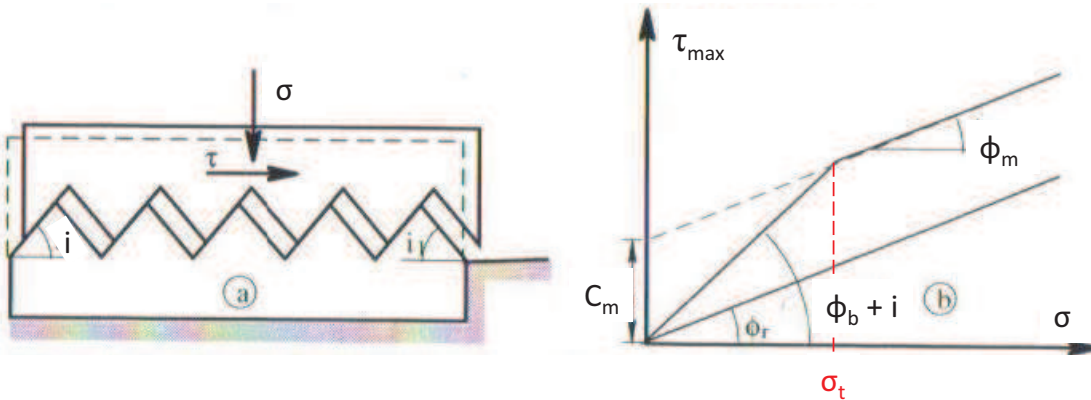
Si $\sigma < \sigma_t$: $\tau_{max} = \sigma \tan(\Phi_b + i)$ avec σ_t contrainte de transition

Si $\sigma > \sigma_t$: $\tau_{max} = c_m + \sigma \tan \Phi_m$ avec c_m et Φ_m paramètres de la matrice rocheuse

62

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Critère de Patton



Si $\sigma < \sigma_t$: $\tau_{max} = \sigma \tan(\Phi_b + i)$ avec σ_t contrainte de transition

Si $\sigma > \sigma_t$: $\tau_{max} = c_m + \sigma \tan \Phi_m$ avec c_m et Φ_m paramètres de la matrice rocheuse

63

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Joint rocheux sans cohésion à indentation irrégulière Critère de Ladanyi et Archambault

Le glissement a tendance à se produire sur les facettes les plus inclinées par rapport au plan moyen. Si les contraintes moyennes sont suffisamment faibles, il se produit effectivement sur ces facettes ; l'angle de frottement est donc très élevé (il peut dépasser 70°). Mais si les contraintes moyennes sont plus fortes, la concentration de contrainte sur les facettes les plus inclinées entraîne une rupture de celles-ci (d'où une cohésion apparente du joint) et le glissement se produit sur des facettes moins inclinées (d'où un angle de frottement et un angle de dilataance plus faibles).

La proportion d'aspérités cisailées a_s et l'angle de dilataance au pic i_p sont donnés, en fonction de la contrainte normale σ , par les relations de **Ladanyi et Archambault** (1970, 1972):

$$a_s = 1 - (1 - \sigma / \sigma_t)^{k_1} \text{ et } \tan i_p = (1 - \sigma / \sigma_t)^{k_2} \tan i_0$$

avec $k_1=1,5$ et $k_2=4$ deux constantes, i_0 la dilataance sous contrainte normale nulle et σ_t la contrainte de transition.

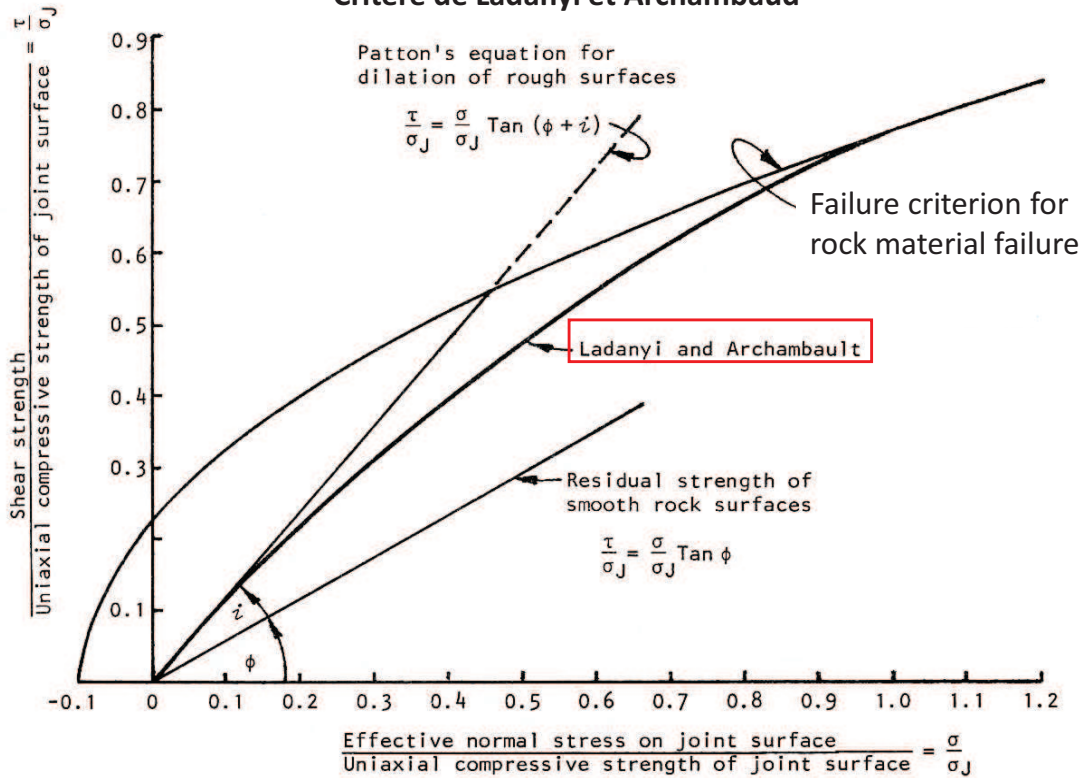
Ladanyi et Archambault ont proposé un critère qui assure une transition entre l'angle de frottement ($\Phi_b + i_0$) correspondant aux faibles contraintes et la résistance de la matrice rocheuse (τ_r), atteinte lorsque σ tend vers σ_t .

$$\tau_{max} = \frac{\sigma(1 - a_s)(\tan i_p + \tan \phi_b) + a_s \tau_r}{1 - (1 - a_s) \tan i_p \tan \phi_b}$$

τ_r peut être donnée par le critère de Mohr-Coulomb ou par un autre critère.

64

Joint rocheux sans cohésion à indentation irrégulière Critère de Ladanyi et Archambault



65

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Joint rocheux sans cohésion à indentation irrégulière

Critère d'Amadei et Saeb (1990)

(simplification du critère de **Ladanyi et Archambault**)

$$\tau_{\max} = \sigma (1 - a_s) \tan(\phi_b + i_p) + a_s \tau_m$$

avec τ_m la résistance au cisaillement de la matrice rocheuse constituant les aspérités (donnée, par exemple, par le critère de Mohr-Coulomb).

$$a_s = 1 - (1 - \sigma / \sigma_t)^{k_1} \text{ et } \tan i_p = (1 - \sigma / \sigma_t)^{k_2} \tan i_0$$

avec $k_1=1,5$ et $k_2=4$ deux constantes, i_0 la dilatance sous contrainte normale nulle et σ_t la contrainte de transition.

66

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Joint rocheux sans cohésion à indentation irrégulière

Critère de Barton (1973)

Barton a proposé un critère plus pratique, faisant intervenir deux paramètres pouvant être déterminés facilement in situ : le Joint Roughness Coefficient (JRC) et le Joint Compressive Strength (JCS).

$$\tau_{\max} = \sigma \tan [\phi_b + \text{JRC} \log (\text{JCS} / \sigma)]$$

Domaine de validité

$$\phi_b + \text{JRC} \log (\text{JCS} / \sigma) < 70^\circ$$

$$0,01 < \sigma/\text{JCS} < 0,3$$

Avec une pression d'eau dans le joint, c'est la contrainte normale effective σ' qui intervient :

$$\tau_{\max} = \sigma' \tan [\phi_b + \text{JRC} \log (\text{JCS} / \sigma')]$$

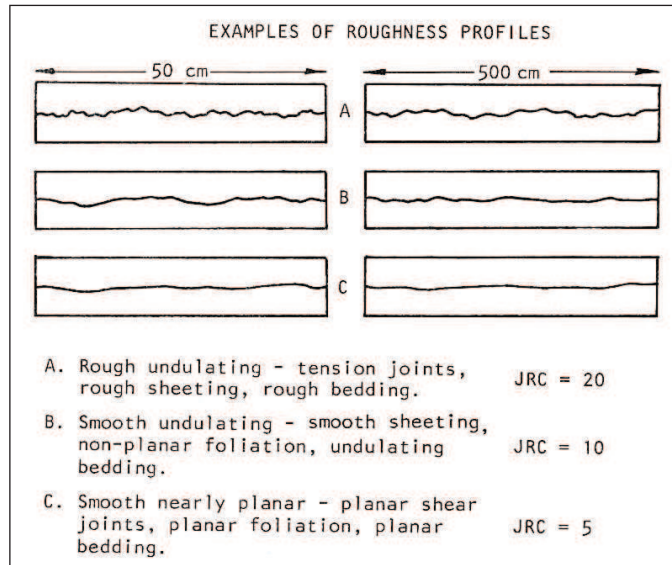
Effet d'échelle (Barton et Bandis, 1983)

$$\text{JRC}_n = \text{JRC}_0 (L_n/L_0)^{-0,02\text{JRC}_0}$$

$$\text{JCS}_n = \text{JCS}_0 (L_n/L_0)^{-0,03\text{JRC}_0}$$

L_0 : longueur utilisée pour mesurer JRC

L_n : longueur de la surface de glissement étudiée

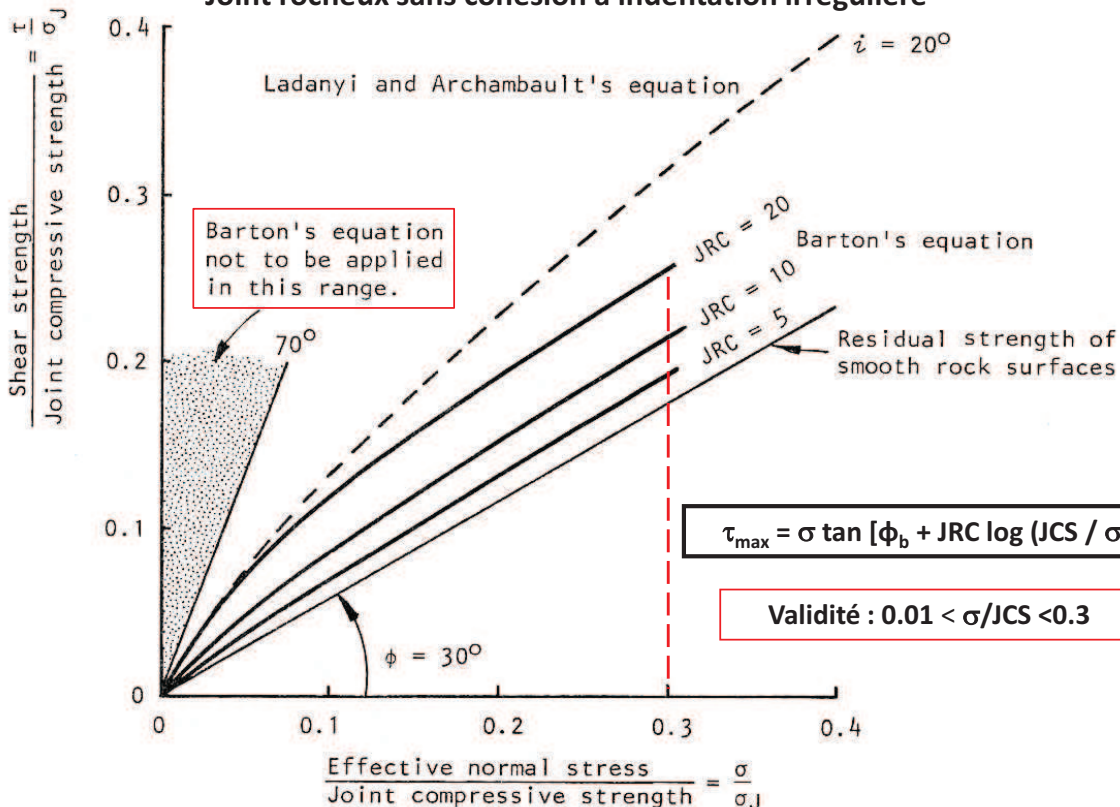


(extrait de Hoek et Bray, 1977, Rock Slope Engineering, The Institution of Mining and Metallurgy)

67

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Joint rocheux sans cohésion à indentation irrégulière



(extrait de Hoek et Bray, 1977, Rock Slope Engineering, The Institution of Mining and Metallurgy)

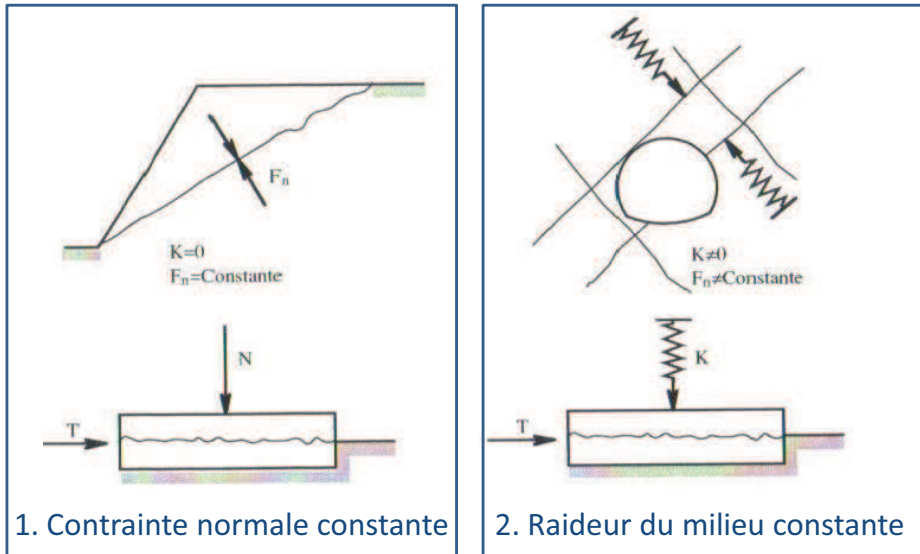
68

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Types de sollicitation

Exemples de chemins de chargement :

Essais correspondants :



3. Volume constant (= déplacement normal constant)

69

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Modèle de joint élastoplastique

Formulation générale

$$\dot{\sigma} = D \dot{u} \quad \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n \\ \dot{\sigma}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{nn} & k_{ns} \\ k_{sn} & k_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_n \\ \dot{u}_s \end{bmatrix}$$

$\dot{\sigma}$: incrément ou vitesse du vecteur contrainte normale (n) ou tangentielle (s)

\dot{u} : incrément ou vitesse du déplacement relatif entre les épontes

D : matrice constitutive du joint

k_{nn} : raideur normale ; k_{ss} : raideur tangentielle

k_{ns} , k_{sn} : raideurs couplées

Les raideurs dépendent de l'état du joint et de la sollicitation

70

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Modèle de joint élastoplastique



On admet généralement que les raideurs couplées sont nulles :

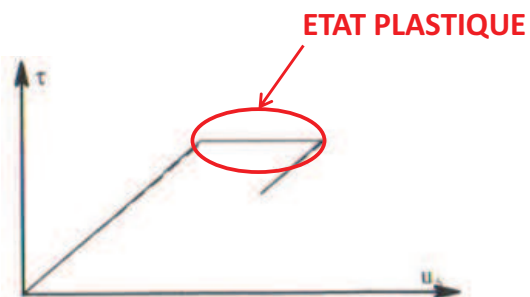
$$\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n \\ \dot{\sigma}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{nn} & 0 \\ 0 & k_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_n \\ \dot{u}_s \end{bmatrix}$$

La raideur normale est généralement très supérieure à la raideur tangentielle
 k_{nn} et k_{ss} ne sont pas forcément constantes

71

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Modèle de joint élastoplastique



Etat plastique sans dilatance :

$$\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n \\ \dot{\sigma}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{nn} & 0 \\ 0 & k_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_n \\ \dot{u}_s \end{bmatrix}$$

(dans le cas d'un comportement élastoplastique parfait, $k_{nn} = k_{ss} = 0$)

Etat plastique avec dilatance :

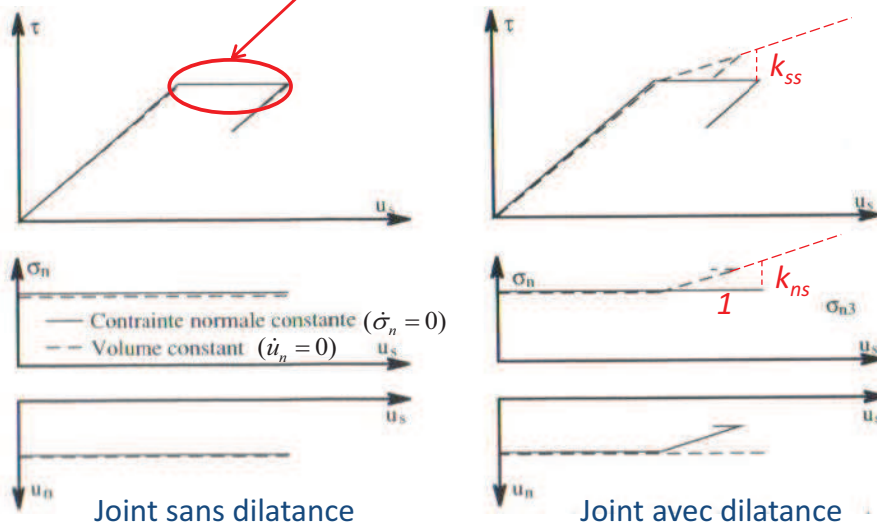
$$\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n \\ \dot{\sigma}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{nn} & k_{ns} \\ k_{sn} & k_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_n \\ \dot{u}_s \end{bmatrix}$$

72

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Modèle de joint élastoplastique parfait

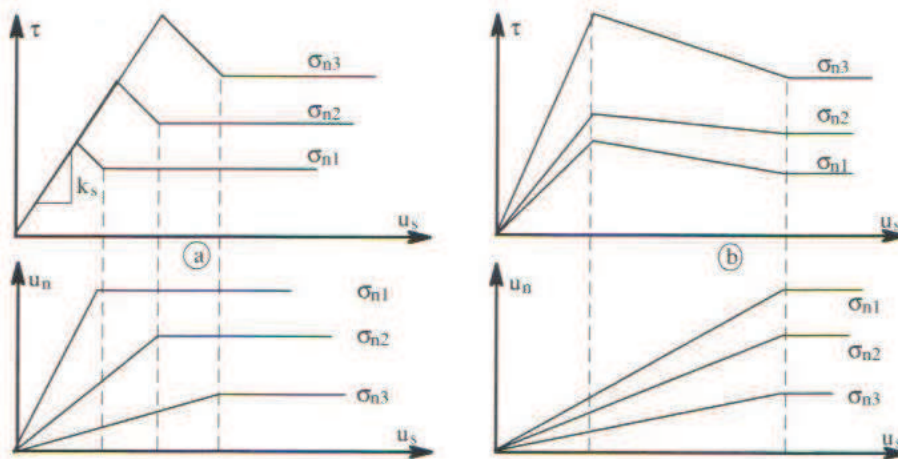
ETAT PLASTIQUE



73

CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Modèle de joint élastoplastique radoucissant



$$\begin{cases} \sigma_s = k_s u_s & \text{si } u_s < u_p \\ \sigma_s = \frac{\tau_p - \tau_r}{u_p - u_r} u_s + \frac{u_p \tau_r - u_r \tau_p}{u_p - u_r} & \text{si } u_p \leq u_s \leq u_r \\ \sigma_s = \tau_r & \text{si } u_s > u_r \end{cases}$$

p : pic
r : résiduel

74

Écoulement dans un joint

Pour les écoulements naturels, on considère généralement un régime laminaire. Si les épontes sont lisses, la vitesse dans une fracture continue, d'épaisseur e , est :

$$V = \frac{ge^2i}{12\nu} \quad \text{ou} \quad V = \frac{\rho ge^2i}{12\eta}$$

i : gradient hydraulique

ν : viscosité cinématique du fluide [$m^2.s^{-1}$]

ρ : masse volumique du fluide

η : viscosité dynamique du fluide [$Pa.s$]

$(ge^2/12\nu)$ est la conductivité hydraulique (ou perméabilité) de la fracture

Le débit traversant une largeur unitaire de fracture d'épaisseur e est donc :

$$Q = \frac{ge^3i}{12\nu}$$

Écoulement dans un joint

Si les épontes sont rugueuses :

$$Q = \frac{ge^3i}{12\nu C}$$

$C = 1$ pour $h/2e < 0,033$

$C = 1 + 8,8 (h/2e)^{1,5}$ pour $h/2e > 0,033$

h : hauteur des aspérités

Si la fracture comporte des surfaces de contact ou des ponts rocheux :

$$Q = \frac{\tau ge^3i}{12\nu C}$$

τ : rapport entre la surface de fracture accessible à l'écoulement et la surface totale

COMPORTEMENT MECANIQUE DES MASSIFS ROCHEUX

A. Comportement de la roche intacte

B. Comportement des discontinuités

C. Comportement global du massif

- Modélisation géométrique
- Critère de rupture
- Propriétés élastiques

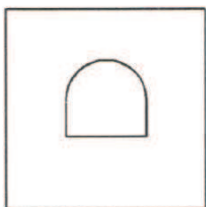
77

COMPORTEMENT GLOBAL DU MASSIF ROCHEUX

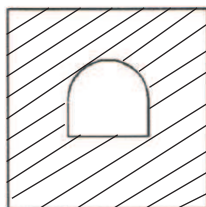
Modélisation géométrique

Le choix du modèle dépend de la fracturation du massif et de la taille de la zone d'intérêt.

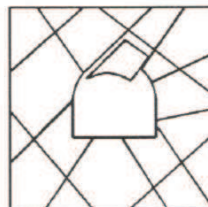
Cas d'un tunnel



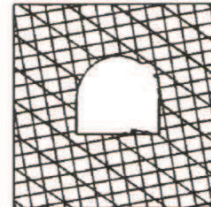
Milieu continu
(roche massive)



Milieu stratifié
(1 famille de joints)



Milieu fracturé
(2 ou 3 familles de joints, faible densité)



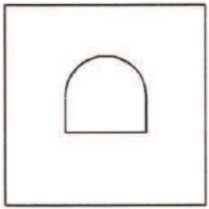
Milieu continu équivalent
(forte densité de fracturation)

78

COMPORTEMENT GLOBAL DU MASSIF ROCHEUX

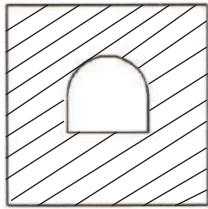
Modélisation mécanique

Propriétés mécaniques



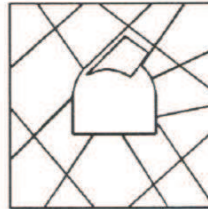
Milieu continu

Propriétés de la matrice rocheuse



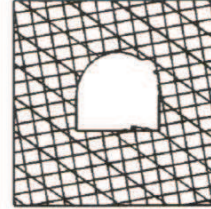
Milieu stratifié

Propriétés des joints et de la matrice rocheuse



Milieu fracturé

Propriétés des joints (et de la matrice rocheuse)

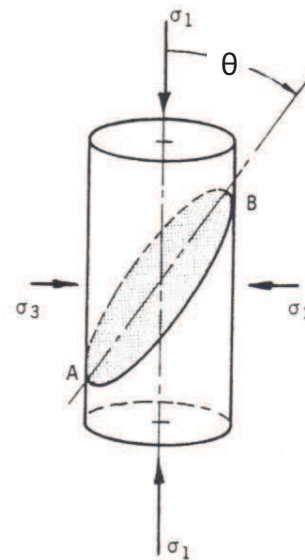
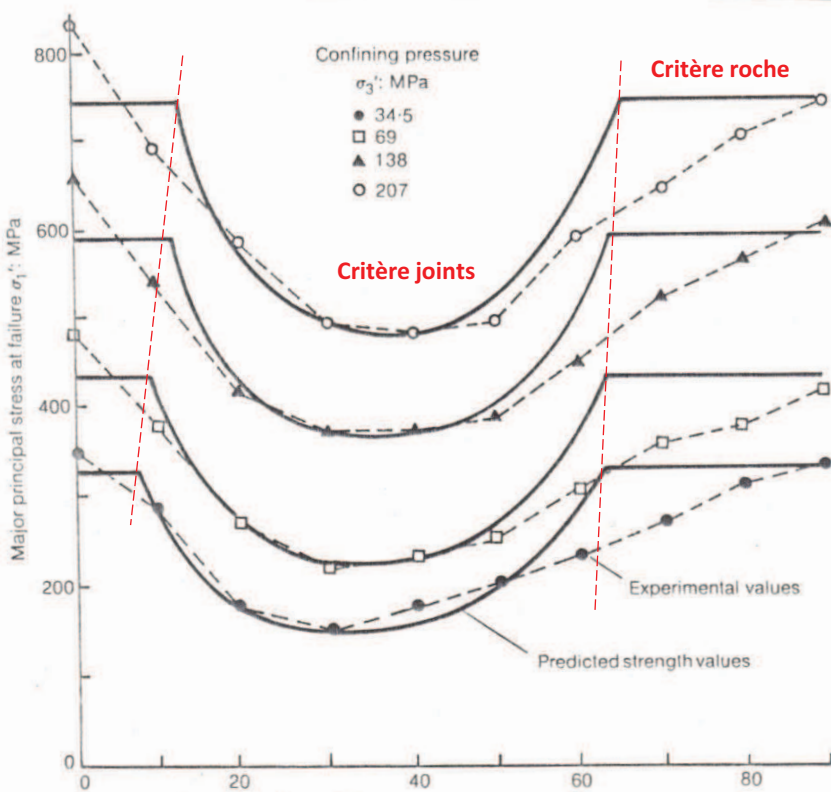


Milieu continu équivalent

Propriétés du milieu continu équivalent

79

COMPORTEMENT GLOBAL D'UN MASSIF STRATIFIE



Remarque : la possibilité de rupture des joints se restreint lorsque le confinement augmente

Angle θ ($\beta=90^\circ-\theta$)

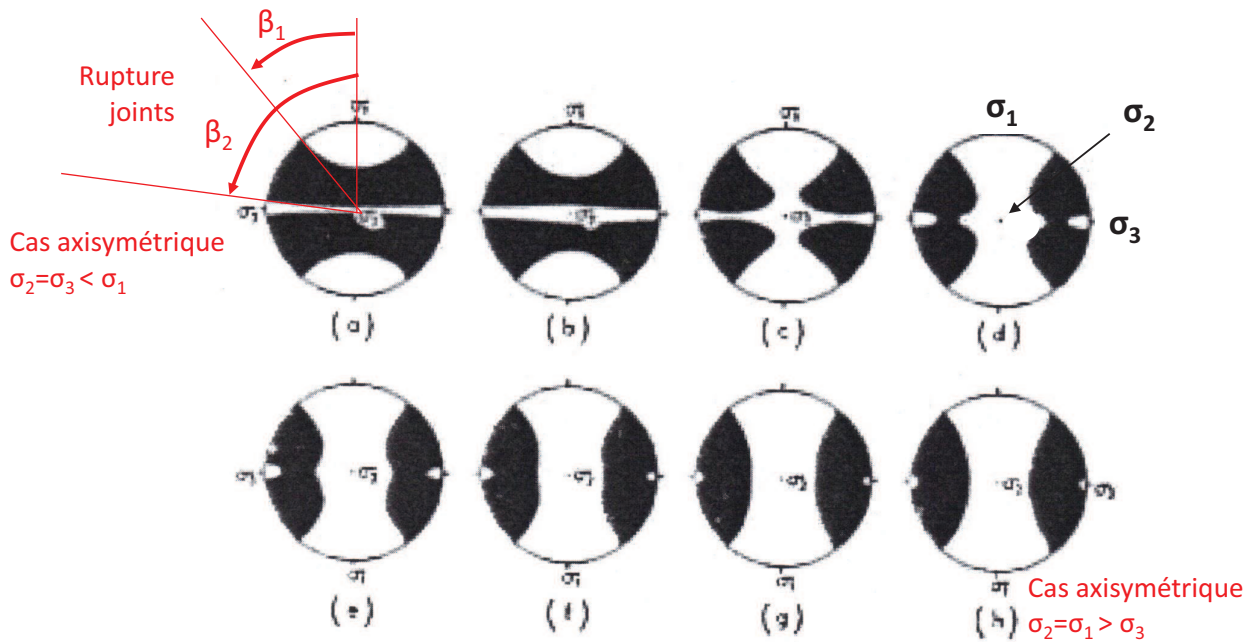
Triaxial test results for slate with different failure plane inclinations, obtained by McLamore & Gray (1967), compared with strength predictions from equations

80

COMPOTEMENT GLOBAL D'UN MASSIF STRATIFIE

Cas général : état de contrainte non axisymétrique

(d'après Jaeger et Cook, 1969)

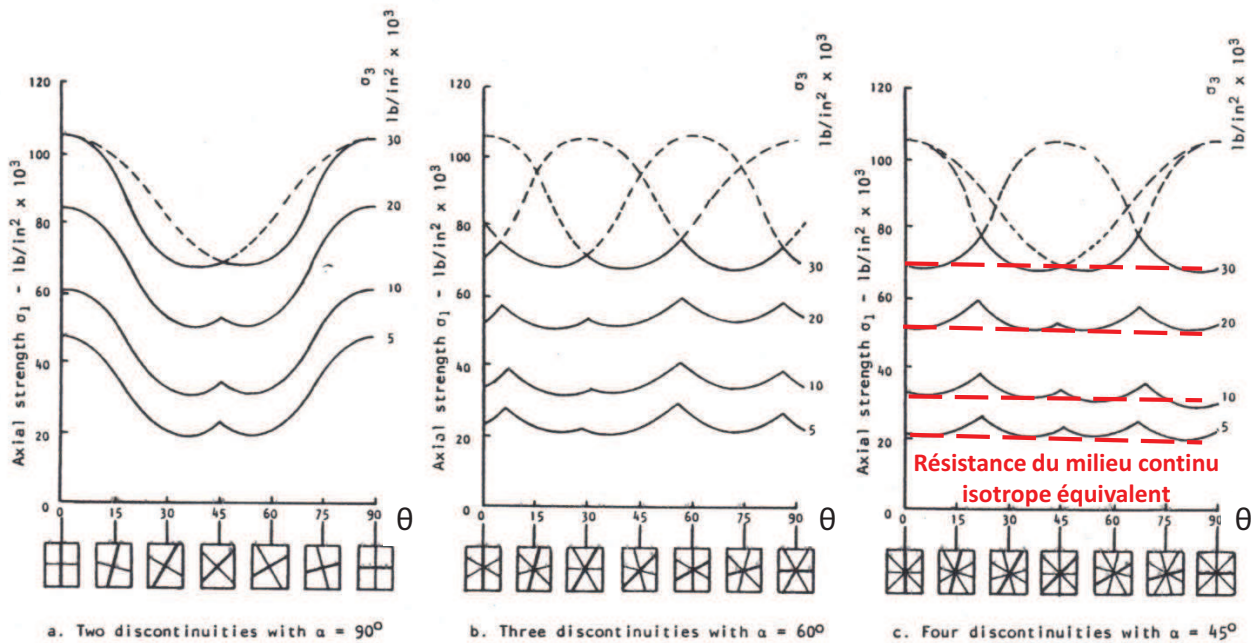


Zones noires : zones où doit se trouver la **normale** aux joints pour que la rupture se produise par cisaillement des joints, pour $\phi = 34^\circ$, $\sigma_3 = 0.1 \sigma_1$ et $\sigma_2/\sigma_1 = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0$.

81

COMPOTEMENT GLOBAL D'UN MASSIF FRACTURE comportant plusieurs familles de joints de même azimut

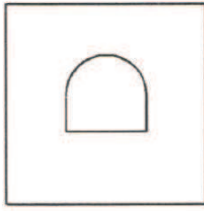
(d'après Hoek et Brown, 1980)



82

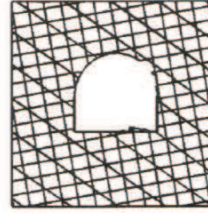
COMPORTEMENT GLOBAL DU MASSIF ROCHEUX

Critères de rupture de la matrice rocheuse et du massif rocheux (Hoek, 2007)



Milieu continu

Matrice rocheuse



Milieu continu
équivalent

Massif rocheux

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_c \left(m_i \frac{\sigma'_3}{\sigma_c} + 1 \right)^{1/2}$$

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_c \left(m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_c} + s \right)^a$$

σ'_1, σ'_3 : contraintes principales effectives à la rupture

σ_c : résistance en compression uniaxiale de la roche intacte

m_i : constante du matériau pour la roche intacte

m_b : constante du matériau pour le massif rocheux ($m_b < m_i$)

s, a : constantes dépendant du massif rocheux ($s < 1$)

COMPORTEMENT DU MASSIF ROCHEUX

Critères de rupture du massif rocheux (Hoek, 2007)

La résistance du massif dépend de:

- la résistance de la roche intacte (σ_c, m_i)
- la fracturation du massif (structure)
- les propriétés des discontinuités (surface condition)

Ces deux derniers facteurs sont pris en compte dans le GSI (Geological Strength Index), déterminé à partir des deux tableaux suivants.

$$m_b = m_i \exp\left(\frac{GSI - 100}{28}\right)$$





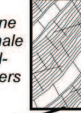
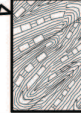
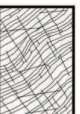
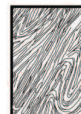
$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9}\right)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{-GSI/15} - e^{-20/3} \right)$$

GEOLOGICAL STRENGTH INDEX FOR JOINTED ROCKS (Hoek and Marinos, 2000)		SURFACE CONDITIONS				
From the lithology, structure and surface conditions of the discontinuities, estimate the average value of GSI. Do not try to be too precise. Quoting a range from 33 to 37 is more realistic than stating that GSI = 35. Note that the table does not apply to structurally controlled failures. Where weak planar structural planes are present in an unfavourable orientation with respect to the excavation face, these will dominate the rock mass behaviour. The shear strength of surfaces in rocks that are prone to deterioration as a result of changes in moisture content will be reduced if water is present. When working with rocks in the fair to very poor categories, a shift to the right may be made for wet conditions. Water pressure is dealt with by effective stress analysis.		VERY GOOD Very rough, fresh unweathered surfaces	GOOD Rough, slightly weathered, iron stained surfaces	FAIR Smooth, moderately weathered and altered surfaces	POOR Slackensided, highly weathered surfaces with compact coatings or fillings or angular fragments	VERY POOR Slackensided, highly weathered surfaces with soft clay coatings or fillings
STRUCTURE		DECREASING SURFACE QUALITY →				
	INTACT OR MASSIVE - intact rock specimens or massive in situ rock with few widely spaced discontinuities	90			N/A	N/A
	BLOCKY - well interlocked undisturbed rock mass consisting of cubical blocks formed by three intersecting discontinuity sets	80				
	VERY BLOCKY - interlocked, partially disturbed mass with multi-faceted angular blocks formed by 4 or more joint sets		70			
	BLOCKY/DISTURBED/SEAMY - folded with angular blocks formed by many intersecting discontinuity sets. Persistence of bedding planes or schistosity		60			
	DISINTEGRATED - poorly interlocked, heavily broken rock mass with mixture of angular and rounded rock pieces			50		
	LAMINATED/SHEARED - Lack of blockiness due to close spacing of weak schistosity or shear planes				40	
					30	
						20
						10

COMPORTEMENT GLOBAL DU MASSIF ROCHEUX

Critères de rupture du massif rocheux (Hoek, 2007)

GSI FOR HETEROGENEOUS ROCK MASSES SUCH AS FLYSCH (Marinos, P and Hoek, E, 2000)		SURFACE CONDITIONS OF DISCONTINUITIES (Predominantly bedding planes)	VERY GOOD - Very rough, fresh unweathered surfaces	GOOD - Rough, slightly weathered surfaces	FAIR - Smooth, moderately weathered and altered surfaces	POOR - Very smooth, occasionally slickensided surfaces with compact coatings or fillings with angular fragments	VERY POOR - Very smooth slickensided or highly weathered surfaces with soft clay coatings or fillings
COMPOSITION AND STRUCTURE							
	A. Thick bedded, very blocky sandstone The effect of pelitic coatings on the bedding planes is minimized by the confinement of the rock mass. In shallow tunnels or slopes these bedding planes may cause structurally controlled instability.	70					
	B. Sandstone with thin inter-layers of siltstone	60					
	C. Sandstone and siltstone in similar amounts	50					
	D. Siltstone or silty shale with sandstone layers	40					
	E. Weak siltstone or clayey shale with sandstone layers	30					
	F. Tectonically deformed, intensively folded/faulted, sheared clayey shale or siltstone with broken and deformed sandstone layers forming an almost chaotic structure	20					
	G. Undisturbed silty or clayey shale with or without a few very thin sandstone layers	10					
	H. Tectonically deformed silty or clayey shale forming a chaotic structure with pockets of clay. Thin layers of sandstone are transformed into small rock pieces.						

→ : Means deformation after tectonic disturbance

COMPORTEMENT DU MASSIF ROCHEUX




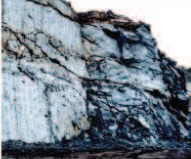

Critères de rupture du massif rocheux (Hoek, 2007)

Influence de l'endommagement dû aux tirs

$$m_b = m_i \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right)$$

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{-GSI/15} - e^{-20/3} \right)$$

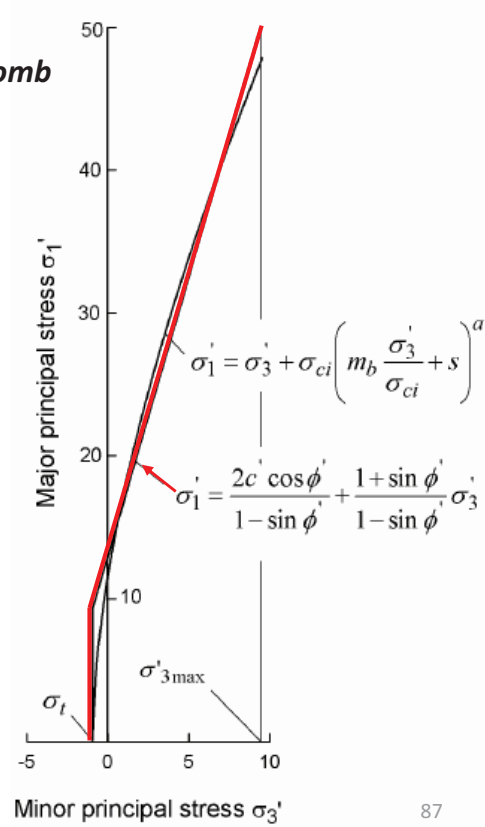
Appearance of rock mass	Description of rock mass	Suggested value of D
	Excellent quality controlled blasting or excavation by Tunnel Boring Machine results in minimal disturbance to the confined rock mass surrounding a tunnel.	D = 0
	Mechanical or hand excavation in poor quality rock masses (no blasting) results in minimal disturbance to the surrounding rock mass. Where squeezing problems result in significant floor heave, disturbance can be severe unless a temporary invert, as shown in the photograph, is placed.	D = 0 D = 0.5 No invert
	Very poor quality blasting in a hard rock tunnel results in severe local damage, extending 2 or 3 m, in the surrounding rock mass.	D = 0.8
	Small scale blasting in civil engineering slopes results in modest rock mass damage, particularly if controlled blasting is used as shown on the left hand side of the photograph. However, stress relief results in some disturbance.	D = 0.7 Good blasting D = 1.0 Poor blasting
	Very large open pit mine slopes suffer significant disturbance due to heavy production blasting and also due to stress relief from overburden removal. In some softer rocks excavation can be carried out by ripping and dozing and the degree of damage to the slopes is less.	D = 1.0 Production blasting D = 0.7 Mechanical excavation

COMPORTEMENT GLOBAL DU MASSIF ROCHEUX

Critères de rupture du massif rocheux (Hoek, 2007)

Relation entre les critères de Hoek-Brown et Mohr-Coulomb

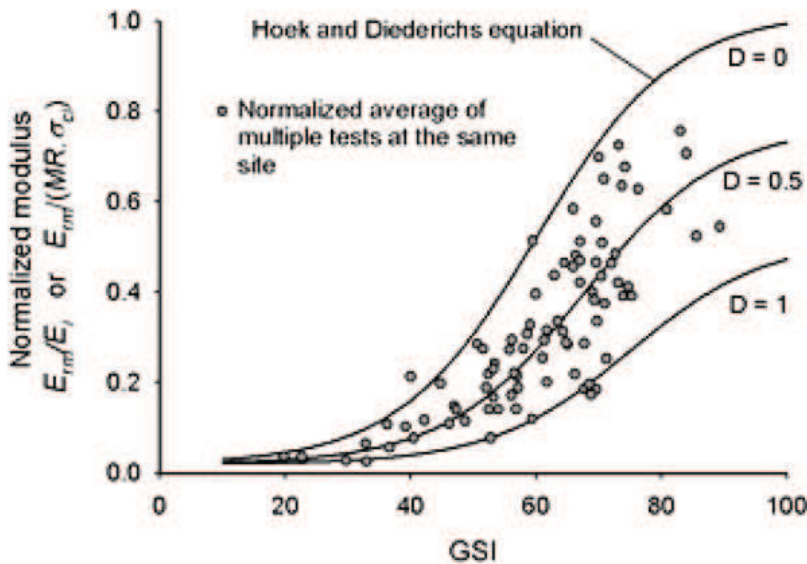
On peut approximer le critère de Hoek-Brown par un critère de Mohr-Coulomb sur un intervalle $[\sigma_t, \sigma_{3max}]$ approprié au problème traité.
 Une méthode est proposée par Hoek (2007)



COMPORTEMENT GLOBAL DU MASSIF ROCHEUX

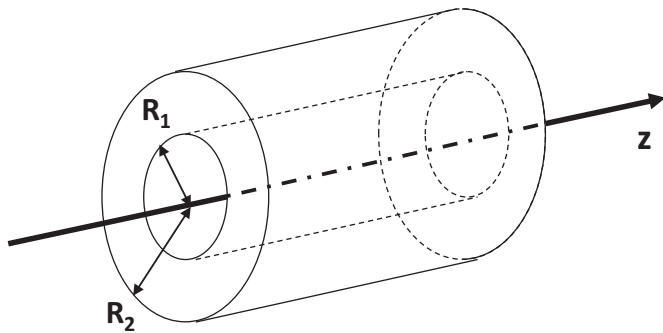
Module d'Young du massif rocheux (Hoek, 2007)

$$E_{rm} = E_i \left(0.02 + \frac{1 - D/2}{1 + e^{((60 + 15D - GSI)/11)}} \right)$$

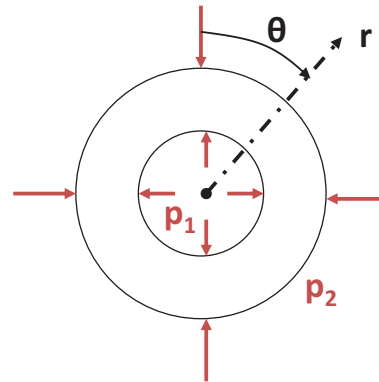


1. MODELE DU CYLINDRE CREUX ELASTIQUE

Géométrie



Conditions aux limites



- Pression p_1 et p_2
- Extrémités fixes $\rightarrow \epsilon_z = 0$

1. MODELE DU CYLINDRE CREUX ELASTIQUE

- Equations d'équilibre
- Loi de comportement élastique
- Conditions aux limites

Calcul des déplacements, déformations et contraintes

Contraintes principales

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} - \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{r^2 (R_2^2 - R_1^2)} \\ \sigma_\theta &= \frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} + \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{r^2 (R_2^2 - R_1^2)} \\ \sigma_z &= 2 \nu \frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} = \nu (\sigma_r + \sigma_\theta) \end{aligned} \right.$$

$v = w = 0$

$$-u = \frac{(p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2) r}{2(\lambda + G)(R_2^2 - R_1^2)} + \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{2G(R_2^2 - R_1^2) r}$$

1. MODELE DU CYLINDRE CREUX ELASTIQUE

Cas où $R_1 \ll R_2$: cylindre très épais \approx milieu infini

$$\sigma_r = p_2 \left(1 - \frac{R_1^2}{r^2} \right) + p_1 \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_\theta = p_2 \left(1 + \frac{R_1^2}{r^2} \right) - p_1 \frac{R_1^2}{r^2}$$

$$\sigma_z = 2 \nu p_2$$

$$-u = \frac{p_2 r}{2(\lambda + G)} + \frac{(p_2 - p_1) R_1^2}{2Gr}$$



POLYTECH[®]
GRENOBLE

GEOTECHNIQUE

4^{ème} année

Cours de mécanique des roches

Chapitre 5

Contraintes naturelles, déformations et ruptures dans la croûte terrestre

Didier Hantz

- 1. Les contraintes dans la croûte terrestre**
- 2. Conditions d'équilibre d'un milieu pesant**
- 3. Modèles rhéologiques (rappel)**
- 4. Modélisation des contraintes gravitaires**
- 5. Modélisation des contraintes tectoniques**
- 6. Contraintes résiduelles**

CONTRAINTES NATURELLES, DEFORMATIONS ET RUPTURES DANS LA CROUTE TERRESTRE

La connaissance des contraintes naturelles auxquelles est soumis un massif rocheux est nécessaire pour l'étude de tout projet dont la réalisation modifierait ces contraintes. C'est le cas notamment pour les projets d'excavation souterraine. La connaissance de la structure du massif rocheux est également nécessaire. Or cette dernière est très souvent le résultat de déformations dues aux contraintes qui se sont exercées sur le massif au cours de son histoire géologique. L'étude des contraintes et des déformations de la croûte terrestre est donc une partie importante de la mécanique des roches appliquée.

La modélisation des contraintes et des déformations passées permet d'expliquer les structures existantes. Celle des contraintes actuelles a pour objectif d'expliquer les mesures effectuées ponctuellement et des les interpoler à l'ensemble du massif étudié. Sans mesures, la modélisation ne peut donner qu'un ordre de grandeur des contraintes et de leurs directions.

1. LES CONTRAINTES DANS LA CROUTE TERRESTRE

1.1. RESULTATS DES MESURES DE CONTRAINTES

Des mesures de contraintes ont été réalisées dans la croûte terrestre jusqu'à 9 kilomètres de profondeur (Amadei et Stephansson, 1997). Brown et Hoek (1978) ont examiné un certain nombre de résultats publiés (figure 1.1). Ils ont représenté graphiquement, en fonction de la profondeur, la contrainte verticale et le rapport k de la contrainte horizontale moyenne sur la contrainte verticale (Amadei et Stephansson, 1997). Pour la contrainte verticale σ_v , le nuage de points obtenu peut être assez bien ajusté par la droite d'équation :

$$\sigma_v = 27 z \quad (\sigma_v \text{ en kPa, } z \text{ en m})$$

Or le poids volumique des roches constituant les premiers kilomètres de la croûte continentale est d'environ 27 kN/m³. Quant au rapport k , il est compris entre 0,3 et 3,3, et semble diminuer quand la profondeur augmente.

1.2. INTERPRETATION

La relation entre la contrainte verticale et la profondeur montre que la première est due au poids des terrains compris entre la surface et le point de mesure. En effet, sur une surface horizontale suffisamment étendue située à une profondeur z , la contrainte verticale moyenne doit être équilibrée par le poids des terrains susjacents.

Mais l'action de la gravité seule ne permet pas d'expliquer que, dans certaines régions, une contrainte horizontale peut être plusieurs fois plus grande que la contrainte verticale. Seul un raccourcissement de la croûte terrestre, dû aux mouvements tectoniques (figure 1.2), permet d'expliquer ce phénomène.

Il apparaît donc que les contraintes naturelles dans la croûte terrestre sont dues essentiellement à la gravité et aux mouvements tectoniques.

2. CONDITIONS D'EQUILIBRE D'UN MILIEU PESANT

Le champ des contraintes s'exerçant dans un massif résulte d'un ensemble de processus géologiques complexes. Le modèle d'un massif non déformé que l'on soumet au champ de pesanteur, en imposant certaines conditions aux limites, constitue une schématisation très grossière de ces processus. Cependant le champ des contraintes naturelles doit satisfaire les conditions d'équilibre d'un milieu pesant.

Les seules forces de volume étant dues à la gravité, les équations d'équilibre s'écrivent:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \gamma_i$$

les γ_i étant les composantes du poids volumique du terrain.

2.1. TERRAIN A SURFACE HORIZONTALE INFINIE

Choisissons un axe z parallèle et de même sens que la gravité et utilisons un repère xyz au lieu de $x_1x_2x_3$. Si les caractéristiques mécaniques du terrain se retrouvent identiques dans une translation horizontale (ce qui

nécessite que la surface du terrain soit horizontale), les contraintes ne dépendent que de z . Les équations d'équilibre s'écrivent alors:

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 ; \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0 ; \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \gamma(z) ;$$

Si l'on néglige les contraintes s'exerçant sur la surface horizontale du terrain, on obtient:

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \text{ et } \sigma_z = \int_0^z \gamma dz$$

La direction verticale z est donc direction principale.

Si le poids volumique γ est constant au-dessus de la profondeur z , σ_z s'écrit:

$$\sigma_z = \gamma z$$

Cette formule est également valable si γ désigne le poids volumique moyen du terrain au dessus de la profondeur z .

Ce modèle simple de terrain à surface horizontale permet donc de retrouver la relation entre contrainte verticale et profondeur obtenue à partir des mesures in situ. Les écarts entre les résultats des mesures et du modèle peuvent être expliqués par le relief de la surface ou l'hétérogénéité du terrain dans le plan horizontal.

Le calcul des contraintes horizontales nécessite d'adopter une loi de comportement du terrain et des conditions appliquées aux limites latérales. Quelques modèles simples sont décrits dans les paragraphes suivants.

2.2. VERSANT PLAN INFINI

Si les caractéristiques mécaniques du terrain se retrouvent identiques dans tout plan parallèle à la surface, les équations d'équilibre permettent de calculer la contrainte s'exerçant sur une facette parallèle à cette surface (Cordary, 1994, p. 92-93). Celle-ci est verticale et a pour valeur:

$$\sigma = \gamma h \cos \beta ,$$

h étant la hauteur verticale de terrain au-dessus du point considéré et β l'inclinaison de la surface par rapport à l'horizontale.

2.3. CAS GENERAL

Une solution partielle ne peut être obtenue à partir des seules équations d'équilibre que dans des cas particuliers très simples, comme ceux traités ci-dessus. Dans le cas général, il est nécessaire d'adopter une loi de comportement et de choisir des conditions aux limites. De plus, une résolution analytique n'est possible que dans des cas très simples comme ceux qui sont traités dans les paragraphes suivants. Une simulation numérique est nécessaire pour les cas plus complexes.

3. MODELES RHEOLOGIQUES

3.1. MODELES RHEOLOGIQUES UNIDIMENSIONNELS (RAPPEL)

Ces modèles permettent d'illustrer simplement les différents types de comportement.

3.1.1 - Modèles élémentaires

- Solide élastique (de Hook): $\tau = G \gamma$ (comportement instantané et réversible)
- Fluide visqueux (de Newton): $\tau = \eta \dot{\gamma}$
- Solide plastique (de Saint-Venant): si $\tau < K$, $\dot{\gamma} = 0$; si $\tau = K$, $\dot{\gamma}$ quelconque.
- Solide fragile: si $\tau < R$, $\dot{\gamma} = 0$; si $\tau = R$, rupture irréversible ($\dot{\gamma} = 0$)

3.1.2 - Modèles composés

Principe

Modèles en parallèle : les efforts s'ajoutent (les contraintes pour les modèles 3D).

Modèles en série : les déplacements s'ajoutent (les déformations pour les modèles 3D).

- Solide viscoélastique (de Kelvin) : V/E
- Fluide viscoélastique (de Maxwell) : V-E
- Fluide viscoélastique de Burgers : (V/E)-V-E
- Solides élastofragile et élastoplastique: E-F, E-P, E-(F/P)
- Corps viscoplastique de Bingham : V/P

3.2. MODELES RHEOLOGIQUES DE MILIEUX CONTINUS (3D)

3.2.1. Fluide visqueux de Newton

$$s_{ij} = 2\eta\dot{e}_{ij}$$

$$\dot{e}_m = 0$$

s_{ij} et e_{ij} : composantes des tenseurs déviateurs des contraintes et des déformations

e_m : déformation moyenne

La seconde équation exprime que le fluage se produit à volume constant.

3.2.2. Solide viscoélastique de Kelvin

$$s_{ij} = 2Ge_{ij} + 2\eta\dot{e}_{ij}$$

$$s_m = 3Ke_m$$

s_m et e_m : contrainte et déformation moyennes

$K = E/3(1-2\nu)$: module de compressibilité

3.2.3. Fluide viscoélastique de Maxwell

$$\dot{e}_{ij} = \frac{\dot{s}_{ij}}{2G} + \frac{s_{ij}}{2\eta}$$

$$s_m = 3Ke_m$$

La déformation visqueuse, qui se superpose à la déformation élastique, se produit à volume constant.

3.2.4. Lois de viscosité non linéaires

Jusqu'ici, nous avons décrit des lois linéaires, qui ont l'avantage de permettre de calculer relativement simplement les contraintes et les déplacements. Mais le comportement fluide de la plupart des matériaux géologiques est régi par des lois non linéaires, de type Norton-Hoff, qui peuvent être illustrées par l'expression de la vitesse de déformation visqueuse en compression uniaxiale :

$$\dot{\epsilon} = A \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \sigma^n$$

Q est une énergie d'activation (J.mol⁻¹) ; R=8,314 (J.mol⁻¹.K⁻¹) ; T est la température (K) ; A est une constante (Mpa⁻ⁿ.s⁻¹).

Pour des sels, sous une contrainte comprise entre 5 et 15 Mpa et à une température comprise entre 300 et 400 K, n varie entre 3 et 6, Q/R entre 5 000 et 10 000 K, et A entre 1 et 10⁵ Mpa⁻ⁿ.an⁻¹.

Pour la glace, sous faible contrainte et à une température comprise entre -40°C et -3°C, n = 3, Q/R = 7300 K et A = 8,8.10⁵ Mpa⁻³.s⁻¹.

3.3. COMPORTEMENT OBSERVE A L'ECHELLE DE LA LITHOSPHERE

A l'échelle des premières centaines de kilomètres de la Terre, la tectonique des plaques a conduit à définir une subdivision entre la lithosphère et l'asthénosphère, basée sur la rhéologie des roches. La viscosité de l'asthénosphère serait de 100 à 1000 fois plus faible que celle de la lithosphère, dont la valeur est estimée à 10²³-10²⁵ Pa.s. La profondeur de la limite entre les deux a été estimée à partir de la déformation de la lithosphère sous des charges superficielles. Elle est en moyenne de 100 km, plus faible sous les océans et plus grande sous les continents. Cette limite correspond au toit de la zone à moindre vitesse des sismologues (LVZ), dans laquelle la température se rapproche du point de fusion de l'olivine et où apparaissent en faible pourcentage (1 à 2%) des inclusions liquides (Madariaga et Perrier, 1991).

La subdivision entre la croûte et le manteau supérieur, plus ancienne, a été établie par les sismologues. Elle est basée sur la variation de la vitesse des ondes élastiques en fonction de la profondeur, variation due à une différence de composition chimique de part et d'autre du Moho. L'épaisseur moyenne de la croûte continentale est de 30 km. Sa partie supérieure, épaisse de 15 à 20 km, est constituée essentiellement de roches plutoniques de type granite ou granodiorite, recouvertes d'une couche sédimentaire d'épaisseur très variable. Sa partie inférieure est composée de roches plutoniques plus basiques et de roches métamorphiques, plus denses et pauvres en eau. Le manteau supérieur serait constitué d'une roche appelée pyrolite, comportant 75% de périclase (à olivine) et 25% de basalte (Madariaga et Perrier, 1991).

La lithosphère est donc constituée de roches de différentes natures, dans lesquelles la température et la contrainte moyenne augmentent avec la profondeur et dont la teneur en eau semble diminuer avec celle-ci. Or la température, la contrainte et la teneur en eau influencent fortement la rhéologie des roches, et en particulier leur viscosité. Celle-ci doit donc varier de manière importante dans la lithosphère, la valeur estimée de 10^{23} - 10^{25} Pa.s n'étant qu'une moyenne. En comparaison, l'interprétation d'un essai de flexion d'une poutre de granite, se déroulant sur plusieurs décennies, conduit à une viscosité de l'ordre de 10^{20} Pa.s (Ito, 1990).

4. MODELISATION DES CONTRAINTES GRAVITAIRES

Dans ce paragraphe, seule l'influence de la gravité est prise en compte. Les modèles proposés s'appliquent donc à des régions dans lesquelles les efforts d'origine tectonique peuvent être négligés à partir d'un certain instant $t = 0$. C'est le cas des régions éloignées des limites de plaques tectoniques. Les conditions appliquées aux limites latérales des modèles sont des conditions de déplacements horizontaux nuls. Le comportement de la roche est supposé viscoélastique linéaire (corps de Maxwell).

Afin de simplifier les calculs, nous traiterons le cas où l'état de contrainte est initialement axisymétrique:

à l'instant $t=0$, $\sigma_x^0 = \sigma_y^0 = K_0 \sigma_z^0$

On étudie l'évolution des contraintes pour $t > 0$.

Pour une déformation visqueuse à volume constant, la loi de comportement s'écrit :

$$e'_{ij} = s'_{ij} / 2G + s_{ij} / 2 \eta$$

$$s_m = 3 K e_m$$

e_{ij} et s_{ij} étant les composantes des déviateurs des déformations et des contraintes, e_m et s_m les déformation et contrainte moyennes, G et K les modules de cisaillement et d'incompressibilité et η la viscosité.

Compte tenu des hypothèses faites, la contrainte horizontale σ_x est solution de l'équation différentielle :

$$\eta (4G+3K) \sigma'_x + 3KG \sigma_x = \eta (3K-2G) \sigma'_z + 3KG \sigma_z$$

4.1. MILIEU STRATIFIE HORIZONTALEMENT SANS EROSION NI SEDIMENTATION

Si on néglige l'érosion et la sédimentation, σ_z est constant:

$$\sigma_z = \gamma z$$

Compte tenu de la condition initiale, la solution de l'équation différentielle est alors:

$$\sigma_x = [1 + (K_0-1) \exp(-t/t_1)] \gamma z$$

Le temps caractéristique t_1 ayant pour expression :

$$t_1 = \eta (3K+4G)/3KG$$

Pour $t \gg t_1$, $\sigma_x \rightarrow \sigma_z$. L'état de contraintes tend vers un état hydrostatique (figures 4.1 et 4.2). En effet, tout glissement γ_{ij} étant impossible pour $t > 0$, il y a relaxation des contraintes de cisaillement. L'écart relatif par rapport à un état hydrostatique peut s'exprimer par la quantité :

$$k - 1 = (\sigma_x - \gamma z) / \gamma z = (K_0-1) \exp(-t/t_1)$$

Pour $t = 3t_1, 4t_1, 5t_1$, le terme $\exp(-t/t_1)$ vaut environ 0,05, 0,02 et 0,01.

Calculons t_1 pour $E = 50$ Gpa, $\nu = 0,25$ et $\eta = 10^{24}$ Pa.s. On trouve :

$$t_1 = 2,9.10^6 \text{ années}$$

Pour $\eta = 10^{24}$ Pa.s, le temps nécessaire à la relaxation des contraintes de cisaillement s'exprime donc en millions d'années. Pour $\eta = 10^{20}$ Pa.s, il s'exprime en siècles.

4.2. MILIEU STRATIFIE HORIZONTALEMENT AVEC EROSION OU SEDIMENTATION

S'il y a érosion ou sédimentation à partir de $t = 0$, la contrainte verticale varie. Pour un taux constant a , σ_z s'écrit :

$$\sigma_z = \gamma (z + at)$$

Compte tenu de la condition initiale, la solution de l'équation différentielle est la suivante :

$$\sigma_x = [1 + (K_0-1) \exp(-t/t_1)] \gamma z - [1 - \exp(-t/t_1)] \gamma a 2\eta/K + \gamma at$$

Le temps caractéristique t_1 ayant la même expression qu'au paragraphe précédent:

$$t_1 = \eta (3K+4G)/3KG$$

La courbe $\sigma_x(t)$ a pour asymptote la droite d'équation (figure 4.3):

$$\sigma_x = \gamma z + \gamma at - 2\eta\gamma a/K = \sigma_z - 2\eta\gamma a/K$$

La différence ($\sigma_x - \sigma_z$) entre les contraintes horizontale et verticale tend donc vers une valeur constante, qui est positive dans le cas d'une érosion et négative dans le cas d'une sédimentation. Il y a compétition entre le processus

de relaxation des contraintes de cisaillement, dû au comportement fluide, qui tend à réduire la différence ($\sigma_x - \sigma_z$), et la réponse élastique de la roche, qui tend à l'augmenter. Le comportement fluide prédomine si le taux de variation de σ_z est suffisamment faible pour laisser aux contraintes le temps de se relaxer ou si la viscosité est suffisamment petite.

Pour $\eta = 10^{24}$ Pa.s, $\gamma = 27$ kN/m³, $E = 50$ Gpa, $\nu = 0,25$ et un taux d'érosion de 100 m par million d'années, c'est à dire $3 \cdot 10^{-12}$ m/s, la différence ($\sigma_x - \sigma_z$) vaut environ 5 Mpa et $t_1 = 2,9$ million d'années.

La tangente à l'origine de la courbe $\sigma_x(t)$ a pour équation:

$$\sigma(t) = K_0 \gamma z + \frac{\nu}{1-\nu} \gamma a t - \frac{K_0 - 1}{t_1} \gamma z t$$

Le cas d'un massif purement élastique ($\eta \rightarrow \infty$) correspond aux deux premiers termes.

Dans le cas d'un massif purement élastique, l'évolution de σ_x est donnée par :

$$\sigma_x(t) = K_0 \gamma z + \frac{\nu}{1-\nu} \gamma a t$$

Il en résulte l'expression :

$$\Delta \sigma_x = \frac{\nu}{1-\nu} \Delta \sigma_z$$

Remarque : l'application soudaine de la gravité à un massif élastique initialement déchargé ($\sigma_x^0 = \sigma_z^0 = 0$) conduit à la relation :

$$\sigma_x = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_z$$

Cette manière de modéliser les contraintes, qui ne tient pas compte de l'histoire géologique des terrains, ne correspond généralement à aucune réalité physique.

4.3. FACTEURS D'HETEROGENEITE DU CHAMP DE CONTRAINTE

Avec un modèle de milieu stratifié horizontalement, l'état de contrainte ne dépend que de la profondeur z . La réalité est bien sûre plus complexe et l'on observe souvent des variations des contraintes dans le plan horizontal, qui peuvent être expliquées par le relief (figure 4.4 et 4.5) ou la structure géologique du terrain (figure 4.4).

5. MODELISATION DES CONTRAINTES TECTONIQUES

Les mouvements relatifs des plaques lithosphériques sont dus à la convection dans l'asthénosphère (figure 5.1). Ils induisent des contraintes et des déformations horizontales, principalement à proximité des frontières de plaques (figures 5.2 et 5.3). La convergence de deux plaques provoque une contraction horizontale perpendiculaire à la frontière ; la divergence provoque un allongement ; le coulisage produit des déformations horizontales de signes opposés dans deux directions orthogonales. La figure 5.4 (Gratier et al., 1989) montre deux exemples de champs de déplacement résultant de la collision Afrique - Europe.

Le comportement des terrains soumis à ces déformations peut être modélisé de manière analogique (expériences sur modèles réduits, figure 5.5) ou théorique (à partir de lois de comportement). Nous présenterons, dans ce chapitre, quelques résultats théoriques obtenus à partir de lois de comportement simples.

5.1. DEFORMATION VISCOELASTIQUE ET RUPTURE D'UNE PLAQUE CONTINUE ET HOMOGENE

5.1.1. Modèle viscoélastique unidimensionnel

Avant d'aborder le comportement d'une plaque réelle, il est utile d'étudier la réponse d'un modèle unidimensionnel de Maxwell soumis à une contraction à vitesse constante $\dot{\gamma}_0$. La loi de comportement de ce modèle conduit à l'équation :

$$\frac{\tau}{\eta} + \frac{\dot{\tau}}{G} = \dot{\gamma}_0$$

Avec la condition initiale $\tau(0) = 0$, la solution est :

$$\tau = \eta \dot{\gamma}_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{t_1}\right) \right]$$

avec $t_1 = \frac{\eta}{G}$

On constate que la contrainte tend vers $\eta \dot{\gamma}_0$, valeur qui serait atteinte immédiatement avec un modèle fluide de Newton. Cette valeur est atteinte d'autant plus rapidement que le temps caractéristique $t_1 = \eta/G$ est petit. Pour $\eta = 10^{24}$ Pa.s et $G = 20$ Gpa, $t_1 = 1,6$ million d'années.

Cette valeur est petite devant la durée d'un cycle tectonique qui est de l'ordre de la centaine de millions d'années. On peut en conclure que l'état de contrainte qui s'établit, après quelques millions d'années, dans une zone de collision entre plaques, est pratiquement le même avec un modèle visqueux qu'avec un modèle viscoélastique. C'est pourquoi nous adopterons, dans les paragraphes suivants, un modèle de comportement purement visqueux.

5.1.2. Modèle de plaque visqueuse continue en déformations planes

Ce modèle (figure 5.6) permet de représenter de manière simple le comportement d'un massif rocheux dans une zone de convergence ou de divergence de plaques, soumise à une déformation horizontale à vitesse constante $\dot{\epsilon}_x$. La loi de comportement d'un fluide visqueux newtonien incompressible est :

$$s_{ij} = 2\eta \dot{\epsilon}_{ij} ; \dot{\epsilon}_m = 0$$

Nous admettrons que ce matériau obéit à un critère de rupture de Mohr-Coulomb, tronqué dans le domaine des tractions.

Si (x,z) est le plan des déformations ($\dot{\epsilon}_y = 0$), les contraintes sont données par les expressions suivantes :

$$\sigma_z = \gamma z ; \sigma_x = \sigma_z + 4\eta \dot{\epsilon}_x ; \sigma_y = \sigma_z + 2\eta \dot{\epsilon}_x$$

L'évolution de l'état de contrainte et le type de rupture qui peut se produire dépendent du signe de $\dot{\epsilon}_x$ (figure 5.7). Nous supposons dans la suite que l'état de contrainte initial est hydrostatique.

5.1.2.1. Contraction

Les contraintes principales majeure et mineure sont σ_x et σ_z . La contrainte de cisaillement maximale est proportionnelle à la vitesse de déformation. Si celle-ci est trop élevée, il y a formation de failles, sur lesquelles se concentre une partie de la déformation. D'après la théorie de Mohr, la direction de ces failles est parallèle à σ_y et

leur pendage est égale à $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)$. Ce sont des failles inverses.

5.1.2.2. Extension

Les contraintes principales majeure et mineure sont σ_z et σ_x . A faible profondeur, cette dernière est une traction. Si le critère de rupture est atteint, la direction des failles est parallèle à σ_y . A faible profondeur, ces failles sont

verticales ; à partir d'une certaine profondeur, leur pendage est égale à $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)$, ce sont des failles normales.

5.1.3. Modèle de plaque visqueuse continue subissant un cisaillement simple

Ce modèle permet de représenter de manière simple le comportement de la croûte terrestre dans une zone de coulissage. Les déformations principales horizontales imposées sont $\dot{\epsilon}_x$ et $\dot{\epsilon}_y = -\dot{\epsilon}_x$.

Les contraintes sont données par les expressions suivantes :

$$\sigma_z = \gamma z ; \sigma_x = \sigma_z + 2\eta \dot{\epsilon}_x ; \sigma_y = \sigma_z - 2\eta \dot{\epsilon}_x$$

Les contraintes principales majeure et mineure sont σ_x et σ_y . A faible profondeur, cette dernière est une traction. Si le critère de rupture est atteint, les surfaces de rupture sont verticales. S'il y a rupture en traction, le plan de

rupture est parallèle à σ_x . Sinon, il apparaît deux plans conjugués faisant un angle $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)$ avec σ_x . Ce sont des failles de décrochement (dextre et senestre).

5.2. REJEU DE FAILLES DANS UNE PLAQUE DISCONTINUE

S'il existe déjà des discontinuités avant l'application des contraintes tectoniques, la rupture peut se faire sur celles-ci et non dans la roche intacte.

5.2.1. Condition de rejeu sur une faille

5.2.1.1. Cas d'une faille parallèle à la contrainte intermédiaire σ_2 , en régime de faille inverse (σ_1 horizontale, σ_3 verticale)

Dans le cas d'une faille sans cohésion et pour $\sigma_3 = 0$ (c'est à dire en surface), la rupture se produit par rejeu si l'inclinaison de la normale à la faille par rapport à σ_1 est supérieure à l'angle de frottement ϕ et strictement inférieure à $\pi/2$, autrement dit si le pendage de la faille est inférieur à $(\pi/2 - \phi)$, mais non nul.

Dans le cas général, le pendage doit appartenir à un intervalle $]\beta_1, \beta_2[$, qui se resserre autour de la valeur $(\pi/4 - \phi/2)$ lorsque la cohésion ou la profondeur augmente.

5.2.1.2. Cas d'une faille d'orientation quelconque par rapport aux contraintes principales

5.2.2. Chute de contrainte à la rupture, "stick-slip" (figure 5.10)

Lorsque le critère de rupture d'une faille est atteint, le mouvement s'accompagne d'une chute de la contrainte de cisaillement s'exerçant sur celle-ci, car le coefficient de frottement dynamique d'une interface est inférieur à son coefficient de frottement statique. De plus, si la faille a acquis une certaine cohésion depuis la rupture précédente (cicatrisation), celle-ci disparaît dès le début du mouvement. La rupture présente donc un caractère instable, qui peut être illustré par un modèle élastoplastique avec chute de résistance. Il en résulte que la déformation sur une faille n'est pas continue dans le temps (comme avec un modèle élastoplastique parfait), mais se traduit par une succession de ruptures fragiles à l'origine des séismes ("slip"), séparées par des phases de repos ("stick").

Ordres de grandeur (d'après Madariaga et Perrier, 1991):

Récurrence de grands séismes : 100-1000 ans

Chute de contrainte : 1-10 Mpa

Longueur des failles sismiques : 1 km (magnitude 4) - 100 km (magnitude 8)

5.3. INFLUENCE DU RELIEF (figure 5.11)

5.4. PLIS (figure 5.12 et 5.13)

5.5. DISSOLUTION SOUS CONTRAINTE (figure 5.14)

6. CONTRAINTES RESIDUELLES (figure 5.15)

Les contraintes résiduelles sont des contraintes internes qui subsistent dans une structure, lorsque les forces et les moments extérieurs sont supprimés.

BIBLIOGRAPHIE

- Amadei B. et Stephansson O. (1997). Rock stress and its measurement. 490 pages. Chapman & Hall.
- CFMR. Manuel de mécanique des roches, tome 1, Fondements. 265 pages, Les Presses de l'Ecole des Mines, Paris, 2000.
- CFMR. Manuel de mécanique des roches, tome 2, Applications. Les Presses de l'Ecole des Mines, Paris.
- Cordary D. (1994). Mécanique des sols. 380 pages. Lavoisier - Tec et Doc.
- Goodman R.E. (1989). Introduction to Rock Mechanics. 562 pages. Wiley.
- Hoek E. et Brown, E.T. (1980). Underground Excavations in Rock. 527 pages. The Institution of Mining and Metallurgy, Londres.

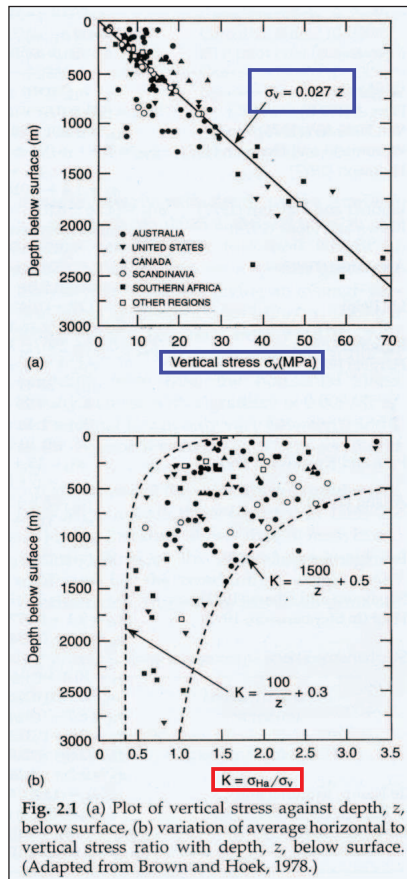
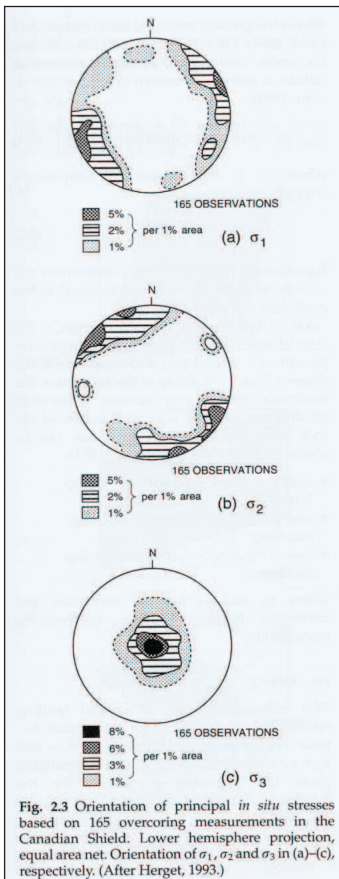


Cours de mécanique des roches
 Chapitre 5

**Contraintes naturelles, déformations et ruptures
 dans la croûte terrestre**
 (figures et diapos)

Didier Hantz
 2017

Figure 1.1. Résultats de mesures de contraintes

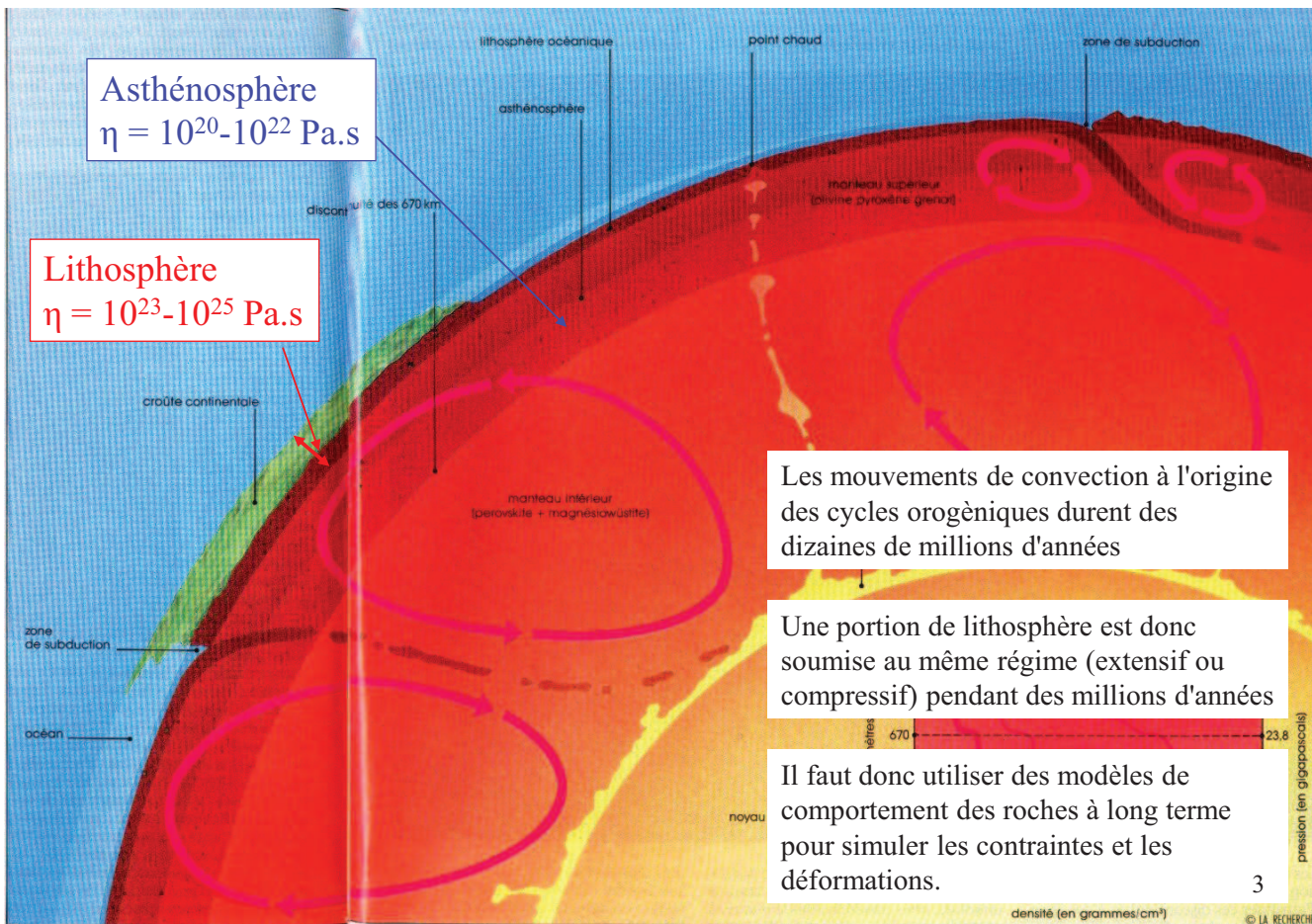


$$\sigma_z = \gamma z$$

Gravité

Mouvements tectoniques,
 érosion, sédimentation, ...

Figure 1.2. Mouvements tectoniques



MODELISATION DES CONTRAINTES

MILIEU STRATIFIE HORIZONTALEMENT

Equations d'équilibre du milieu

- Propriétés indépendantes de x et de y, donc $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$
- Chargement vertical, donc z est direction principale ($\tau_{xz} = \tau_{yz} = \tau_{xy} = 0$)
- Axisymétrie, donc toute direction horizontale est principale ($\sigma_x = \sigma_y = \sigma_h$)

$$\frac{\cancel{\partial \sigma_x}}{\cancel{\partial x}} + \frac{\cancel{\partial \tau_{xy}}}{\cancel{\partial y}} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\cancel{\partial \tau_{xy}}}{\cancel{\partial x}} + \frac{\cancel{\partial \sigma_y}}{\cancel{\partial y}} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\cancel{\partial \tau_{xz}}}{\cancel{\partial x}} + \frac{\cancel{\partial \tau_{yz}}}{\cancel{\partial y}} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \gamma \quad \text{donc} \quad \sigma_z = \int_0^z \gamma dz$$

Si γ est constant, $\sigma_z = \gamma z$

Pour calculer la contrainte horizontale, il faut connaître la loi de comportement et les conditions aux limites.

MODELISATION DES CONTRAINTES GRAVITAIRES

MILIEU STRATIFIE HORIZONTALEMENT COMPORTEMENT ELASTIQUE

Loi de comportement : $\{\varepsilon\} = [D]^{-1} \{\sigma\}$

Condition limite : déplacements horizontaux nuls (donc $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$)

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_h}{E} - \nu \frac{\sigma_h}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} = 0 \quad \text{d'où} \quad \sigma_h = \frac{\nu}{(1-\nu)} \sigma_v$$

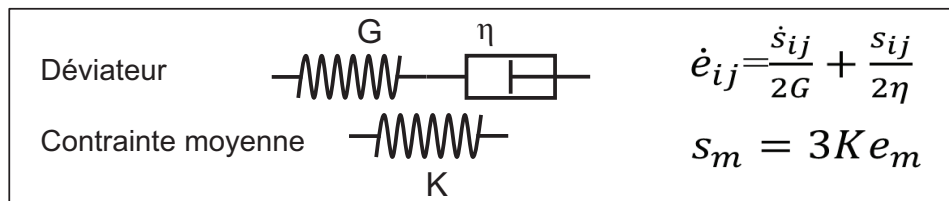
Validité du modèle : réponse instantanée à un chargement gravitaire

Exemple : accumulation de sédiments dans un bassin (sol)

5

MODELISATION DES CONTRAINTES GRAVITAIRES

MILIEU STRATIFIE HORIZONTALEMENT COMPORTEMENT FLUIDE VISCO-ELASTIQUE (Hook + Newton → Maxwell)



Rappel

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_m & 0 & 0 \\ 0 & s_m & 0 \\ 0 & 0 & s_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_{xx} & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{xy} & s_{yy} & s_{yz} \\ s_{xz} & s_{yz} & s_{zz} \end{pmatrix}$$

$s_m = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) / 3$ est la contrainte normale moyenne

$e_m = (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) / 3$ est la déformation moyenne

6

MODELISATION DES CONTRAINTES GRAVITAIRES

MILIEU STRATIFIE HORIZONTALEMENT COMPORTEMENT FLUIDE VISCO-ELASTIQUE

$$\dot{\epsilon}_{xx} = \frac{\dot{s}_{xx}}{2G} + \frac{s_{xx}}{2\eta} \quad \dot{\epsilon}_{zz} = \frac{\dot{s}_{zz}}{2G} + \frac{s_{zz}}{2\eta} \quad s_m = 3K e_m$$

Conditions limites :

- Déplacements horizontaux nuls (donc $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$)
- A $t=0$, $\sigma_x^0 = \sigma_y^0 = K_0 \sigma_z^0$

$$s_m = \frac{\sigma_z + 2\sigma_x}{3}$$

7

MODELISATION DES CONTRAINTES GRAVITAIRES

MILIEU STRATIFIE HORIZONTALEMENT SANS EROSION NI SEDIMENTATION

Conditions limites :

- Déplacements horizontaux nuls (donc $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$)
- A $t=0$, $\sigma_x^0 = \sigma_y^0 = K_0 \sigma_z^0$

$$\eta (4G+3K) \sigma'_x + 3KG \sigma_x = \eta (3K-2G) \sigma'_z + 3KG \sigma_z$$

Si on néglige l'érosion et la sédimentation, σ_z est constant : $\sigma_z = \gamma z$

Compte tenu de la condition initiale, la solution de l'équation différentielle est :

$$\sigma_x = [1 + (K_0 - 1) \exp(-t/t_1)] \gamma z$$

Le temps caractéristique t_1 ayant pour expression :

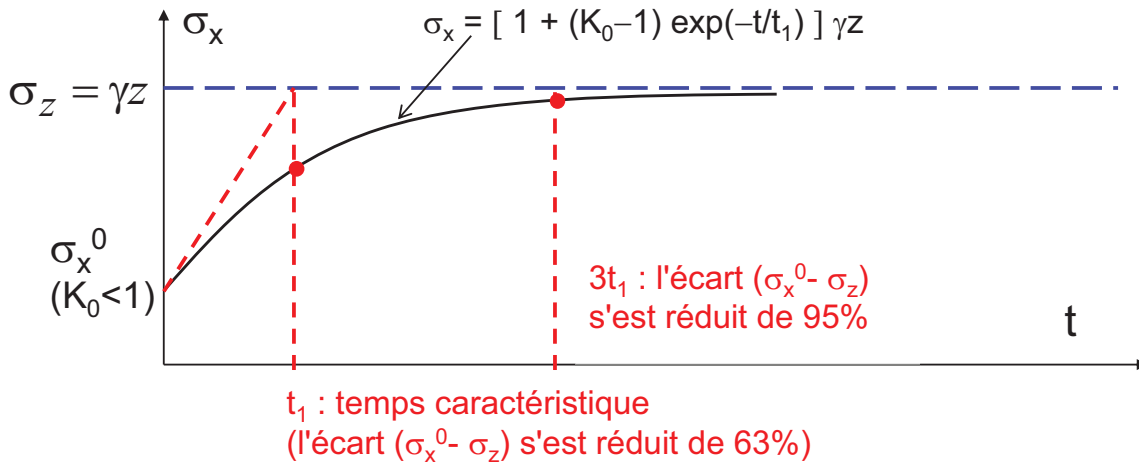
$$t_1 = \eta (3K+4G)/3KG$$

Pour $E = 50$ Gpa, $\nu = 0,25$ et $\eta = 10^{24}$ Pa.s, $t_1 = 2,9 \cdot 10^6$ années

8

MODELISATION DES CONTRAINTES GRAVITAIRES

Figure 4.1. Evolution de la contrainte horizontale dans un milieu viscoélastique de Maxwell, sans déformation tectonique, ni érosion, ni sédimentation.



$$t_1 = \eta (3K + 4G) / 3KG$$

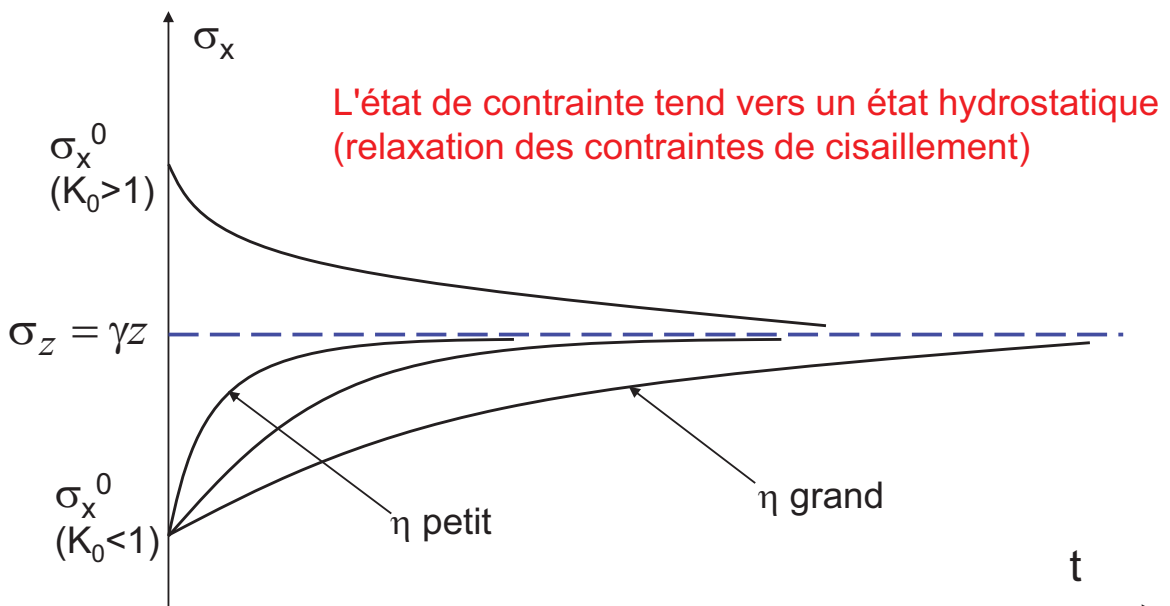
pour $E = 50 \text{ Gpa}$, $\nu = 0,25$ et $\eta = 10^{24} \text{ Pa.s}$. $t_1 = 2,9 \cdot 10^6$ années

→ La relaxation des contraintes est sensible à l'échelle des millions d'années

9

MODELISATION DES CONTRAINTES GRAVITAIRES

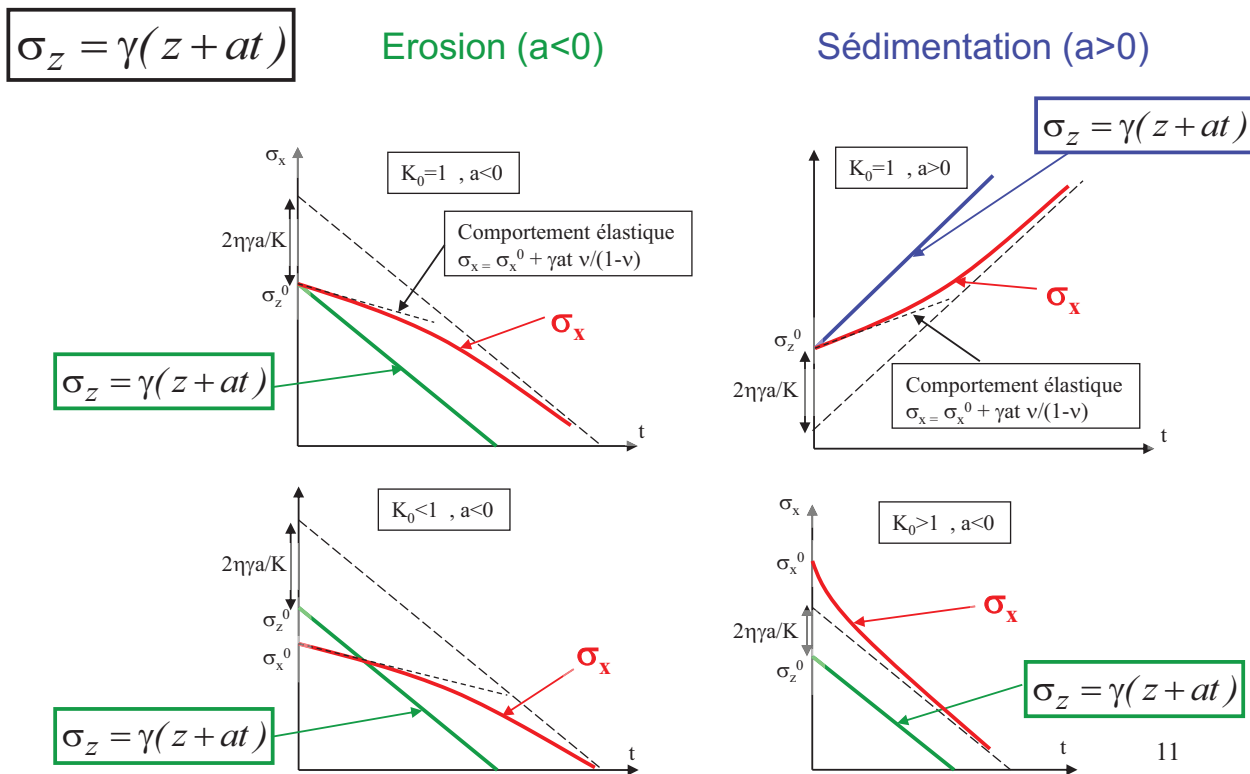
Figure 4.2. Evolution de la contrainte horizontale dans un milieu viscoélastique de Maxwell, sans déformation tectonique, ni érosion, ni sédimentation. Influence de la viscosité.



10

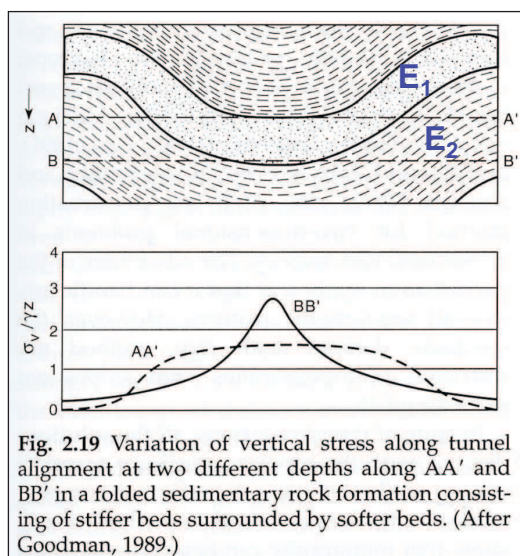
MODELISATION DES CONTRAINTES GRAVITAIRES

Figure 4.3. Evolution de la contrainte horizontale dans un milieu viscoélastique de Maxwell, avec érosion ou sédimentation



MODELISATION DES CONTRAINTES GRAVITAIRES

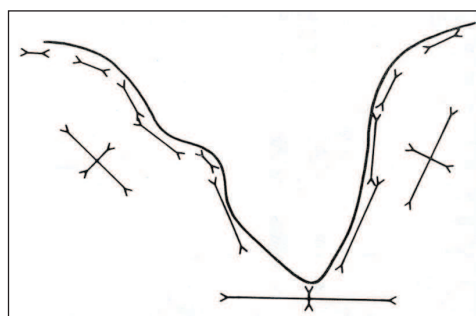
Figure 4.4. Facteurs d'hétérogénéité du champ de contraintes



Influence de l'hétérogénéité du terrain sur les contraintes

(d'après Goodman, Introduction to Rock Mechanics, Wiley, 1989)

$E_1 > E_2$



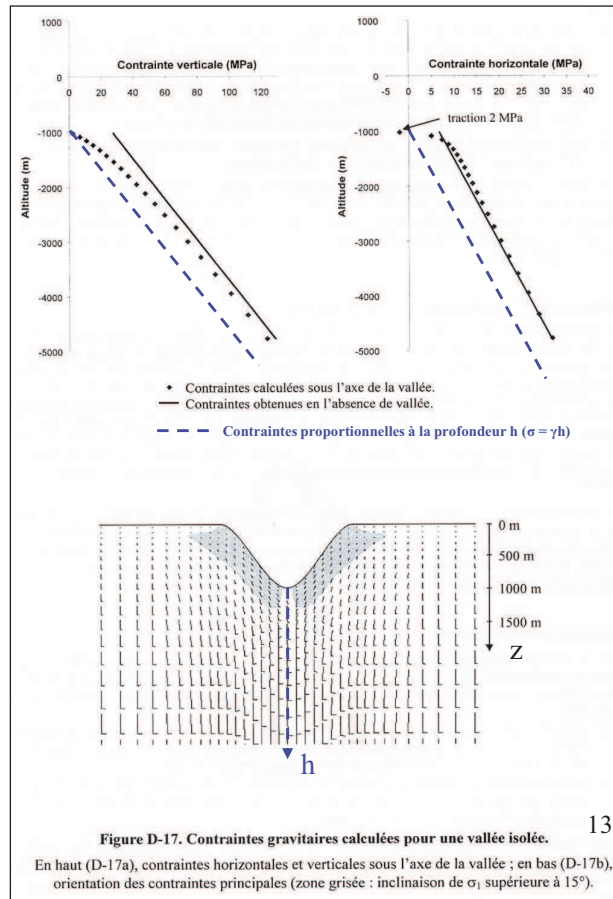
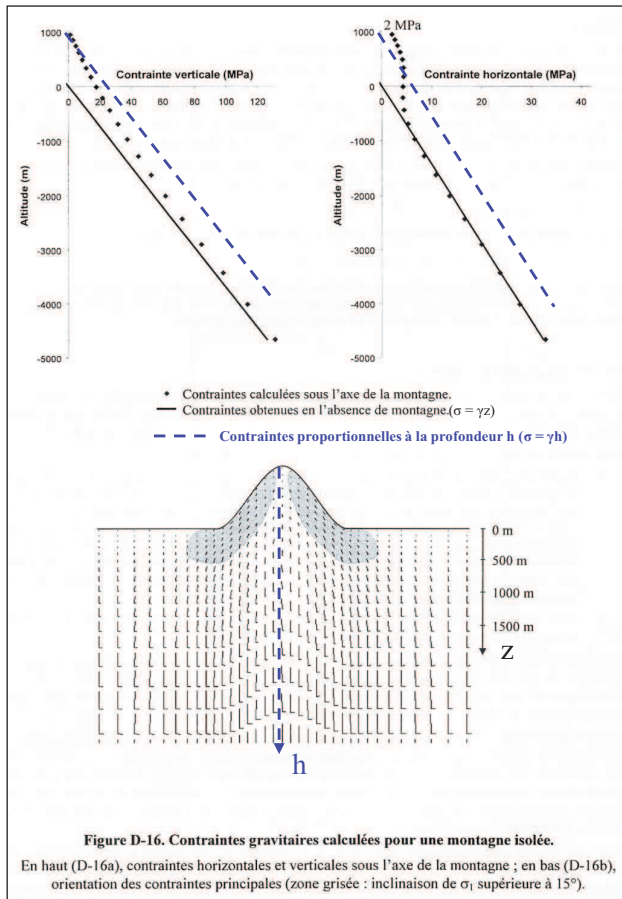
Influence du relief sur les contraintes

(d'après Goodman, Introduction to Rock Mechanics, Wiley, 1989)

Les contraintes principales ne sont plus horizontales et verticale

Figure 4.5. Influence du relief sur les contraintes (milieu élastique, $\nu = 0,25$)

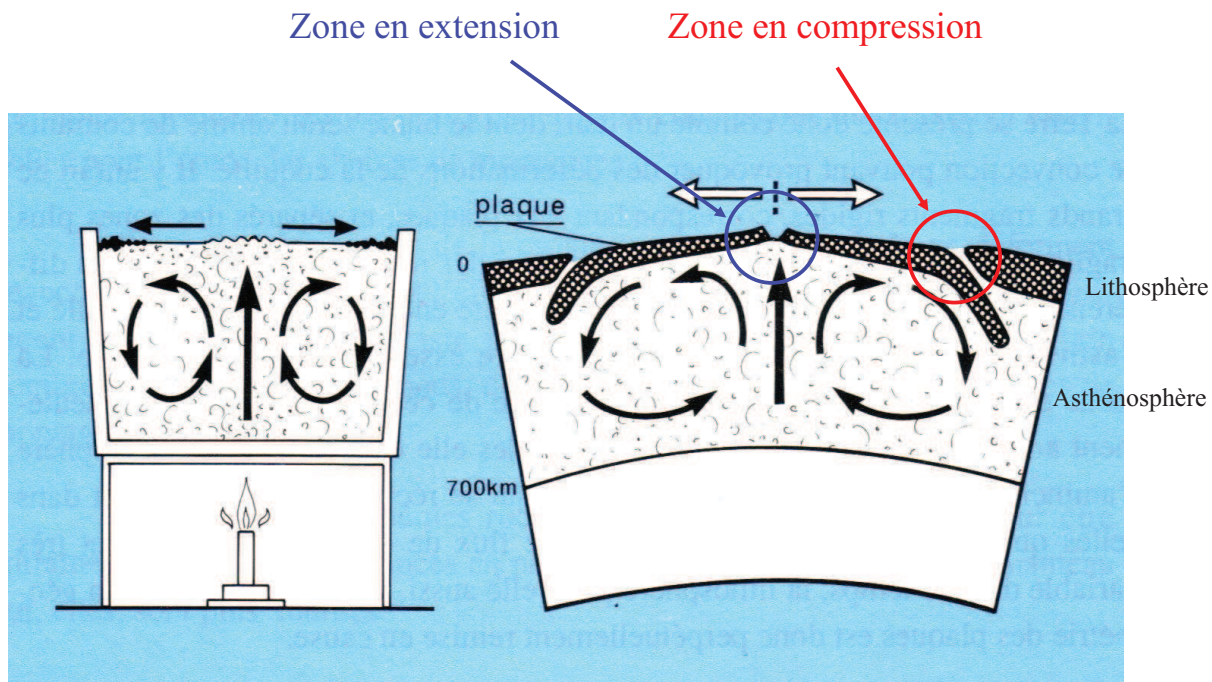
(D'après Mayeur, thèse Université Grenoble 1, 1999)



13

MODELISATION DES CONTRAINTES TECTONIQUES

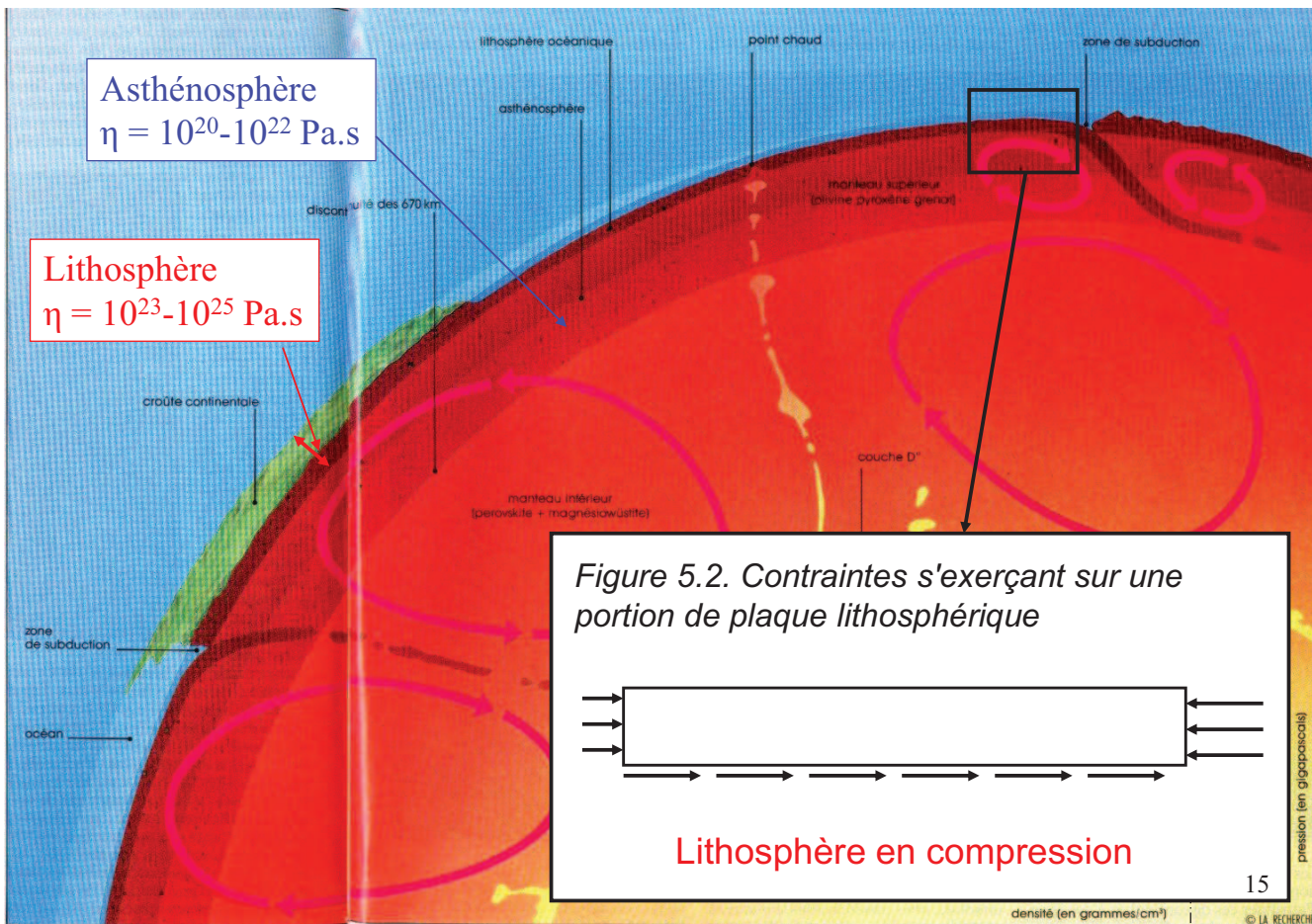
Figure 5.1. Convection dans l'asthénosphère et mouvement des plaques lithosphériques



D'après Mattauer

14

MODELISATION DES CONTRAINTES TECTONIQUES



MODELISATION DES CONTRAINTES TECTONIQUES

Figure 5.3. Limites de plaques convergentes, divergentes et transformantes
 Exemples de zones en **compression**, **extension** ou **cisaillement**

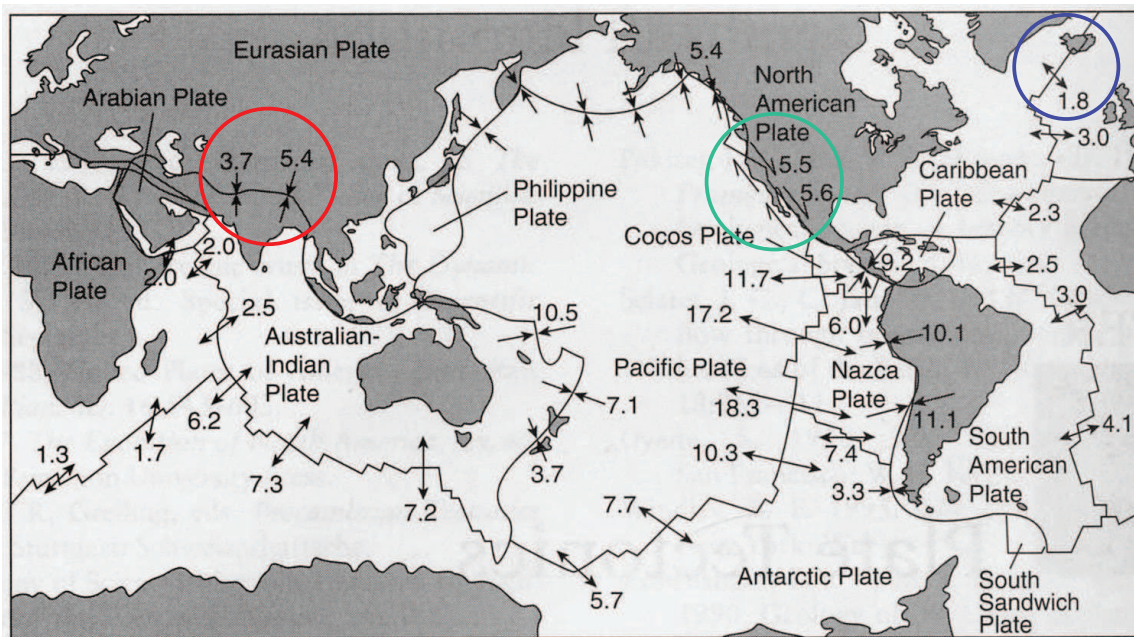
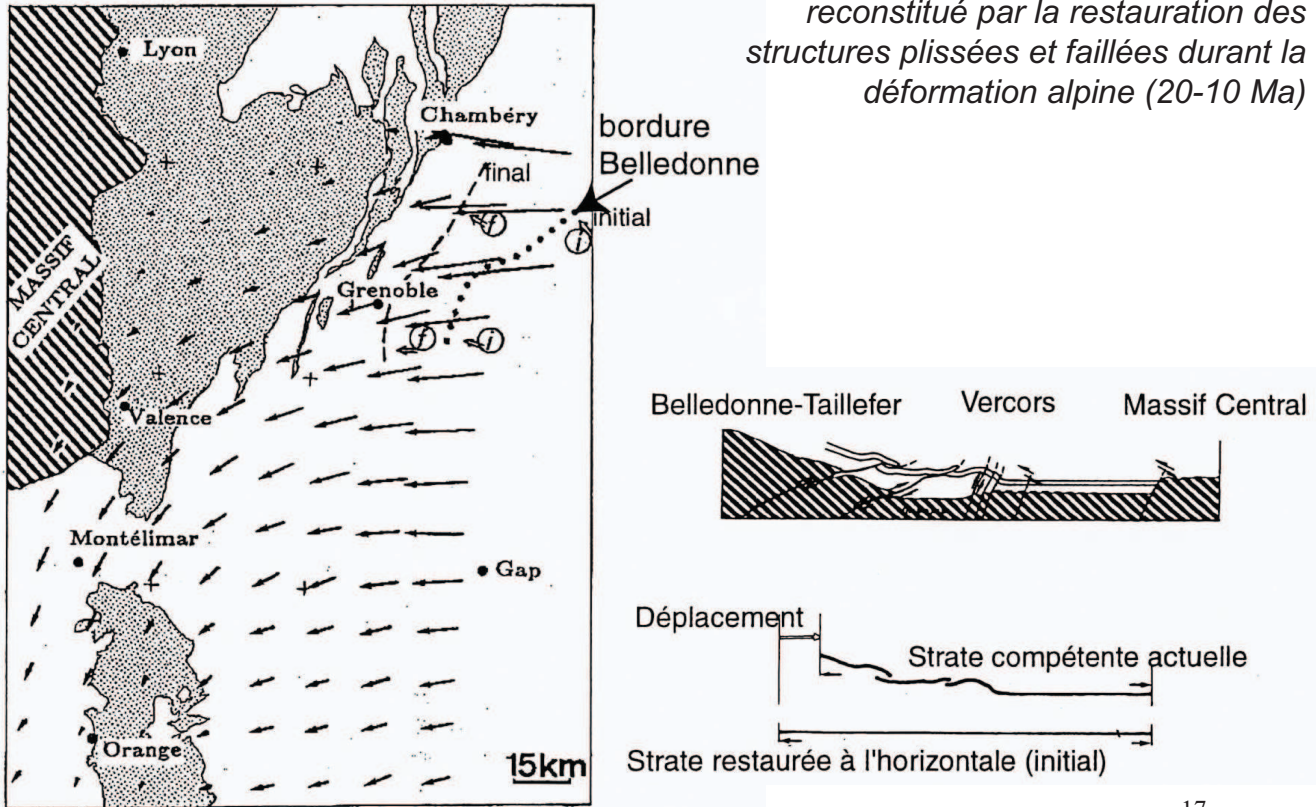


Figure 4.1 World map (Mercator projection) showing the seven major and five minor plates of the Earth, the types of boundaries, and generalized relative motion of the plates. Boundaries with two arrowheads pointing toward each other are convergent margins; with two arrowheads pointing away from each other are divergent margins; and with two parallel but opposing arrows are transform fault boundaries. (After McKenzie and Richter, 1976)

MODELISATION DES CONTRAINTES TECTONIQUES

Figure 5.4. Champ de déplacement reconstitué par la restauration des structures plissées et faillées durant la déformation alpine (20-10 Ma)



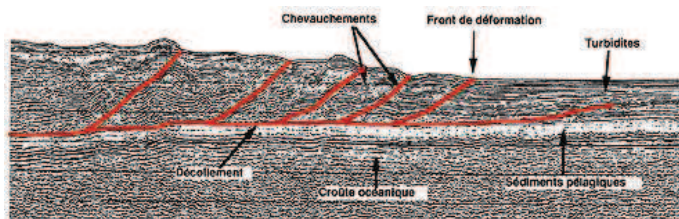
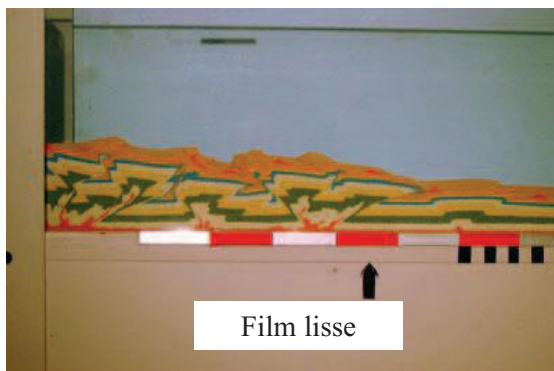
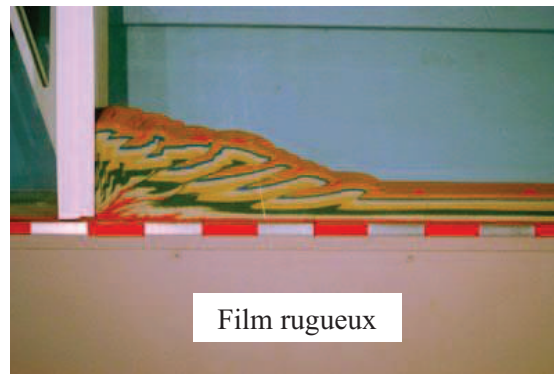
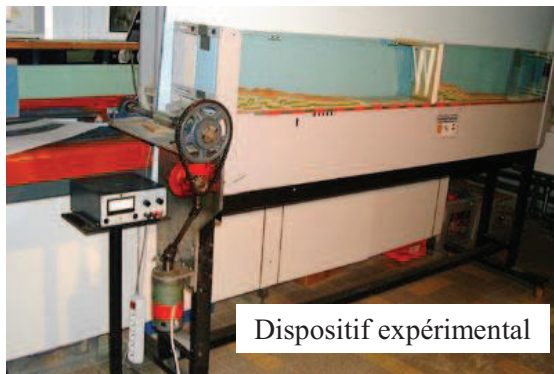
d'après Gratier et al., 1989

17

MODELISATION DES CONTRAINTES TECTONIQUES

Figure 5.5. Modélisation analogique d'une zone de convergence de plaques

Appareillage conçu par Jacques Malavieille, Directeur de Recherche au CNRS, Laboratoire de Géophysique, Tectonique et Sédimentologie de l'Université de Montpellier.



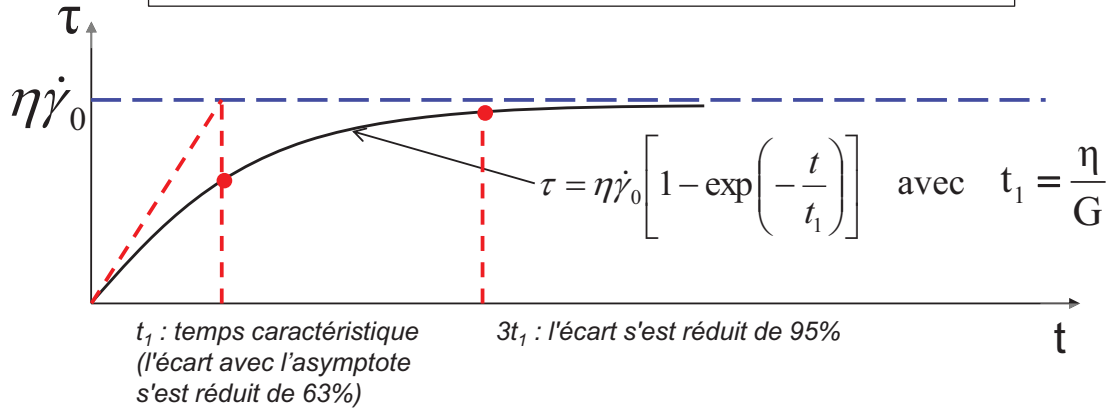
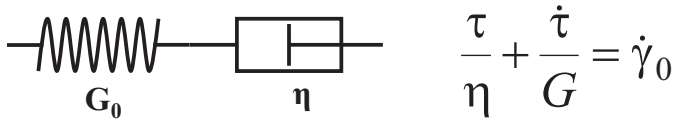
Profil de sismique réflexion montrant la structure interne et la forme de la surface d'un prisme d'accrétion, celui de Nankai, au large du Japon. L'interprétation en lignes rouges souligne les déformations. © Jolivet 1995 après Moore 1990

18

MODELISATION DES CONTRAINTES TECTONIQUES

Introduction : modèle viscoélastique unidimensionnel avec vitesse de déformation constante $\dot{\gamma}_0$

Modèle fluide visco-élastique (Hook + Newton → Maxwell)

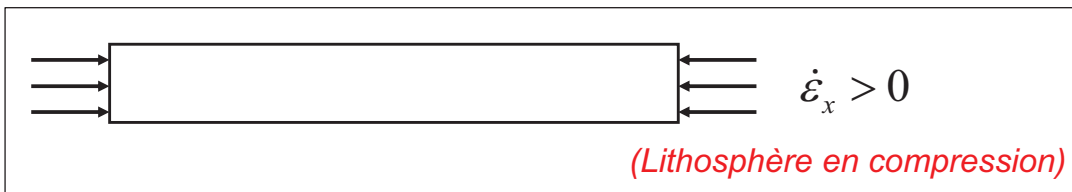


Pour $\eta = 10^{24}$ Pa.s et $G = 20$ Gpa, $t_1 = 1,6$ million d'années
 La "contrainte" asymptotique (correspondant à un comportement purement visqueux) est atteinte en quelques millions d'années

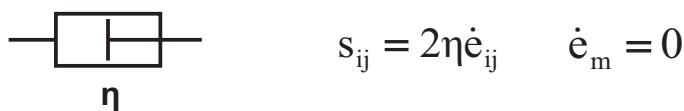
19

MODELISATION DES CONTRAINTES TECTONIQUES

Figure 5.6. Modèle de plaque visqueuse continue en déformations planes ($\epsilon_y = 0$; $\epsilon_x \neq 0$; $\epsilon_z \neq 0$)



Modèle fluide visqueux (Newton)



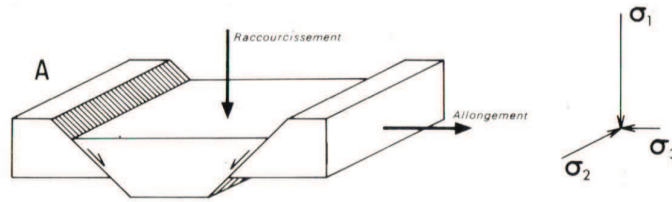
$$\sigma_z = \gamma z \quad \sigma_x = \sigma_z + 4\eta \dot{\epsilon}_x \quad \sigma_y = \sigma_z + 2\eta \dot{\epsilon}_x$$

20

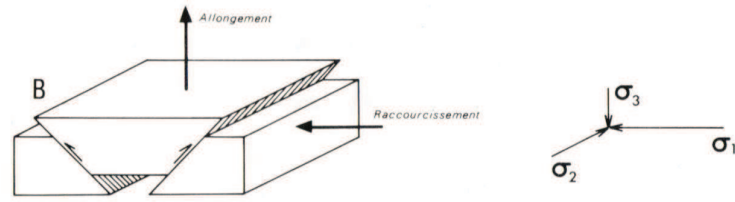
MODELISATION DES CONTRAINTES TECTONIQUES

Figure 5.7. Types de rupture dans une plaque lithosphérique

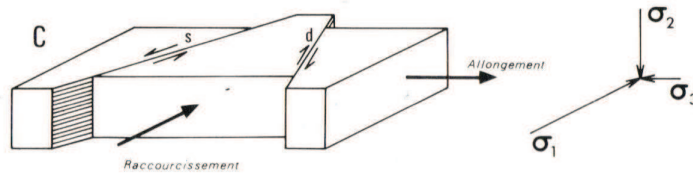
Zone en extension :
Formation de failles normales



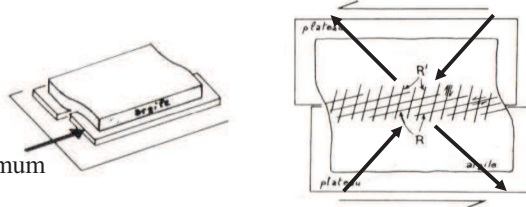
Zone en compression :
Formation de failles inverses



Zone en cisaillement :
Formation de failles décrochantes



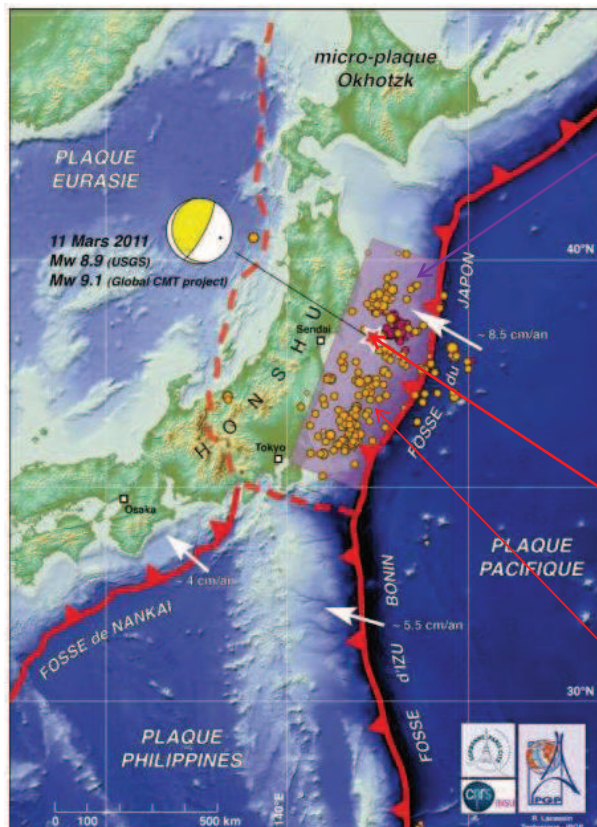
Expérience de Riedel



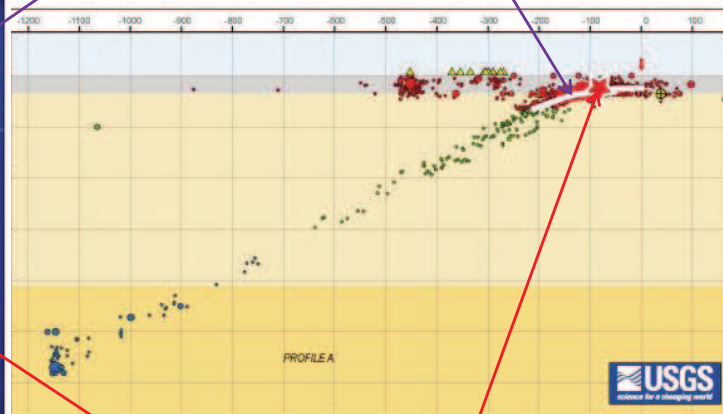
Direction du cisaillement maximum

D'après Blès et Feuga, 1981, BRGM

Exemple de la subduction de la fosse du Japon



Surface de rupture



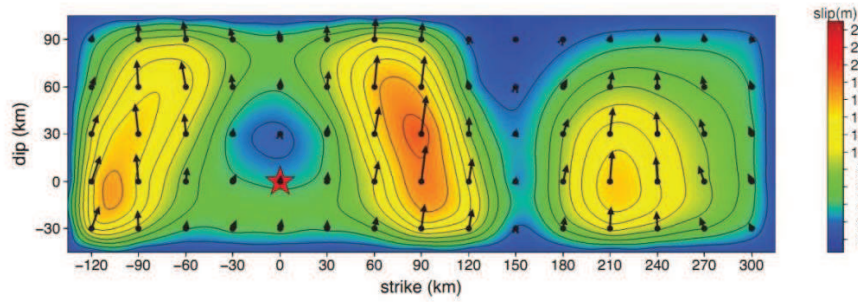
Séisme du 11 mars 2011 (m=9)
Surface rupture: environ 500km x 200km
Glissement maximal : environ 18 m

Points rouges : précurseurs (2 jours précédents)
Points jaunes : répliques (jour suivant)

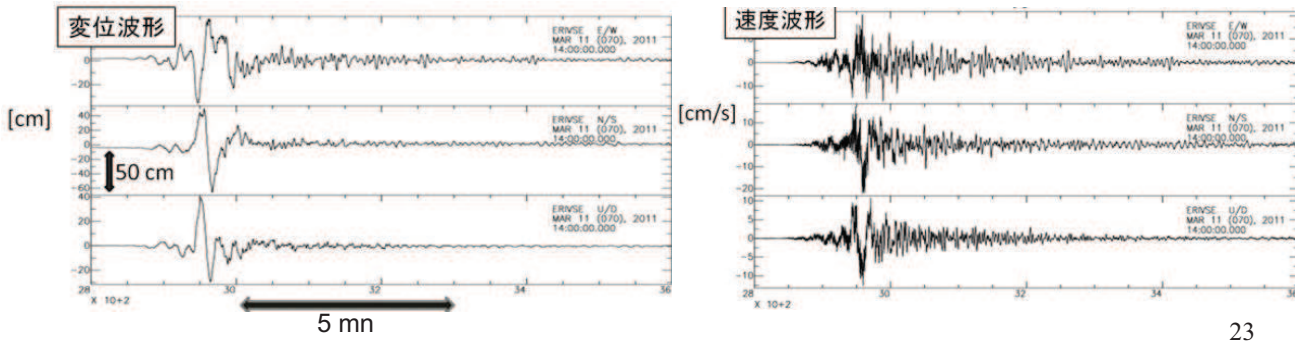
Exemple de la subduction de la fosse du Japon
 Séisme du 11 mars 2011 – 14h46 (heure japonaise)

La rupture

The estimated fault model is basically as follows: fault length 450 km, fault width 150 km, rupture velocity 2.0 km/s, rupture time 150 sec, maximum slip 18 m and Mw 8.9.

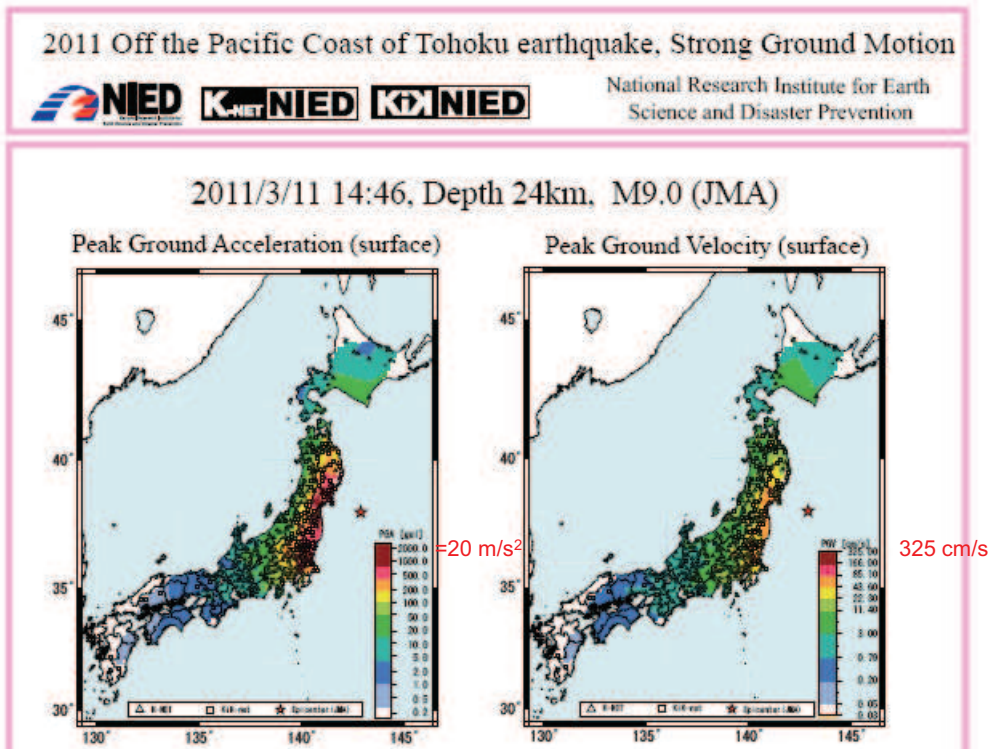


Le mouvement du sol au Earthquake Research Institute



23

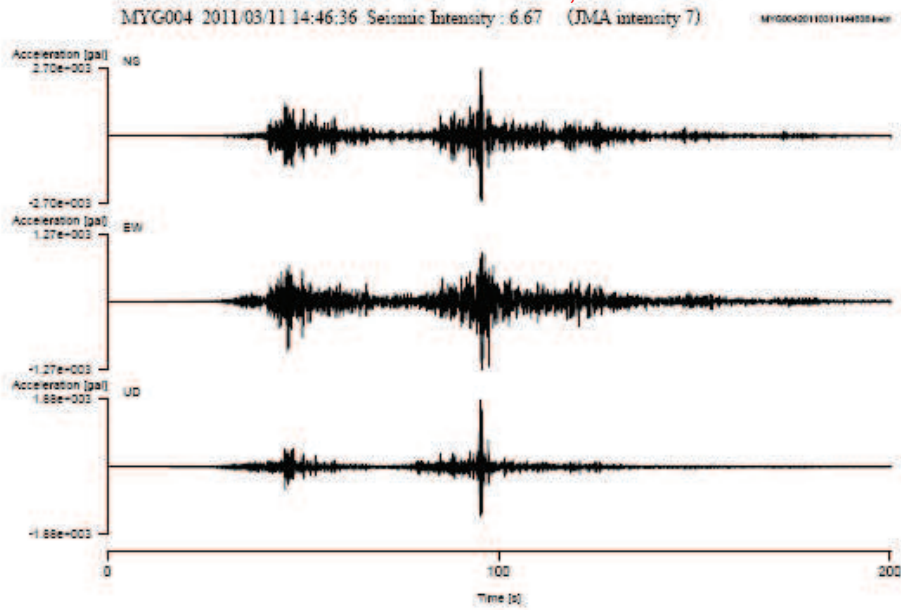
Exemple de la subduction de la fosse du Japon
 Séisme du 11 mars 2011 – Accélération du sol



24

Exemple de la subduction de la fosse du Japon
Séisme du 11 mars 2011 – Accélération du sol

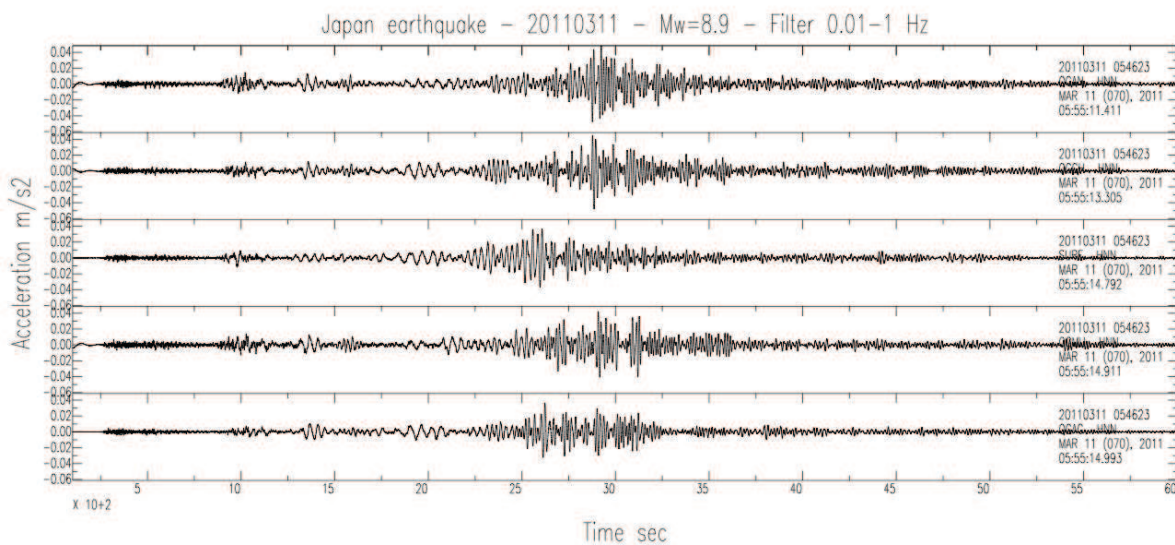
The largest peak ground acceleration among K-NET and KiK-net sites was recorded at MYG004 K-NET station (waveforms displayed below), reaching **2933 gals** (3 components vector summation) = **29,33 m/s²**



25

Exemple de la subduction de la fosse du Japon
Séisme du 11 mars 2011 – Accélération du sol

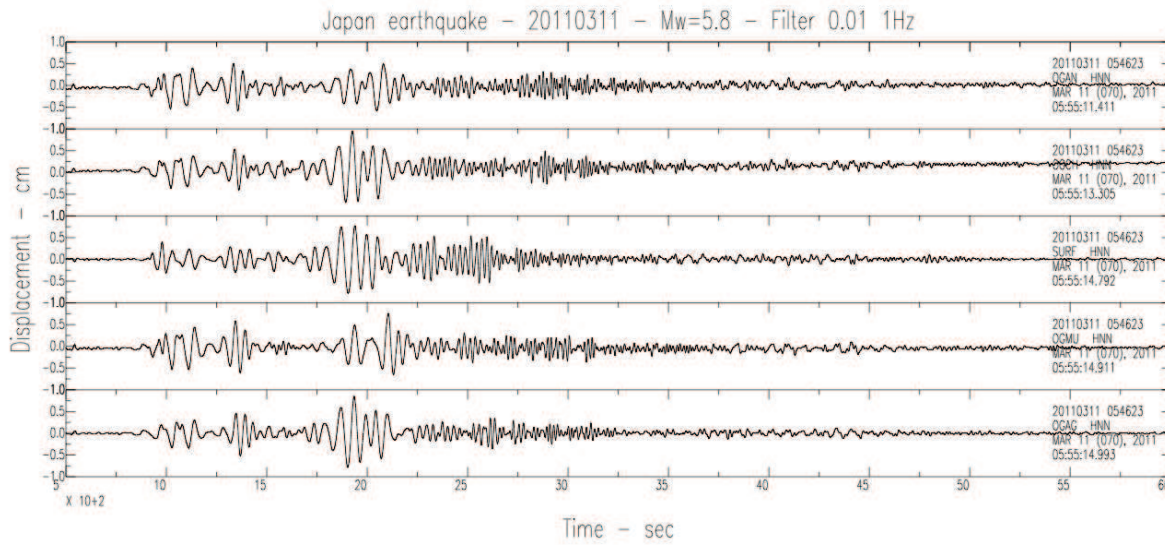
Accélérations mesurées dans les Alpes



26

Exemple de la subduction de la fosse du Japon
Séisme du 11 mars 2011 – Accélération du sol

Déplacements mesurés dans les Alpes



27

*Stries et escaliers de calcite
sur une faille
indiquant la direction du
cisaillement*



28

MODELISATION DES CONTRAINTES TECTONIQUES

Figure 5.8. Petites failles et fractures secondaires autour d'une grande faille
(d'après Bles et Feuga, 1981)

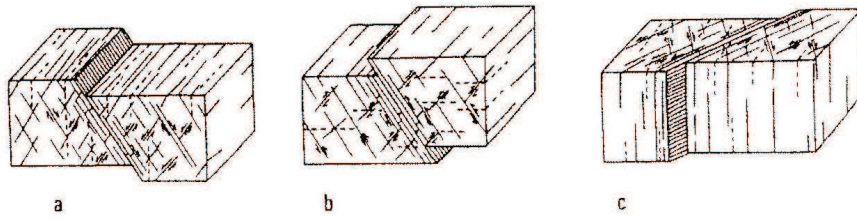


FIG. 2.26. — Petites failles et fractures développées autour d'une grande faille.

a : Cas d'une faille normale.

b : Cas d'une faille inverse.

c : Cas d'un décrochement.

(Traits pleins = diaclases ; traits pleins avec demi-flèches = petites failles ; traits tiretés = fractures d'extension)

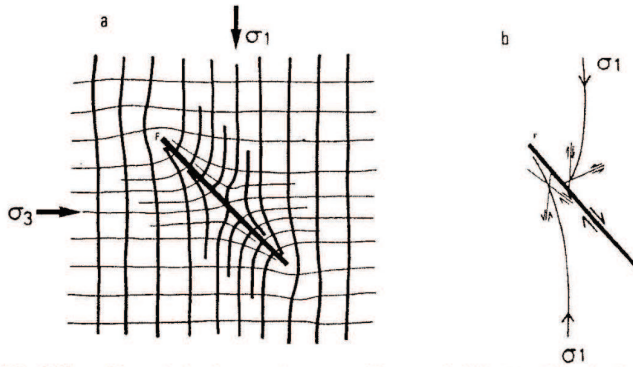


FIG. 2.27. — Réorganisation des contraintes autour d'une grande faille (a) et failles de deuxième ordre (b) (d'après E.M. Anderson, 1951 et J.G. Ramsay, 1967, modifié).

29

MODELISATION DES CONTRAINTES TECTONIQUES

Figure 5.9. Fractures développées dans une zone de cisaillement
(d'après Bles et Feuga, 1981)

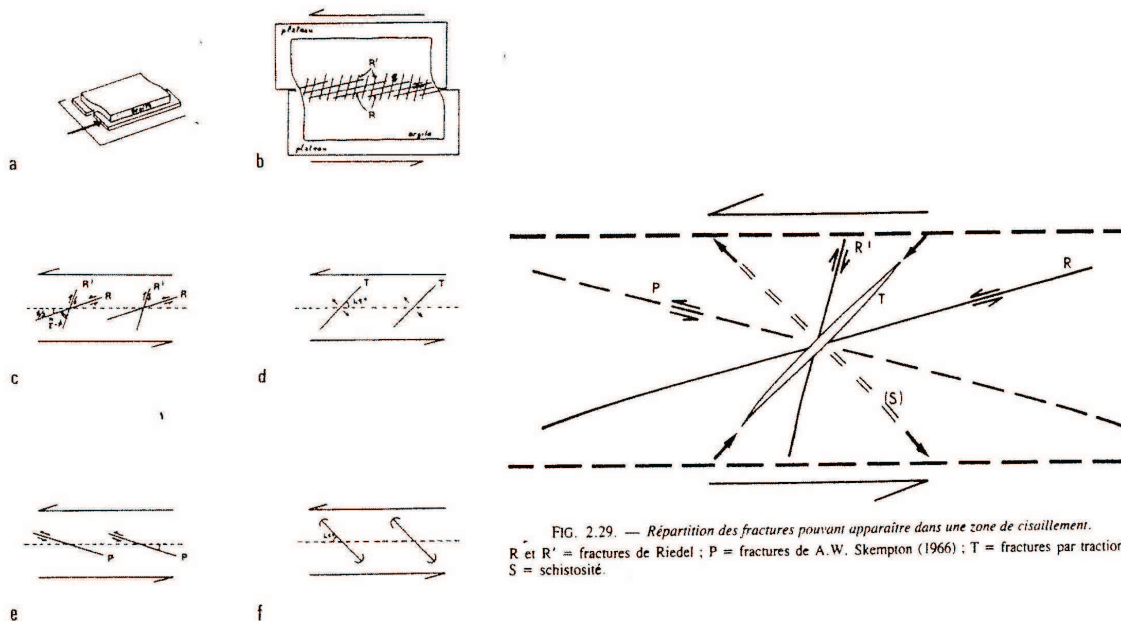
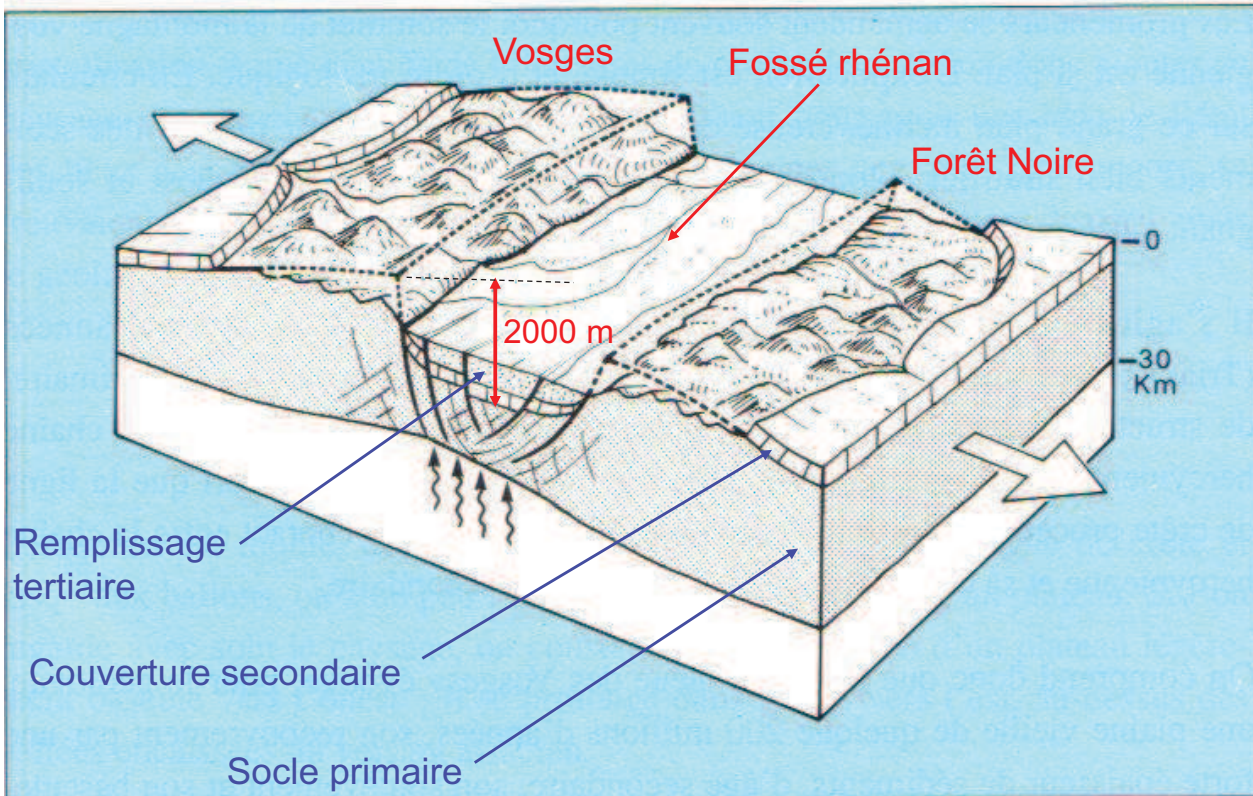


FIG. 2.29. — Répartition des fractures pouvant apparaître dans une zone de cisaillement.
R et R' = fractures de Riedel ; P = fractures de A.W. Skempton (1966) ; T = fractures par traction ; S = schistosité.

FIG. 2.28. — Les structures développées dans une zone de cisaillement - Modèle de Riedel (1929).
a et b = Maquette (a) et résultats (b) de l'expérience de Riedel, d'après J.S. Tchalenko (1975) ; c, d, e et f = à l'intérieur d'une zone de cisaillement, disposition des fractures de Riedel R et R' (c), des fissures par traction T (d), des fractures P (A.W. Skempton, 1966) (e) et des plis en échelon (f).
(ϕ = angle de frottement interne du matériau).

30

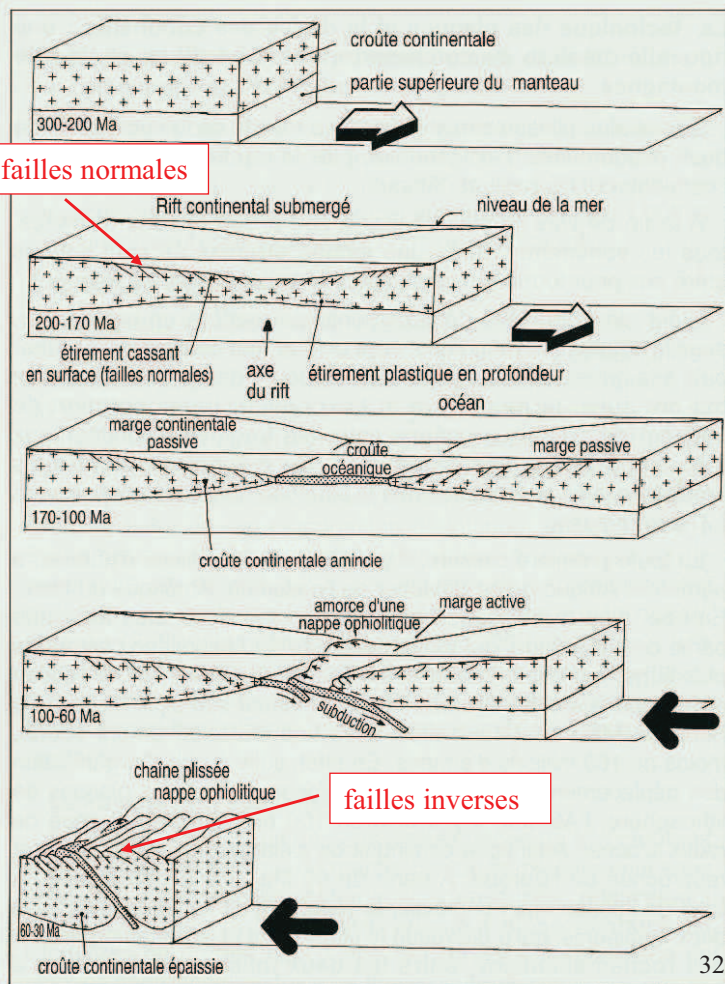
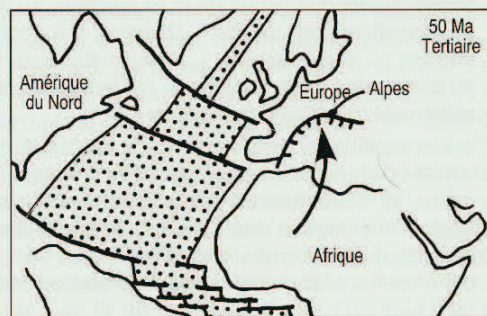
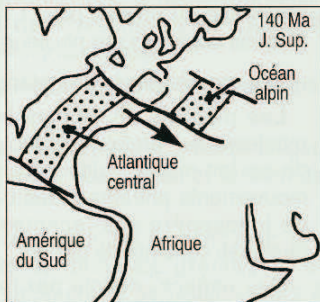
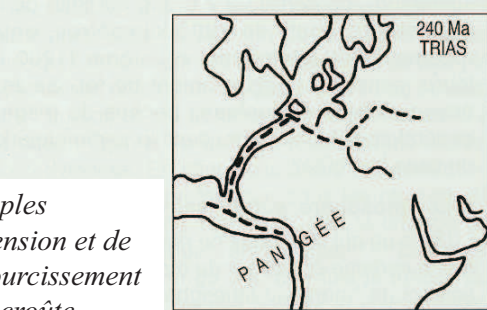
Exemple de failles normales : le fossé rhénan



(d'après Mattauer, Monts et Merveilles, Hermann, 1989)

Exemples d'extension et de raccourcissement de la croûte terrestre : formation des Alpes

(d'après Lemoine et al., Montagnes du Briançonnais, éditions BRGM, 1994)



Failles normales formées au Crétacé inférieur et jouant en failles inverses au Tertiaire

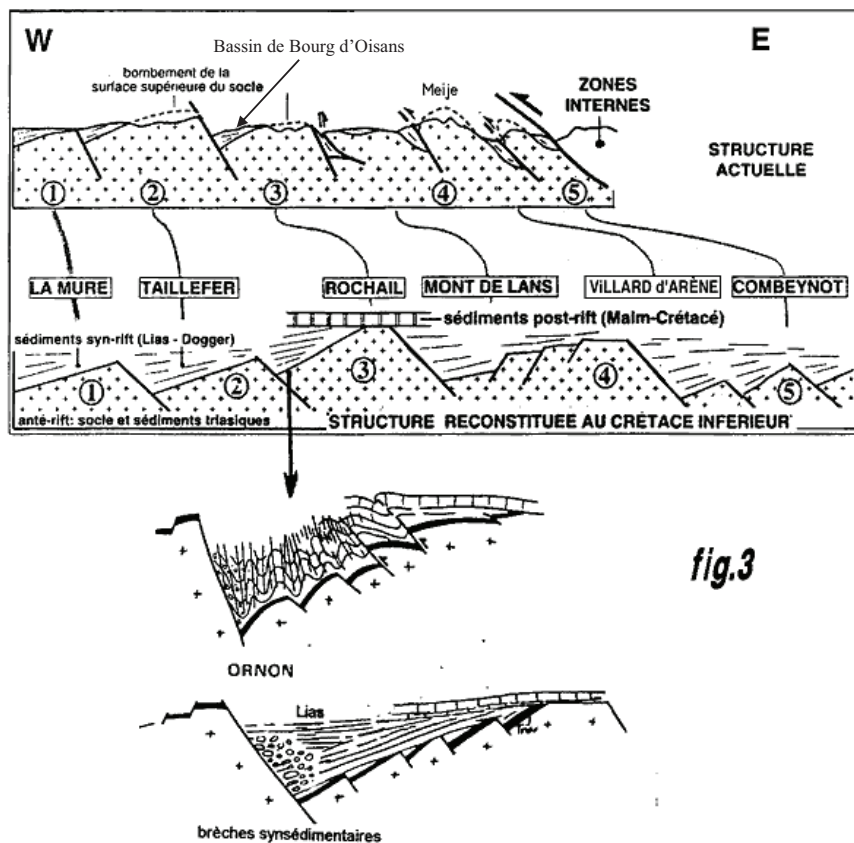
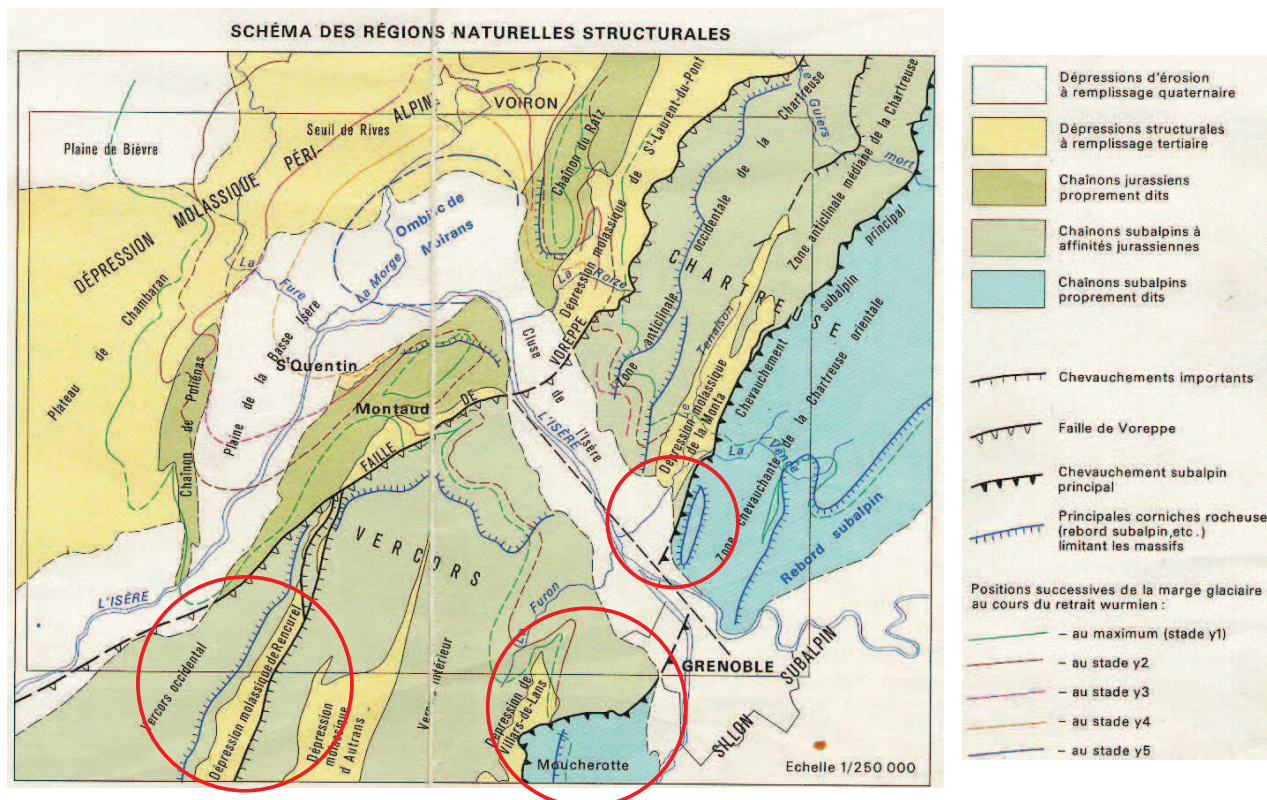


fig.3

33

Failles inverses en Vercors et Chartreuse

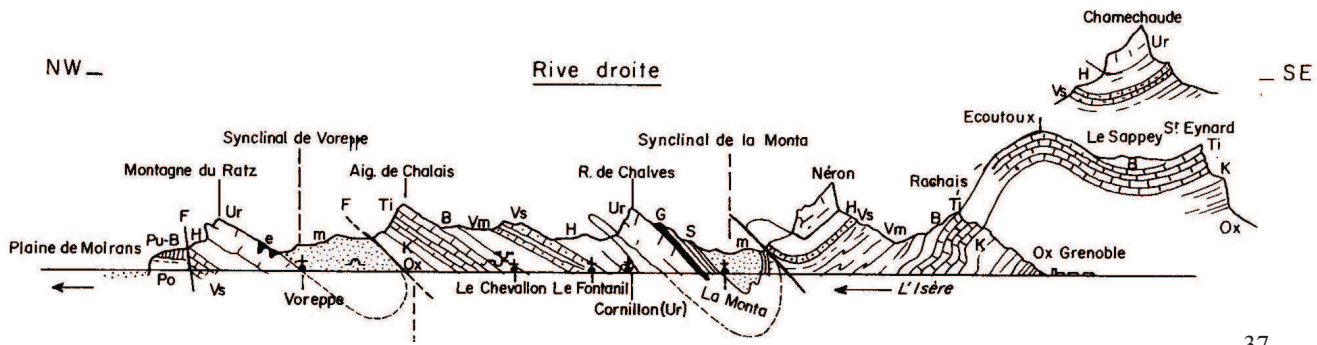
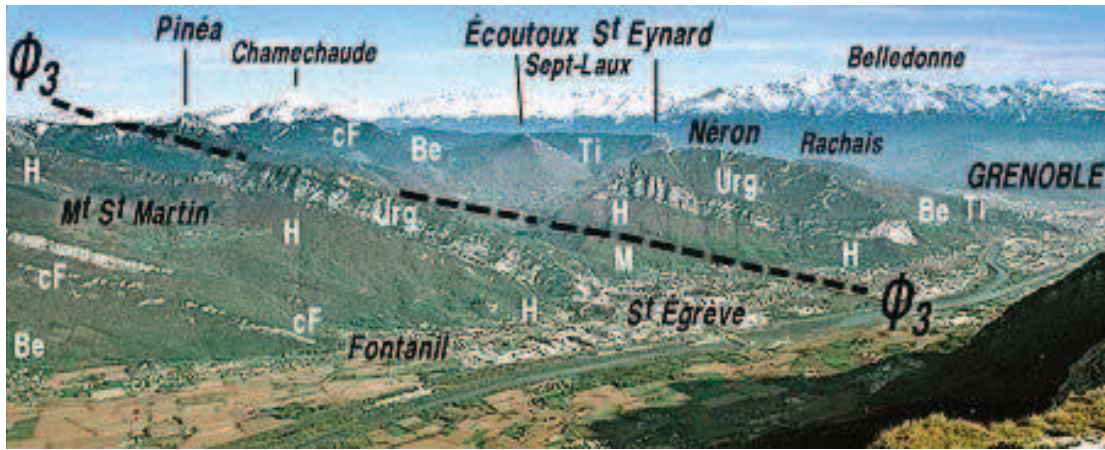


Extrait de la carte géologique de la France à 1/50 000, BRGM

34

Failles inverses dans la Chartreuse

Chevauchement de la Chartreuse orientale



(d'après Debelmas, Alpes, Savoie et Dauphiné, guides géologiques régionaux, Masson, 1979)

Les failles de décrochement du synclinal oriental de la Chartreuse

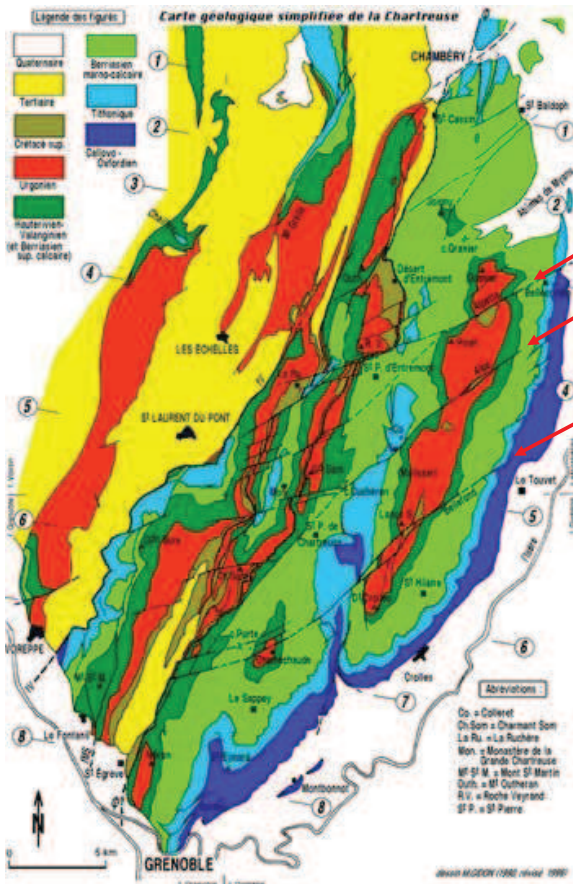
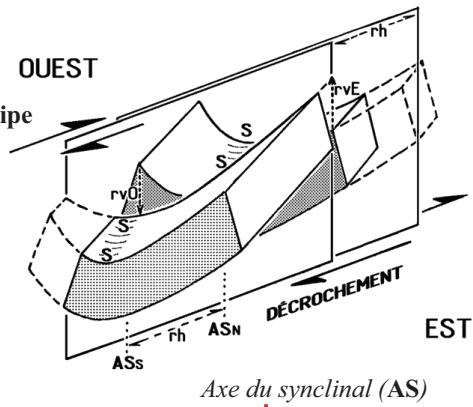
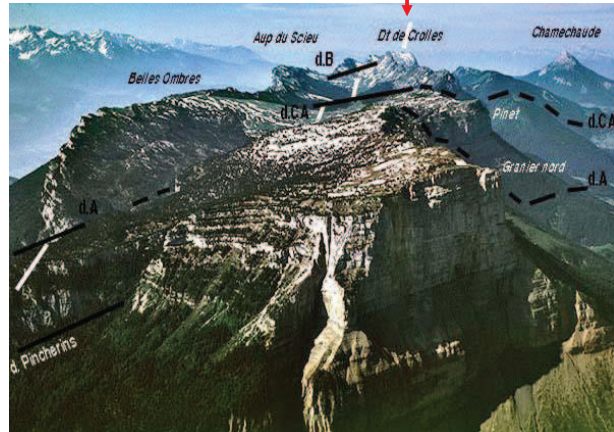


Schéma de principe (vue du sud) :



- dÉcrochement de l'Alpette (dA)
- dÉcr. Du Col de l'Alpe (dCA)
- dÉcr. De Bellefond (dB)

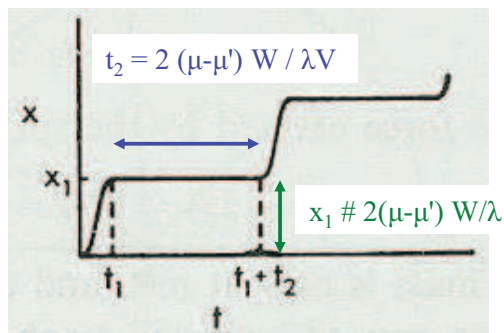
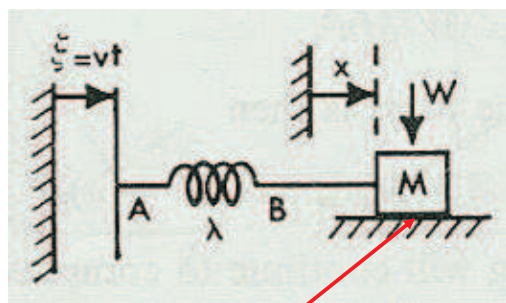


Mont Granier vu du nord (photo Gidon)

MODELISATION DES CONTRAINTES TECTONIQUES

Figure 5.10. Modèle élastoplastique avec chute de contrainte, illustrant le phénomène de "stick-slip"

(d'après Jaeger et Cook, 1979, Fundamentals of Rock Mechanics, Chapman and Hall)



Force de frottement statique maximale : μW
Force de frottement dynamique max : $\mu' W$

Au début du glissement ($t = 0$) :

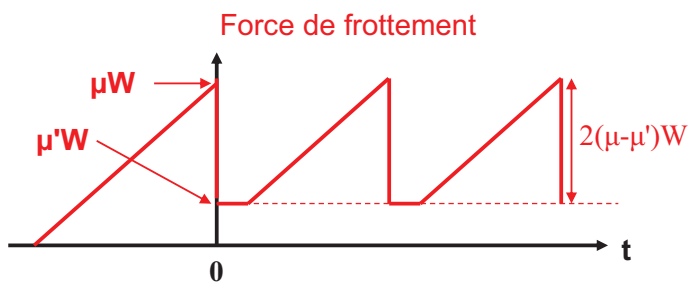
$$\xi = \xi_0 = \mu W / \lambda$$

$$x = x' = 0$$

L'équation du mouvement est :

$$M x'' = \lambda (\xi + \xi_0 - x) - \mu' W$$

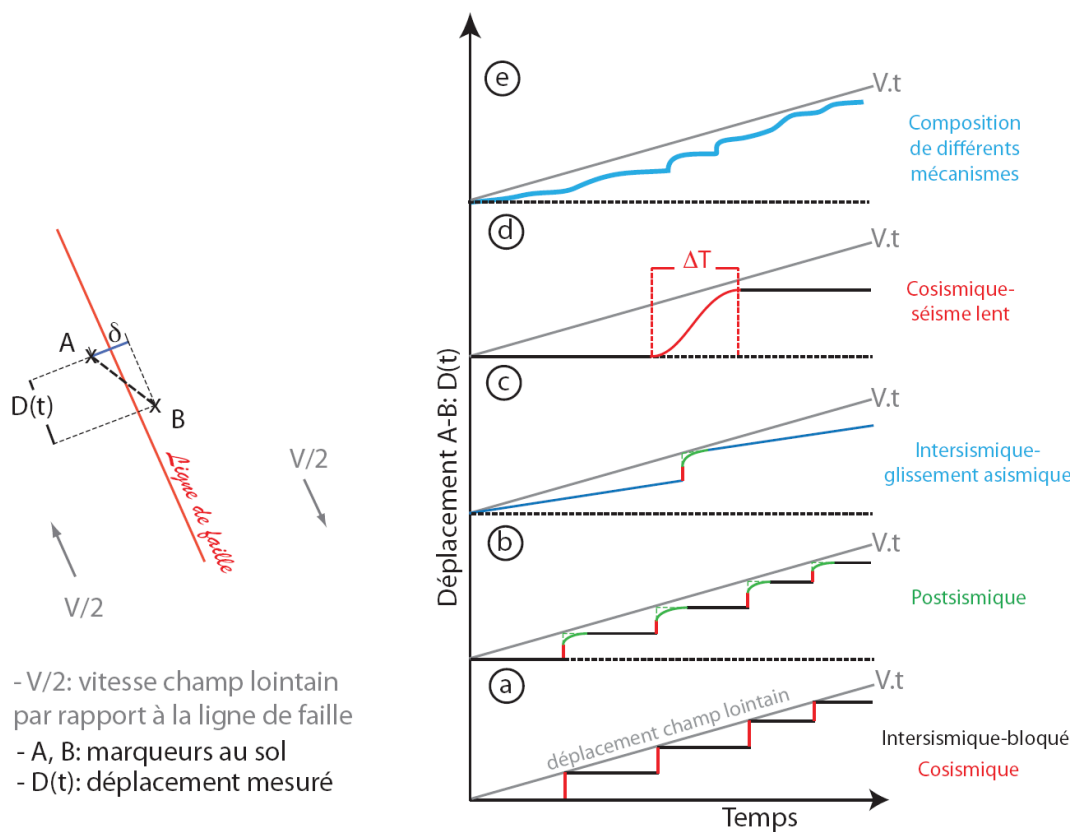
Force exercée par le ressort



39

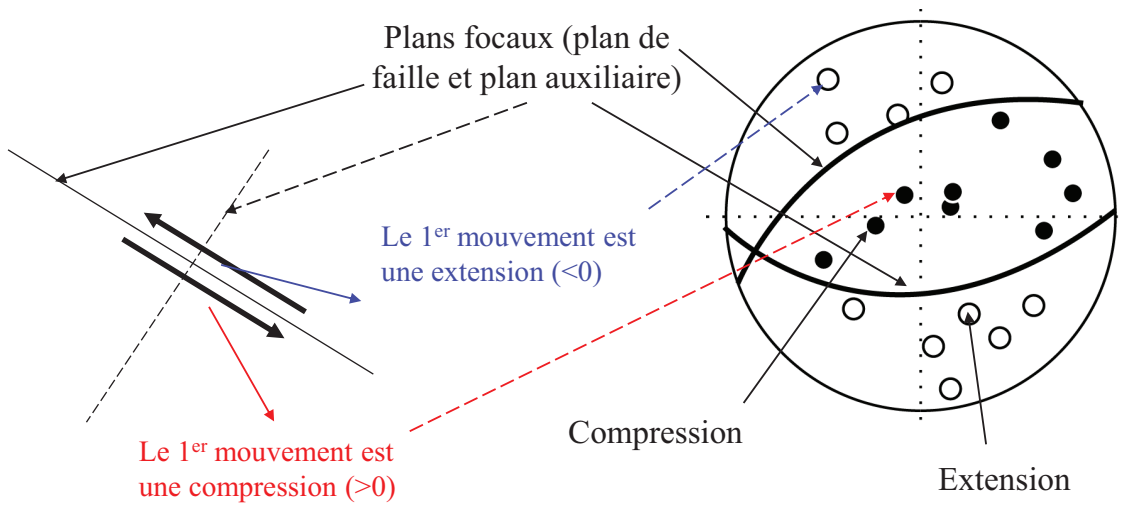
MODELISATION DES CONTRAINTES TECTONIQUES

Figure 5.11. Mécanismes du cycle sismique (d'après Bacques, 2013)



40

Mécanisme au foyer d'un séisme

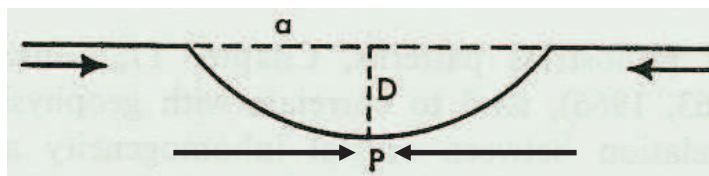


41

Figure 5.11. Influence du relief

Facteur de concentration de contrainte C au fond d'une vallée (point P) ou au sommet d'une crête, à la surface d'un milieu semi-infini soumis à une compression uniaxiale

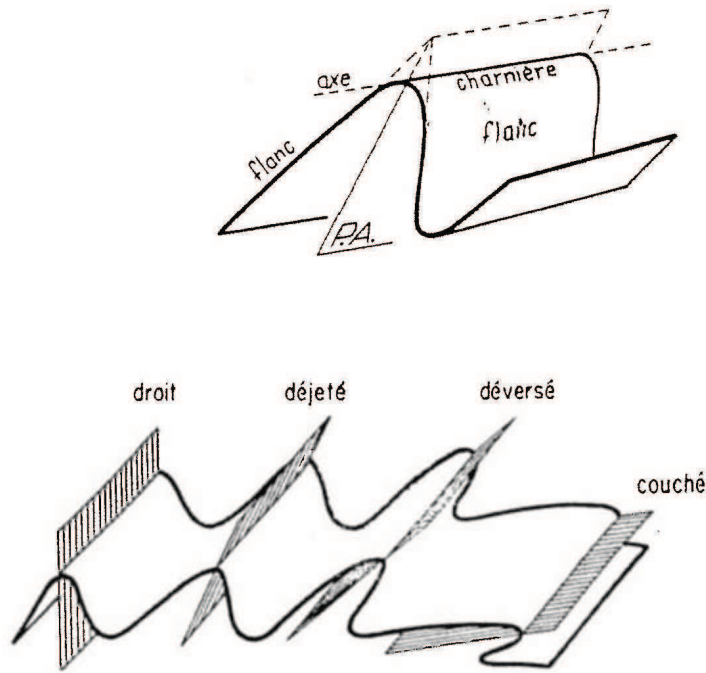
(d'après Jaeger et Cook, 1979, Fundamentals of Rock Mechanics, Chapman and Hall)



D/a	3.73	1.73	1	0.58	0.27	0	-0.27	-0.58	-1	-1.73	-3.73
C	3.88	3.57	3.06	2.42	1.71	1	0.41	0.04	-0.1	-0.08	-0.02

42

Figure 5.12. Types de pli selon l'inclinaison du plan axial (P.A.)



43

Figure 5.13. Evolution de la fracturation lors du plissement d'une couche de calcaire sous faible couverture

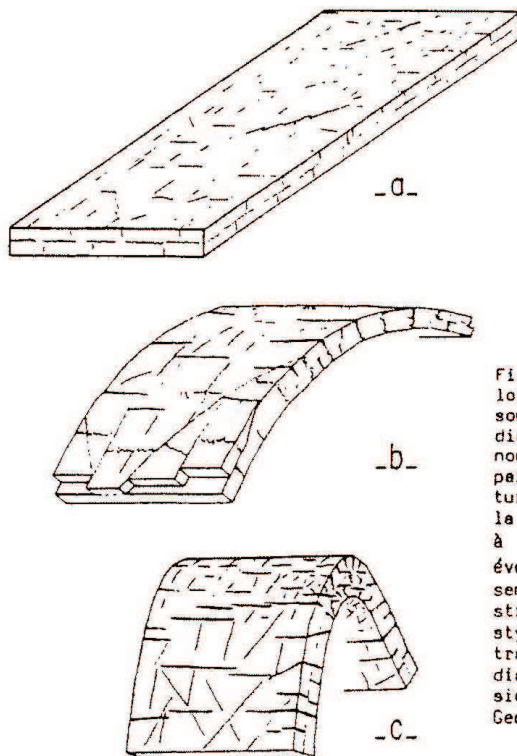
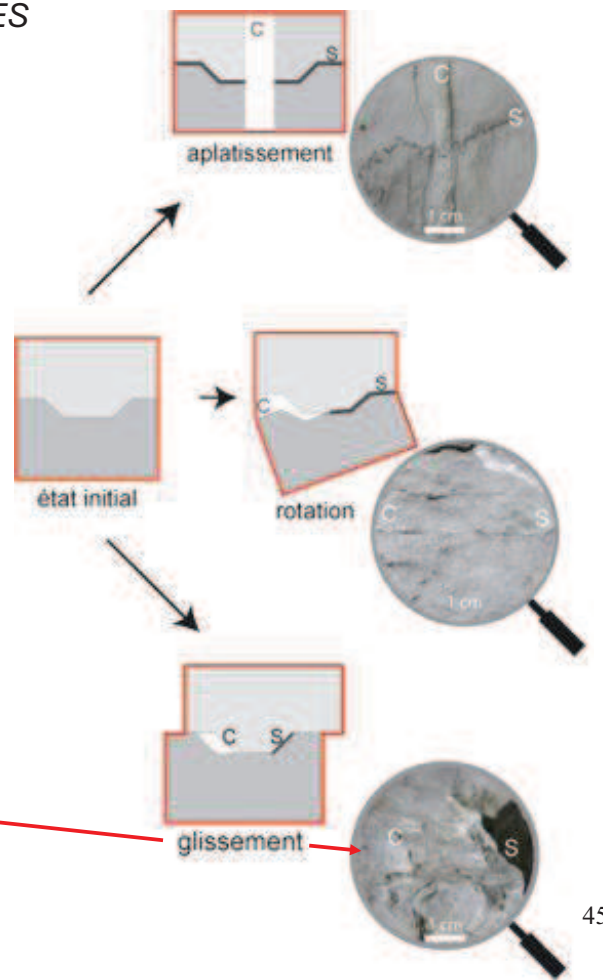


Fig. 5.1 - Evolution de la fracturation lors du plissement d'une couche calcaire sous faible couverture. a- Réseau de diaclases et de joints dans le calcaire non déformé. b- Evolution des diaclases parallèles à l'axe du pli soit en fractures d'extension (noir) à l'extrados de la couche, soit en joints stylolitiques, à l'intrados ; les diaclases obliques évoluent localement en surfaces de glissement (failles). c- Amplification des structures précédentes : les joints stylolitiques se concentrent dans l'intrados de la charnière ; ailleurs diaclases, joints et fractures d'extension (Droxler et Schaer, 1979. *Eclog. Geol. Helv.*, 72, 551).

44

MODELISATION DES CONTRAINTES
TECTONIQUES

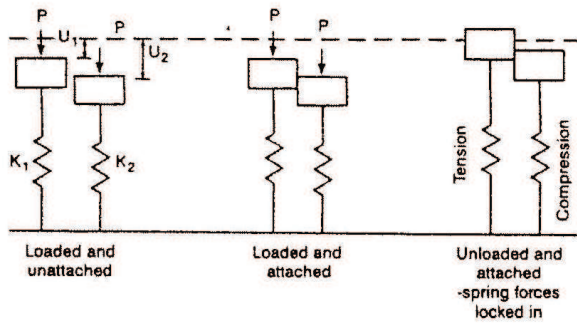
Figure 5.14. Dissolution sous contrainte



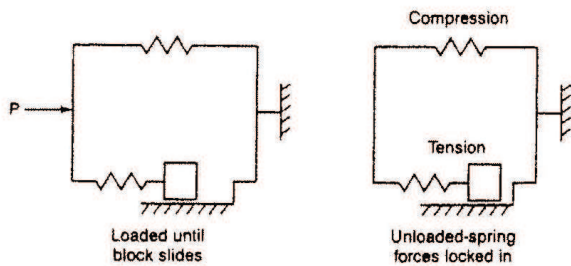
45

CONTRAINTES RESIDUELLES

Figure 5.14. Exemples de mécanismes à l'origine de contraintes résiduelles dans les roches



(a)



(b)

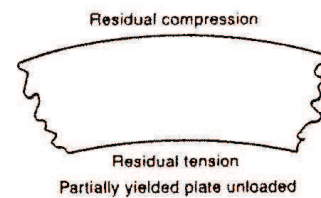
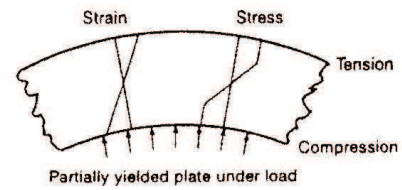


Fig. 2.31 Macro-mechanism of residual stresses. (After Russell and Hoskins, 1973.)

Fig. 2.30 Models of residual stresses. (a) Micro-elastic mechanism and (b) micro-elastoplastic mechanism. (After Russell and Hoskins, 1973.)

46

Quel modèle rhéologique choisir pour calculer les contraintes dans la croûte terrestre ?

Pour simuler l'état de contrainte naturel, qui résulte d'une histoire géologique de plusieurs dizaines de millions d'années, il faut tenir compte du comportement à long terme.

Pour simuler la réponse instantanée de la croûte terrestre à une sollicitation rapide (excavation, chargement, séisme), un modèle de comportement à court terme peut être utilisé.

Pour simuler la réponse différée de la croûte terrestre à une sollicitation rapide (excavation, chargement, séisme), le modèle utilisé doit être adapté à la durée étudiée (quelques années pour une mine, 1 siècle pour un tunnel, plus pour un stockage de déchets radioactifs).